Topología Diferencial- 2026

Lista 1 para entregar

Tienen que entregar en total 3 ejercicios resueltos. Los ejercicios elegibles para entregar son los ejercicios 7, 9, 12 y 16 de la práctica uno y los cuatro ejercicios adicionales de acá abajo (elegir 3 entre esos 8 ejercicios). Plazo: 2 a 3 semanas.

Ejercicios adicionales

1. Sea $f : M \to \mathbb{R}$ una función C^∞ y $a \in f(M) \subseteq \mathbb{R}$ un valor regular de f. Probar que $N = f^{-1}([a, +\infty))$ es una subvariedad de M con borde $f^{-1}(a)$.

2. Sea M una variedad sin borde y $A \subset M$ un subespacio cerrado. Probar que todo entorno abierto U de A en M contiene un entorno cerrado N de A en M tal que N es subvariedad (con borde) de M.

3. Sean M y N variedades diferenciables y $C^\infty(M, N) = \{f : M \to N\ C^\infty\}$. Una clase de funciones $\mathcal{C} \subseteq C^\infty(M, N)$ se dice estable por perturbaciones si para toda homotopía suave $H : M \times I \to N$ tal que $H_0 : M \to N \in \mathcal{C}$, existe $\varepsilon > 0$ tal que $\forall t < \varepsilon$, $H_t : M \to N \in \mathcal{C}$ (donde $H_t(x) = H(x, t)$).

   Probar que si M es compacta, las inmersiones de M a N son estables por perturbaciones. Deducir que los difeomorfismos locales son estables por perturbaciones.

4. Probar que si M es compacta, los embeddings de M a N y los difeomorfismos de M a N son clases estables por perturbaciones. (sug: para los embeddings usar ejercicio anterior y para los difeos usar los embeddings y que los difeos locales son funciones abiertas).