Investigación Operativa
Segundo Cuatrimestre — 2012

Práctica 3: Programación Lineal II

1. Pruebe que el problema dual del problema dual es el problema primal.

2. Encuentre un problema no factible cuyo dual tampoco sea factible.

3. Resolver los siguientes problemas de programación lineal

(a)
$$\begin{aligned} \min\ z &= x_1 + x_2 \\ \text{s.a.}\quad & -10x_1 + 20x_2 \geq 1, \\ & 10x_1 - 10x_2 \geq 1, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} \min\ z &= 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.}\quad & 2x_1 + 4x_2 \geq 1, \\ & x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ & 2x_1 + x_2 \geq 1, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

4. Considere el siguiente problema de programación lineal.

$$\begin{aligned} \max\ z &= c_1x_1 + c_2x_2 \\ \text{s.a.}\quad & 2x_1 + 3x_2 \leq b_1 \\ & x_1 - x_2 \leq b_2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Con $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $b_1 = 6$ y $b_2 = 2$.

(a) Aplicar el algoritmo SIMPLEX para encontrar el óptimo. Justifique todos los pasos que realiza.

(b) En qué intervalo puede moverse c_1 para que el punto óptimo siga siendo el mismo? Justifique.

(c) En qué intervalo puede moverse b_1 para que la base óptima siga siendo la misma? Justifique.

(d) Formule el problema dual del problema original.

(e) Encuentre el óptimo del dual usando el Teorema de Holgura Complementaria.

(f) Suponga que b_1 aumenta de 6 a $6,5$, en cuánto mejora la función objetivo? Justifique sin realizar ningún calculo adicional.

(g) Suponga que b_2 aumenta de 2 a 3, en cuánto mejora la función objetivo? Justifique sin realizar ningún calculo adicional.

5. Para cada $\theta \in \mathbb{R}$ considere el problema

$$\begin{aligned} \max\ z &= (10 - 4\theta)x_1 + (4 - \theta)x_2 + (7 + \theta)x_3 \\ \text{s.a.}\quad & 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Sean x_4 y x_5 las variables de holgura para las restricciones respectivas.

(a) Aplicar el algoritmo SIMPLEX para encontrar el óptimo para $\theta = 0$.

(b) Determine el intervalo de valores de θ para que la solución básica factible anterior siga siendo óptima.

(c) Suponiendo que θ pertenece al intervalo encontrado en el item anterior encuentre el intervalo de b_1 para que la base factible óptima anterior siga siendo la misma. Repetir para b_2.

(d) Analizar el caso en que se mueven b_1 y b_2 a la vez.

(e) Formule el problema dual del problema original.

(f) Suponiendo que θ pertenece al intervalo encontrado anteriormente, encuentre el óptimo del problema dual usando el teorema de Holgura Complementaria.

6. Resolver usando *Branch and Bound* los siguientes problemas

(a)
$$\begin{aligned} \max\ z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a.}\quad & 2x_1 + 3x_2 \leq 19 \\ & 7x_1 + 3x_2 \leq 43 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} \max\ z &= 10x_1 + 15x_2 \\ \text{s.a.}\quad & 8x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ & 15x_1 + 30x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

nota: Encuentre los optimos de los problemas lineales de forma grafica (o como le resulte más fácil).

Leonid Genrikhovich Khachiyan
1952 - 2005

Fue un matemático sovietico de origen armenio que se hizo famoso por su algoritmo del Elipsoide: el primer algoritmo polinomial conocido para resolver el problema de programación lineal.