Investigación Operativa
Segundo Cuatrimestre — 2012

Práctica 2: Programación Lineal

1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua.

(a) Pruebe que si f es localmente convexa entonces f es convexa.

(b) Supongamos que f es de clase C^2. Pruebe que f es convexa si y solo si $f'' \geq 0$.

2. Construya un ejemplo en el que el algoritmo SIMPLEX encuentre una solución óptima antes de que c_i sea positivo para todo i. Muestre que si ese es el caso entonces la solución tiene que ser degenerada.

3. ¿Puede una columna que acaba de dejar la base volver a entrar en el siguiente paso del algoritmo SIMPLEX?

4. Demostrar que el problema de minimizar cx sujeto a $Ax = b$ carece de interés porque sobre $\{x : Ax = b\}$ no existe el mínimo de cx o bien cx es constante.

5. Muestre que el problema

$$\begin{aligned} \min\ z = |x| + |y| + |z| \\ \text{s.a.}\quad x + y \leq 1, \\ 2x + z = 3, \end{aligned}$$

puede resolverse aplicando SIMPLEX a un problema de programación lineal conveniente.

6. Supongamos que se ha resuelto un problema de programación lineal y se desea incorporar al planteo una nueva variable no negativa con sus correspondientes datos. ¿Cómo se puede proceder sin rehacer todos los cálculos?

7. Resolver, aplicando SIMPLEX, los problemas

(a)
$$\begin{aligned} \min\ & z = x_2 - 3x_3 + 2x_5 \\ \text{s.a.}\quad & x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_5 = 2, \\ & -2x_2 + 4x_3 + x_4 = 12, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} \min\ & z = 3x_1 - x_2 - 3x_3 \\ \text{s.a.}\quad & x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2, \\ & 2x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 1, \\ & -4x_2 + 3x_3 \leq 10, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} \min\ & z = x_1 - 2x_2 - 8x_5 \\ \text{s.a.}\quad & -2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 4, \\ & -x_1 + 2x_2 + x_6 = 7, \\ & 6x_2 + x_4 = 3, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} \min\ & z = x_1 - 2x_3 \\ \text{s.a.}\quad & -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ & x_3 \geq -3, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

8. Resolver aplicando las dos fases de SIMPLEX (*a*) $$\begin{aligned} \min\ z = {} & x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{s.a.}\quad & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ & x_1 - x_3 = 1, \\ & x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

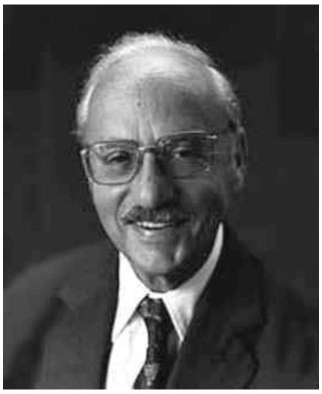
(*b*) $$\begin{aligned} \min\ z = {} & 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a.}\quad & 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 30, \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 14, \\ & 3x_1 - 4x_3 \geq -15, \\ & x_1 - 2x_3 = 0, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

9. Consideremos el siguiente problema de programación lineal.

$$\begin{aligned} \min\ z = {} & -\frac{3}{4}x_1 + 150x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 6x_4 \\ \text{s.a.}\quad & \frac{1}{4}x_1 - 60x_2 - \frac{1}{25}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0, \\ & \frac{1}{2}x_1 - 90x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 3x_4 + x_6 = 0, \\ & x_3 + x_7 = 1, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(*a*) Verificar que si se usa como criterio el de elegir el menor r cuando hay empate entoces el algoritmo no termina.

(*b*) Verificar que $(\frac{1}{25}, 0, 1, 0, \frac{3}{100}, 0, 0)$ es una solución óptima y que el valor del funcional en ella es $z_0 = -\frac{1}{20}$.



George Dantzig
1914 - 2005

George Dantzig fue un matematico estadounidense que hizo importantes contribuciones a la Investigación Operativa. Él desarrolló el algoritmo simplex para resolver problemas de programación lineal.