

Práctica 4

- (1) Mostrar un ejemplo de un espacio métrico (X, d) y una función $f : X \rightarrow X$ tal que

$$d(f(x), f(y)) \leq d(x, y) \forall x, y \in X,$$

- (a) f **no tiene** punto fijo.
- (b) f tiene **infinitos** puntos fijos.
- (c) f tiene **único** punto fijo.

- (2) El mapa logístico $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

se llama el mapa logístico. Para $\lambda > 2 + \sqrt{5}$, sea

$$a = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda}}$$

. Verificar que las funciones

$$S_1(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{\lambda}} \quad S_2(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{x}{\lambda} - \frac{1}{4}}$$

son contractivas. Hallar la dimensión del único conjunto \mathcal{A} que satisfice $\mathcal{A} = S_1(\mathcal{A}) \cup S_2(\mathcal{A})$.

- (3) Estudiar la sección 9.2 (pagina 117-123) del libro de Falconer (Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications) <http://mate.dm.uba.ar/~umolter/materias/multifractal-2014/Fractales/1.pdf>