Definir una **categoría** $\mathcal{C}$ es dar:

objetos: Una clase, denotada $\mathrm{Obj}(\mathcal{C})$.

flechas: $\forall X, Y \in \mathrm{Obj}(\mathcal{C})$, un conjunto

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, Y)$$

(a veces denotado $[X, Y]$, $[X, Y]_{\mathcal{C}}$, $\mathcal{C}(X, Y)$, $Mor[X, Y]$).

satisfaciendo:

C1: (técnico) Si $X, X', Y, Y' \in \mathrm{Obj}(\mathcal{C})$
si $X \neq X'$, o $Y \neq Y'$,
$\Rightarrow \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, Y) \cap \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X', Y') = \emptyset$.

C2: $\forall X, Y, Z \in \mathrm{Obj}(\mathcal{C})$, una función ("composición")

$$\begin{aligned} \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(Y, Z) \times \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, Y) &\to \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, Z) \\ (f, g) &\longmapsto f \circ g \end{aligned}$$

que es asociativa (en el sentido obvio).

C3: $\forall X \in \mathrm{Obj}(\mathcal{C})$, $\exists$ "Id_X" $\in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, X)$, neutro para la composición.

- Sets: objetos= conjuntos, flechas= funciones.
- Si $\mathrm{Obj}(\mathcal{C}) = \{a\}$, entonces, una categoria con esos objetos es lo mismo que el dto de un monoide asociativo con 1:

$$M := \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(a, a)$$

puesto que es el unico conjunto de flechas que hay que dar, y los axiomas son justamente de monoide con 1.
- Top, Var^{∞}, kVect, A-mod, Gr, An, Sets_0, Top_0, $(I, \leq)$,...

Ejercicios:

- Dar ejemplos de categorias
- Ir al campus, escribirlos en la wiki
- Ir pensando en la definicion de funtor.

Hasta la proxima!