

## C A P Í T U L O 12

### GEOMETRIA

En este capítulo abordaremos la forma de transcribir expresiones que aparecen en el estudio de la “geometría”, y no está demás insistir en el hecho de que estas notas no constituyen un texto (ni siquiera elemental) de “geometría” sino que tan sólo pretenden mostrar la manera de efectuar representaciones en Braille vinculadas con esa materia.

Nos interesa particularmente analizar aquí la notación referida a temas básicos, en la certeza de que con ello, lo tratado en otros capítulos de este trabajo y esencialmente con un buen manejo del Código, podrá afrontarse la representación de cualquier expresión vinculada con la “geometría”.

Pero debe quedar en claro que en el aprendizaje de esta materia no podrán obviarse los gráficos, que contribuyen en gran medida a una mejor comprensión de los temas. En tal sentido, es función importante de maestros y editores la elaboración correcta de gráficos que den al estudiante ciego la oportunidad de acceder a un mejor conocimiento de la materia.

Es necesario tener presente las diferencias de percepción que plantea en las personas ciegas la existencia o no de imagen visual que supone el haber visto alguna vez, pero siempre deben utilizarse los gráficos y es esperable para ello un aprestamiento adecuado de cada estudiante.

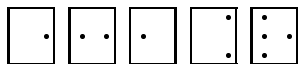
En el presente trabajo se aborda exclusivamente lo relativo a la notación Braille; pero claramente, ambos recursos (la notación y los gráficos) guardan una estrecha relación y debe acudirse simultáneamente a ellos cuando se estudia geometría.

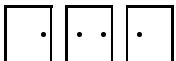
Rectas:

En caracteres visuales, una recta se representa mediante una flecha con dos puntas (una hacia la izquierda y la otra hacia la derecha) ubicada en la parte superior de la letra que designa a la recta.

Si por ejemplo se trata de la recta  $R$ , escribimos:  $\overleftrightarrow{R}$

La representación Braille correspondiente es la siguiente:



donde el signo  (5, 25, 2) representa la flecha de doble punta.

Semirrectas:

Una semirrecta se representa mediante una flecha orientada hacia la derecha y ubicada en la parte superior de las letras que la designan, que por lo general son dos; una para el origen y la otra para un punto -diferente del origen- por el cual pasa la semirrecta.

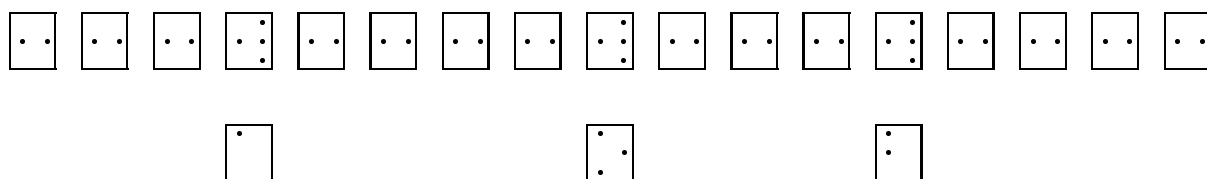
Entonces, para indicar la semirrecta de origen  $o$  que pasa por  $a$ , se escriben las letras  $o$  y  $a$  (en ese orden) y en la parte superior se ubica una flecha con la punta hacia la derecha.

En Braille, esta flecha se representa con el signo  $\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  (25, 2) que se ubica antes de las letras correspondientes.

Para señalar que la flecha “afecta” a las dos letras, se utilizan los paréntesis auxiliares (ver pág. 55).

$\vec{o}a$   $\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

A continuación se muestra una manera de realizar un gráfico utilizando el Braille. En él se ve la representación de una recta y tres puntos que nos permiten definir dos semirrectas.



En el gráfico se observa una recta en la cual se han señalado tres puntos:  $a$ ,  $o$  y  $b$ . El punto  $o$  divide a la recta en dos semirrectas; una de ellas (la que va hacia la izquierda en el dibujo) pasa por el punto  $a$ ; la otra pasa por el punto  $b$ . Ambas se representan en forma análoga:

$\vec{o}a$   $\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

$\vec{o}b$   $\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

Esta representación de la flecha horizontal sobre un símbolo es utilizada también para la notación de los vectores, tal como se ve en el siguiente ejemplo:

$\vec{v}$   $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}$

designa al vector  $v$

Segmentos:

Un segmento se representa mediante una barra horizontal ubicada en la parte superior de las letras que lo designan que, por lo general son dos; una para cada extremo.

No obstante, también puede caracterizarse un segmento con una sola letra o símbolo.

En Braille, la barra horizontal que se ubica sobre un símbolo se representa con el signo

$$\square \square \quad (4, 14).$$

Por lo tanto, el segmento de extremos  $a$  y  $b$  se representa así:

$$\overline{ab} \quad \square \square \square \square \square \square$$

empleando los paréntesis auxiliares con el mismo criterio con que se emplearon para las semirrectas.

Angulos y Arcos en el plano:

En geometría, un ángulo suele indicarse con una letra (griega o latina), con un número o bien con tres letras de las cuales la segunda es la que corresponde al vértice, mientras que la primera y la tercera designan puntos (diferentes del vértice) que pertenecen, respectivamente, a cada lado del ángulo.

En forma análoga a la vista para semirrectas y segmentos, en la parte superior se ubica el dibujo de un pequeño ángulo.

El símbolo Braille correspondiente es el siguiente:

$$\text{Angulo:} \quad \square \square \quad (45, 25)$$

Este signo se antepone a la o las letras con que se designa el ángulo. En caso de utilizarse las tres letras, serán necesarios los paréntesis auxiliares de acuerdo con lo visto en la pág. 55.

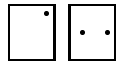
Ejemplos:

$$\text{Angulo alpha:} \quad \hat{\alpha} \quad \square \square \square \square$$

$$\text{Angulo 3:} \quad \hat{3} \quad \square \square \square \square$$

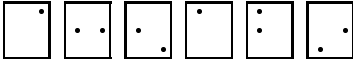
$$\text{Angulo } abc: \quad \hat{abc} \quad \square \square \square \square \square \square \square$$

La convención para los arcos es análoga, con la aclaración de que si se usan puntos para dar un arco determinado, deberán consignarse únicamente dos: los extremos del arco.

Arco:  $\frown$   (4, 25)

Ejemplos:

Arco  $S$ :  $\widehat{S}$  

Arco  $ab$ :  $\widehat{ab}$  

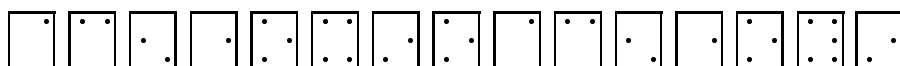
Para segmentos y ángulos se define la relación “es mayor que” cuya representación Braille, según sabemos, coincide con la letra “o”.

Asimismo, suele ocurrir que un extremo de un segmento o el vértice de un ángulo se designe con la letra “o”.

En tal caso se utilizará para la letra “o” el prefijo alfabético correspondiente.

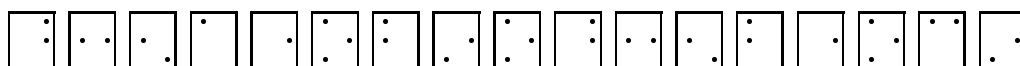
Por ejemplo:

$$\overline{ox} > \overline{oy}$$



el segmento de extremos  $o$  y  $x$  es mayor que el segmento de extremos  $o$  e  $y$

$$\widehat{aob} > \widehat{boc}$$



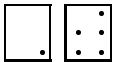
el ángulo  $aob$  es mayor que el ángulo  $boc$

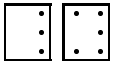
Figuras:

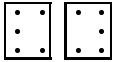
En caracteres visuales -con el fin de simplificar el lenguaje y clarificar las demostraciones de los teoremas- algunos polígonos se simbolizan con la enumeración de sus vértices y un dibujo pequeño de la figura en cuestión.

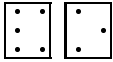
Muy frecuentemente, el triángulo de vértices  $a$ ,  $b$  y  $c$  por ejemplo, suele representarse así:  $\triangle abc$

A continuación damos una lista de símbolos Braille correspondientes a las figuras más comunes:

Triángulo:  (6, 23456)

Cuadrado:  (456, 13456)

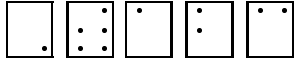
Rectángulo:  (12346, 13456)

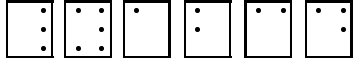
Polígono:  (12346, 135)

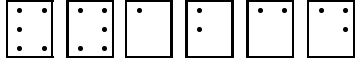
**Nota:**

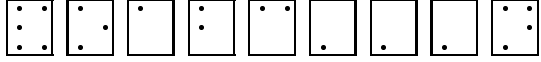
En estas representaciones no se utilizan paréntesis auxiliares, ya que el signo afecta a tantas letras cuantos vértices tenga la figura.

Ejemplos:

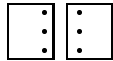
Triángulo  $abc$ :  $\triangle$  

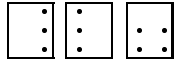
Cuadrado  $abcd$ : 

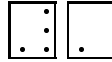
Rectángulo  $abcd$ : 

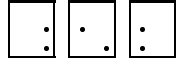
Polígono de vértices  $a, b, c, \dots, n$  

Relaciones geométricas:

Paralelo a:  $\parallel$   (456, 123)

Paralelo e igual a:  $\#$   (456, 123, 2356)

Perpendicular a:  $\perp$   (3456, 3)

Semejante a:  $\sim$   (56, 26, 23)



$$32^\circ 12' \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

$$15^\circ 13' 49'' \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

Algunas marcas conocidas:

Para no utilizar muchas letras, es común en geometría elemental, el empleo de ciertas marcas que, como pequeñas comas, se ubican junto a una letra en la parte superior derecha; estas marcas reciben el nombre de “prima”, “segunda”, “tercera”, etc.

De la “prima” ya hemos hablado en el capítulo anterior.

$$\text{“}a \text{ prima”}: \quad a' \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

$$\text{“}a \text{ segunda”}: \quad a'' \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

$$\text{“}a \text{ tercera”}: \quad a''' \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

Como puede verse, hemos utilizado el elemento Braille  $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  (1256) que se repite en caso de ser necesario.

La similitud entre la representación de la marca “prima” y la del “minuto sexagesimal” se explica por el hecho de que también se da en la notación común.

Otras marcas fueron ya vistas en este trabajo: la flecha horizontal sobre una letra, la barra horizontal sobre una letra, el punto (también en la parte superior), etc.

Otras notaciones utilizadas en geometría:

Aquí daremos algunas notaciones menos elementales; habrá menos ejemplos porque se supone que quien vaya a utilizarlas conoce ya los rudimentos de la teoría.

Producto escalar:

El producto escalar del vector  $x$  por el vector  $y$  puede representarse de varias maneras, en correspondencia con las distintas notaciones que se utilizan en tinta. Dos de ellas (las más usadas) son:

$$\vec{x} \cdot \vec{y} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$





## Ejercicios

En el ejercicio siguiente se dan expresiones que usted tendrá que transcribir; estas expresiones adquieren sentido cuando se dice expresamente cuáles son los puntos que se mencionan. Sin embargo, algunas valen cualesquiera sean los puntos; este último caso será aclarado o se le pedirá a usted que lo haga.

1. Transcriba a la notación en caracteres visuales las siguientes expresiones:

a)  $\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

b)  $\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot}$

$\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

Esta igualdad vale siempre para todo par de puntos distintos  $a$  y  $b$ .

c)  $\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot}$

$\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

d)  $\square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot}$

e)  $\square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot}$

f)  $\square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot}$

$\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

g)  $\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

h)  $\square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot\cdot} \square^{\cdot}$

i)

j)

2. Diga bajo cuáles condiciones valen las relaciones mencionadas en los incisos c), f), i) y j) del ejercicio 1.

3. Represente simbólicamente en Sistema Braille:

- a) El segmento de extremos  $o$  y  $x$  es menor que el segmento de extremos  $a$  y  $b$
- b) El segmento de extremos  $a$  y  $b$  es mayor o igual que el segmento de extremos  $o$  e  $y$
- c) El ángulo  $aob$ , es mayor que el ángulo  $aoc$
- d) El segmento de extremos  $o$  y  $x$  está incluido en la semirrecta de origen  $o$  que contiene al punto  $x$
- e) El triángulo de vértices  $a$ ,  $o$  y  $c$  es semejante al triángulo de vértices  $a'$ ,  $o$  y  $c'$

4. Transcriba al Sistema Braille las siguientes cantidades del sistema sexagesimal:

- a)  $31^\circ 12' 54''$
- b)  $44^\circ 15' 38''$
- c)  $51^\circ 59' 13''$

5. Transcriba a caracteres visuales las siguientes cantidades representadas en Braille:

a)

b)

c)