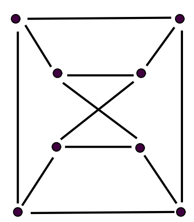
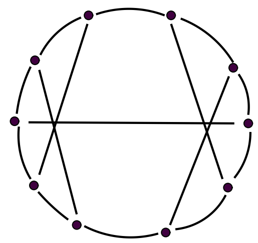
TEORIA DE GRAFOS

Práctica 6

1. Hallar un grafo bipartito con 15 vértices y 18 ramas que no sea planar (y satisface $|E| \leq 2|V| - 4$).

2. Mostrar que los siguientes grafos no son planares hallando un subgrafo de Kuratowski





3. Para qué valores de m y n es K_{nm} planar?

4. Probar que un grafo planar conexo contiene un vértice de grado menor o igual que 5.

5. Sea G un grafo planar conexo con por lo menos tres vértices. Sea c la cantidad de ramas de un ciclo de mínima longitud en G (cintura de G). Probar que $|E| \leq c(|V| - 2)/(c - 2)$.

6. Sea G un grafo planar conexo 4-regular. Si $|E| = 16$, cuántas caras tiene G?

7. Sea G un grafo. Definimos el complemento G' de un grafo G en la forma: u es un vértice de G' si y sólo si u es un vértice de G y (u, v) es una rama de G' si y sólo si (u, v) no es una rama de G.

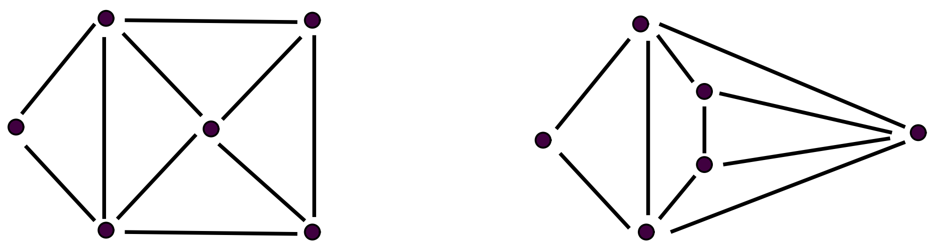
i) Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo con $|V| \geq 11$. Probar que si G es planar entonces su complemento G' no es planar.

ii) Se sabe que i) también vale para $|V| = 9, 10$ pero es difícil de probar. Exhiba un contraejemplo para $|V| = 8$

8. Sea G un grafo planar conexo con 53 caras y tal que cada cara tiene una frontera con por lo menos 5 ramas. Probar que $|V| \geq 82$.

9. Sea G un grafo planar. Definimos el dual $\overline{G}$ de G como el grafo que tiene un vértice por cada cara interior de G y tal que dos vértices de $\overline{G}$ son adyacentes sii las caras correspondientes de G tienen una rama en común.

i) Mostrar que los grafos



son isomorfos.

ii) Dibujar el dual para cada uno de los grafos del inciso i) y mostrar que los duales obtenidos no son isomorfos.