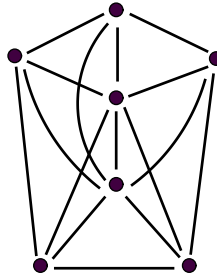


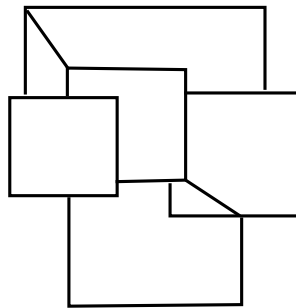
TEORIA DE GRAFOS

Práctica 7

1. Pintar los vértices del siguiente grafo con un mínimo número de colores y probar que ese es el mínimo



2. Probar que el algoritmo secuencial para colorear los vértices de un grafo siempre asigna dos colores a un grafo bipartito completo, independientemente de la numeración de sus vértices.
3. Probar que si se suprime un vértice de un grafo G entonces $\chi(G)$ disminuye en 1 a lo sumo y si se añade una rama aumenta en 1 a lo sumo.
4. Asignar un mínimo número de colores a las regiones del siguiente mapa



- a) excluyendo la región exterior
- b) incluyendo el exterior.

En ambos casos probar que el número de colores es mínimo.

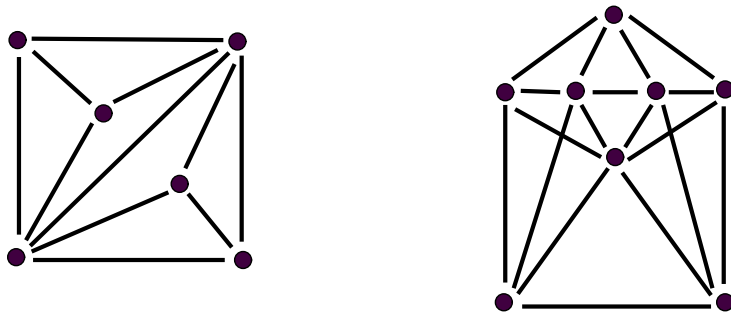
5. Sea G el grafo que resulta de sacar una rama a K_n . Por el teorema de Brooks $\chi(G) \leq n - 1$. Dar un método para asignar $n - 1$ colores a G y probar el método para el grafo que se obtiene suprimiendo una rama a K_7 .
6. Probar que si G es k -regular con n vértices ($n > k$) entonces $\chi(G) \geq \frac{n}{n-k}$

- 7. Sea G un grafo con más de una rama. Probar que G es bipartito si y sólo si $\chi(G) = 2$.
- 8. Dar un ejemplo de un grafo G tal que $\chi(G) = 3$ y G no tenga ningún subgrafo isomorfo a K_3 .
- 9. En un zoológico hay 8 animales. Sea $a_{ij} = 1$ si el animal i no puede cohabitar con el j en la misma jaula y $a_{ij} = 0$ en caso contrario. Si la matriz a_{ij} está dada por

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cual es el mínimo número de jaulas que se necesitarán para encerrar los animales?

- 10. Asignar un mínimo número de colores a las ramas de cada uno de los siguientes grafos y demostrar que es el mínimo número.



- 11. Sea $m(G)$ el tamaño máximo de un matching en G . Demostrar que $\chi'(G) \geq \frac{|E(G)|}{|m(G)|}$
- 12. Sea G un grafo regular con un número impar de vértices. Probar que $\chi' = \Delta + 1$
- 13. Sea G un grafo 3-regular con una rama de corte. Probar que $\chi' = \Delta + 1$
- 14. Supongamos que 11 equipos deben jugar todos contra todos una vez. Si un equipo no puede jugar más de un partido por día, ¿cuántos días son necesarios para jugar todos los partidos?