

## Ejercicios de programación en J - Práctica 5

Resuelva los siguientes ejercicios sin utilizar las palabras de control IF, FOR, WHILE o GOTO.

1. Haga un programa que, teniendo como input un número real  $x$  y una vector de componentes reales  $(a_0, a_1, \dots, a_N)$ , determine todos los  $n$  tales que  $a_n = x$ .
2. Sea  $L$  una lista de números reales ordenados de menor a mayor y sea  $k$  un número real. Haga un programa para incorporar  $k$  a  $L$  manteniendo el orden.
3. Haga un programa que, teniendo como input una matriz  $A$  y una de sus componentes  $a$ , encuentre todos los pares  $(i, j)$  tal que  $a_{ij} = a$ .
4. A fin de mes el saldo  $y$  de la cuenta es reducido en 2 % si  $y < 0$ , aumentado en 0.5 % si  $y > 100$  y queda inalterado en otro caso. Hacer un programa que modifique el saldo.
5. Sea  $L_k$  el número de regiones en que el plano queda dividido por  $k$  rectas (no paralelas de a dos). Entonces

$$L_0 = 1, \quad L_n = L_{n-1} + n$$

Hacer un programa que calcule los  $L_n$  desde  $n = 0$  hasta  $n = 30$ .

5. Dado  $n$ , haga un programa que calcule el  $n$ -ésimo término de la sucesión definida por

$$a_0 = 2, \quad a_n = 3a_{n-1} + 2^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

7. Idem 2. para la sucesión de Fibonacci

$$F(0) = 1, F(1) = 1, \quad F(n+1) = F(n) + F(n-1)$$

8. Idem 2. para la sucesión definida por

$$F(0) = 2, F(1) = 5, \quad F(n+1) = 2F(n) - F(n-1)$$

9. Haga un programa que, dados  $n \in \mathbb{N}$  y  $k \in \mathbb{N}_0$  tal que  $k \leq n$ , calcule  $\binom{n}{k}$

i) usando que  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

ii) usando que

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = 0 \text{ o } k = n \\ \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} & \text{si } 0 < k < n \end{cases}$$

Pruebe el programa para  $n = 11$  y  $k = 6$ . . El resultado debería ser 462.

10. Denotemos por  $F(n, k)$  ( $1 \leq k \leq n$ ) a la cantidad de maneras en que pueden distribuirse  $n$  bolitas numeradas en  $k$  cajas distintas con la condición de que ninguna caja quede vacía.

Entonces  $F(n, 1) = 1$ ,  $F(n, n) = n!$  y  $F(n+1, k) = k (F(n, k) + F(n, k-1))$  para  $1 < k < n$ . Haga un programa que, dados  $n$  y  $k$ , calcule  $F(n, k)$ .

11. Haga un programa que, dado  $n$ , halle la escritura en base 3 de  $n$ .

12. Haga un programa que, dado  $n$ , determine el menor  $k \in \mathbb{N}$  tal que  $f^k(n) = 1$ , donde  $f^k = \underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_k$  y  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  es la función definida por

$$f(n) = \begin{cases} 3n + 1 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

Pruebe el programa para  $n = 328$ . El resultado debería ser  $k = 112$

Nota: Determinar si existe un tal  $k$  para cualquier  $n$  dado es un problema abierto conocido como la Conjetura de Siracusa debido a que fue planteado originalmente en la Universidad de Siracusa.

13. Dados  $a$  y  $b$ , calcule el máximo común divisor entre  $a$  y  $b$ . Pruebe el programa para  $a = 1768$  y  $b = 3718$ . El resultado debería ser 26.

14. Haga un programa que calcule, en base 3, la suma de dos números dados en base 3.

15. Haga un programa que, dados  $a$  y  $n$ , calcule el resto de la división de  $a^n$  por 1009. Pruebe el programa para

i)  $a = 1010$  y  $n = 299$

ii)  $a = 246$  y  $n = 1008$

iii)  $a = 29$  y  $n = 38$ . El resultado debería ser 25

iv)  $a = 7$  y  $n = 1019$ . El resultado debería ser 542

v)  $a = 1020$  y  $n = 23$ . El resultado debería ser 390

vi)  $a = 2020$  y  $n = 1065$ . El resultado debería ser 3

vii)  $a = 90020$  y  $n = 18654$ . El resultado debería ser 116

16. Haga un programa que, dado  $n$ , lo factorice en producto de primos.

17. Programe en J el algoritmo que se describe a continuación:

INPUT:  $a, b \in \mathbb{Z}$

i) Calcular  $K = a.b$

ii) Si  $b > a$  entonces llamar  $a$  a  $b$  y  $b$  a  $a$ .

iii) Inicializar  $R = 0$

iv) Si  $a$  es impar, reemplazar  $R$  por  $R + b$

v) Reemplazar  $a$  por  $\lfloor \frac{a}{2} \rfloor$ . Reemplazar  $b$  por  $2b$ .

vi) Si  $a > 0$  ir a iv)

vii) Calcular  $K - R$ .

Pruebe el programa para diversos valores de  $a$  y  $b$  y compruebe que siempre el resultado es cero. Descubra porqué.

18. i) Defina una función que, aplicada a un vector  $x$ , devuelva como resultado un  $i$  tal que  $x_i$  sea la máxima componente de  $x$ .
- ii) Haga un programa que, dado un vector, ordene sus coordenadas de mayor a menor.
19. Haga un programa que,
- i) dado  $n$ , calcule todas las permutaciones de  $12345\dots n$  y luego calcule su suma. Verifique que el programa funciona bien para  $n = 5$ .
- ii) dado un vector  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  tal que cada  $x_i$  es un entero no negativo, calcule todas las permutaciones de  $x$ . Pruebe el programa para  $x = (7, 0, 2, 7, 7, 2)$ .