

CAPÍTULO 13

INDICES Y MARCAS

En matemática (a nivel elemental se da con particular frecuencia en geometría) se agregan marcas o índices numéricos a las letras, que permiten entre otras cosas utilizar una cantidad no tan grande de éstas para identificar los puntos, los elementos de una sucesión numérica, o para indicar que se ha efectuado alguna transformación como por ejemplo el cálculo de complemento de un conjunto, etc.

Así, si en un contexto aparecen seis puntos, puede utilizarse para todos la letra p e identificar cada uno con un número entre 1 y 6.

En caracteres visuales el número se ubica junto a la letra o símbolo al cual afecta, en la parte inferior derecha y en tamaño más pequeño. Estos números reciben el nombre de “subíndices a derecha” o simplemente “subíndices”. Los subíndices pueden también ser letras, según veremos en los ejemplos.

En matemática se utilizan también los subíndices a la izquierda, así como los índices ubicados en la parte superior, llamados “superíndices” (a izquierda o a derecha, según el caso).

Veremos luego un esquema en el cual se muestran todas las posibilidades, incluso la ubicación de índices “en “superescrito” y “suscrito”; esto es, en la parte superior o inferior pero al centro (ni a la derecha ni a la izquierda).

La notación de los superíndices a derecha es igual a la de los exponentes de potencias.

En Braille, debemos usar para los subíndices un indicador similar al utilizado para los exponentes, cuyas reglas de uso serán, por otra parte, las mismas ya estudiadas para aquéllos.

Indicador de subíndice: $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ (34)

Ejemplos:

p sub uno: p_1 $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

p sub dos: p_2 $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

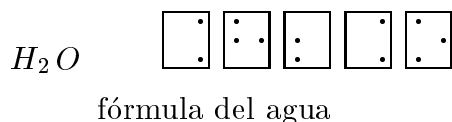
p sub tres: p_3 $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

p sub cinco:	p_5	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$
R sub n :	R_n	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$
A sub i :	A_i	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$
x sub $i + j$:	x_{i+j}	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$
a sub ij :	a_{ij}	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$
c sub i_0 :	c_{i_0}	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

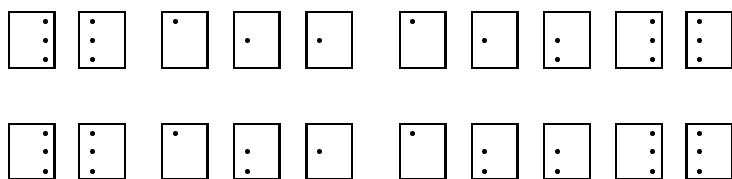
Para las fórmulas químicas y las matrices, puede adoptarse una notación abreviada que **únicamente** rige en esos dos casos excepcionales:

Los subíndices numéricos podrán representarse sin el signo numérico y con los puntos de la quinta serie, suprimiéndose el indicador de subíndice.

Por ejemplo:



$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$



Esta es la representación de la matriz de elementos a_{11} , a_{12} , a_{21} y a_{22}

A continuación, se reproduce el esquema que figura en el “Código Matemático Unificado para la Lengua Castellana” en el cual se grafican las seis posibles posiciones de los índices. Esas posiciones han sido numeradas de 1 a 6.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ \mathbf{Z} \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 6 \end{array}$$

En todos los casos, las normas coinciden con las vistas para los subíndices y superíndices a derecha.

Los indicadores respectivos de todas las posiciones son los siguientes:

Superíndice a izquierda: $\square \square$ (4, 16) (corresponde a la posición 1)

Superescrito: $\square \square$ (16, 16) (corresponde a la posición 2)

Superíndice a derecha: \square (16) (corresponde a la posición 3)

Subíndice a izquierda: $\square \square$ (6, 34) (corresponde a la posición 4)

Suscrito: $\square \square$ (34, 34) (corresponde a la posición 5)

Subíndice a derecha: \square (34) (corresponde a la posición 6)

Marcas en posición de superíndice a derecha:

Ya hemos hablado de las marcas “prima”, “segunda” y “tercera”.

Es muy frecuente el empleo en la escritura común de algunas marcas ubicadas en la posición de superíndice a derecha. Un ejemplo lo constituyen los signos “más” o signos “menos” que se utilizan para representar -respectivamente- las cargas positivas y negativas en química.

En Braille se escriben esos signos inmediatamente después de la letra o conjunto de letras al cual afectan, seguidos del punto 3.

Por ejemplo:

V^+ $\square \square \square \square$

S^{--} $\square \square \square \square \square$

A° $\square \square \square \square$

$$A^* \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

Los índices “prima”, “segunda” y “tercera” son un caso particular de marcas en posición de superíndice a derecha, pero debido a la frecuencia con que aparecen, se conviene no poner el punto 3.

Tal como se hace en la notación común, en caso de que alguna de estas marcas en posición de superíndice deba consignarse cuatro o más veces, se pondrá el número de marcas y luego una sola de ellas.

Por ejemplo:

$$z^{4+} \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

Marcas en otras posiciones:

Si los signos de suma, los círculos, etc. aparecen en alguna otra posición de las mencionadas en la pág. 117, se adoptarán las mismas convenciones, pero deberá consignarse el indicador correspondiente. Esto vale cualquiera sea la posición.

Por ejemplo:

$$V_{++} \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

$$,x \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \square \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

Marcas en superescrito y suscrito:

Ya nos hemos referido a varias marcas en superescrito al estudiar la forma de representar expresiones matemáticas ligadas con la geometría.

Vamos a recordarlas y a agregar algunas más:

$$\text{Barra horizontal: } \text{—} \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad (4, 14)$$

$$\text{Flecha horizontal: } \rightarrow \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad (25, 2)$$

$$\text{Línea ondulada: } \sim \quad \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \square \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad (5, 26)$$

Doble barra horizontal: \equiv \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ (4, 14, 4, 14)

Subrayado: $\underline{\quad}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ (6, 36)

Ejemplos:

\cong \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ $\square^{\cdot\cdot}$

\cong \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ $\square^{\cdot\cdot}$

\cong \square^{\cdot} \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$

Debe recordarse que en caso de que alguna de estas marcas afecte a más de un símbolo, se utilizarán los paréntesis auxiliares, de acuerdo con las normas generales que rigen el empleo de estos unificadores (ver pág. 55).

Haremos una observación sobre la doble barra:

Gráficamente, la doble barra es una marca formada por dos barras paralelas de igual longitud, ubicadas en la parte superior de letras o símbolos; pero el sentido de su aparición puede estar dado por la aplicación reiterada de cierta correspondencia.

Por ejemplo, el complemento del complemento de un conjunto A puede representarse mediante una barra aplicada a la “ A con barra”, escribiendo:

\square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} \square^{\cdot}

aunque no es incorrecto representarlo así:

\square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$

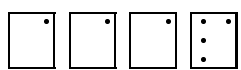
Sin embargo, tal como hemos dicho varias veces, no debe ponerse al transcriptor en la situación de decidir ante una expresión cuya representación varíe de acuerdo con el sentido. Si la barra es doble, según se dijo su transcripción será:

\square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ \square^{\cdot} $\square^{\cdot\cdot}$ (4, 14, 4, 14)

Punto en superescrito: \square^{\cdot} (4)

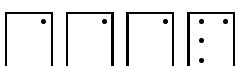
Conviene recordar que deben tomarse las precauciones necesarias para que no haya lugar a confusión.

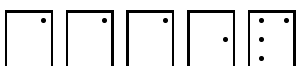
Por ejemplo:


 no representa la letra p con tres puntos sino la letra griega π con dos puntos.


 sí representa la letra p con tres puntos.

O sea:

$\ddot{\pi}$


\ddot{p}


Indices y marcas simultáneos:

Suele ocurrir que un símbolo esté afectado a la vez por más de un índice o por un índice y una marca o por dos marcas, etc.

En caracteres visuales, si se trata de representar, por ejemplo “ x sub 4 al cuadrado”, puede aparecer el 2 ligeramente desplazado hacia la derecha con respecto al 4.

En ese caso se escribe: x_4^2

Es menos frecuente que el orden sea inverso; es decir: que el 4 esté más a la derecha que el 2, ya que esto significaría que “ x al cuadrado” está afectado por un subíndice 4, lo cual, en todo caso no es nada común, y de utilizarse esta forma de subindicar los cuadrados, el autor haría seguramente una aclaración expresa, por ejemplo con un paréntesis. Escribiría entonces quizá: $(x^2)_4$

Aunque un símbolo difícilmente aparezca afectado por más de dos índices o marcas, el Código da un orden natural en el cual deben ubicarse los índices y marcas que afectan a un símbolo o letra, orden que tendrá vigencia siempre que en el texto a transcribir no se altere expresamente, tal como hemos dicho antes con respecto a “ x sub 4 al cuadrado”.

El orden al que deberá ajustarse la aparición de los índices y las marcas, de no alterarse expresamente según lo expuesto, es el siguiente:

- 1º) Marcas en superescrito y suscrito.
- 2º) Símbolo base o portador.
- 3º) Indices numéricos y literales a la izquierda.
- 4º) Marcas a la izquierda.
- 5º) Marcas a la derecha.

6º) Subíndices a la derecha.

7º) Superíndices a la derecha (o exponentes).

Cabe señalar que si bien éste es el orden que figura en el Código, no se incluyen allí las marcas en suscrito, pero es claro que su tratamiento es similar al que reciben las marcas en superescrito. Es realmente muy difícil que aparezcan simultáneamente, pese a lo cual puede adoptarse el criterio de ubicar en primer término las marcas en superescrito y luego las marcas en suscrito.

Ejercicios

1. Represente simbólicamente en caracteres visuales:

a) a sub 4

b) x sub 8

c) x sub $n + 1$

d) La suma: x sub n más 1

e) a sub 1 más a sub 7 es igual a 2

f) a prima sub 4 es menor que a sub 7

2. Transcriba al Sistema Braille sus respuestas del ejercicio 1.

3. Represente en caracteres visuales las siguientes expresiones Braille:

a)

b)

c)

d)

e)

f)

4. Represente simbólicamente, en caracteres visuales, las expresiones:

- a) El segmento de extremos a y b es perpendicular al segmento de extremos a prima y b prima.
- b) La intersección entre los conjuntos A sub 1 y A sub 2 está incluida en el complemento del conjunto A sub k .
- c) La semirrecta de origen x sub 1 que pasa por x sub 2 es paralela al segmento de extremos x prima sub 1 y x prima sub 2.

5. ¿Cuál es la diferencia entre las expresiones siguientes?

