

La  
BREVE ETERNIDAD  
de las  
MATEMATICAS

Juan Pablo Pinasco (UBA)  
Mar del Plata, UMA 2009

# La breve eternidad - 1

---

## LOS ORIGENES

# Las Primeras Matematicas

---

Prehistoria

(??? - 8000 a. C.)

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica
- $5 \times 10^6$  *Australopitecus*

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica
- $5 \times 10^6$  *Australopitecus*
- $2.2 \times 10^6$  *Homo Habilis*, extingue al anterior (?), emigra a Asia y Europa

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica
- $5 \times 10^6$  *Australopitecus*
- $2.2 \times 10^6$  *Homo Habilis*, extingue al anterior (?), emigra a Asia y Europa
- $1.8 \times 10^6$  – 300000 a. C., *Homo Erectus*, en China ocupa cavernas; armas, martillos, usa el fuego,...

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica
- $5 \times 10^6$  *Australopitecus*
- $2.2 \times 10^6$  *Homo Habilis*, extingue al anterior (?), emigra a Asia y Europa
- $1.8 \times 10^6$  – 300000 a. C., *Homo Erectus*, en China ocupa cavernas; armas, martillos, usa el fuego,...
- 200000 – 30000 a. C., *Neanderthalensis*, fuego, pinturas, funerales

# Breve repaso historico

---

- ??? Recolectores de frutas, ocupaban Africa, sureste de Europa y Asia, Centroamérica
- $5 \times 10^6$  *Australopitecus*
- $2.2 \times 10^6$  *Homo Habilis*, extingue al anterior (?), emigra a Asia y Europa
- $1.8 \times 10^6$  – 300000 a. C., *Homo Erectus*, en China ocupa cavernas; armas, martillos, usa el fuego,...
- 200000 – 30000 a. C., *Neanderthalensis*, fuego, pinturas, funerales
- 30000 a. C., *Homo Sapiens* (Cromagnon, 70000)

# Breve repaso historico

---

Sabemos poco de esa época

# Breve repaso historico

---

Sabemos poco de esa época

Se basa mucho en "tribus en vías de desarrollo"

# Breve repaso historico

---

Sabemos poco de esa época

Se basa mucho en "tribus en vías de desarrollo"

Y en restos fechados con esa antigüedad

# Breve repaso historico

---

Sabemos poco de esa época

Se basa mucho en "tribus en vías de desarrollo"

Y en restos fechados con esa antigüedad

La interpretación de los objetos suele dejar dudas

# Representacion de la realidad

---

# Representacion de la realidad

---

Aparecen *modelos mentales* individuales

# Representacion de la realidad

---

Aparecen *modelos mentales* individuales

Luego, *modelos orales* que pueden ser compartidos

# Representacion de la realidad

---

Aparecen *modelos mentales* individuales

Luego, *modelos orales* que pueden ser compartidos

Finalmente, *modelos graficos*, que pueden sobrevivir  
(algunos hasta hoy día)

# Representacion de la realidad

---

Aparecen *modelos mentales* individuales

Luego, *modelos orales* que pueden ser compartidos

Finalmente, *modelos graficos*, que pueden sobrevivir  
(algunos hasta hoy día)

(*apres* P. Jakovkis)

# Origen

---

# Origen

---

- La Cantidad

# Origen

---

- La Cantidad
- El Tamaño

# Origen

---

- La Cantidad
- El Tamaño
- La Forma

# Origen

---

- La Cantidad
- El Tamaño
- La Forma
- El Cambio

# Origen

---

- La Cantidad
- El Tamaño
- La Forma
- El Cambio
- La Suerte

# Origen

---

- La Cantidad
- El Tamaño
- La Forma
- El Cambio
- La Suerte
- La Periodicidad

# Periodicidad

---

La repetición de fenómenos es clave

# Periodicidad

---

La repetición de fenómenos es clave

A mayor regularidad en la repetición, mayor chance de que se los identifique

# Periodicidad

---

La repetición de fenómenos es clave

A mayor regularidad en la repetición, mayor chance de que se los identifique

Día y noche, ciclo lunar / menstrual, estaciones, movimiento planetario

# Periodicidad

---

La repetición de fenómenos es clave

A mayor regularidad en la repetición, mayor chance de que se los identifique

Día y noche, ciclo lunar / menstrual, estaciones, movimiento planetario

Es una forma de simetría que exige una participación activa: descubrir el período

# Blombos

---

120000 - 100000 a. C.

[primero se estimó en 80000-70000 a. C.]

# Venus de Laussel

---

35000 - 30000 a. C.

[45cm, el cuerno tiene 13 marcas]

# El hueso de Blanchard

---

25000 - 17000 a. C.,

[Francia, 32000 - 25000 a. C., ciclo lunar de dos meses]

# El hueso de Ishango

---

25000 - 17000 a. C.,

[Zaire, primero se estimó 8000 - 6500 a. C., tiene una  
piedra en la punta]

# Pinturas de Lascaux

---

25000 - 13000 a. C.,

[Francia, pinturas de animales]

# Armas

---

- Arcos y flechas
- Arpones y anzuelos
- Boomerangs

# Primera crisis

---

Fin de la Edad de Piedra

# La breve eternidad - 2

---

## LAS PRIMERAS CIVILIZACIONES

# Fin de la Edad de Piedra

---

8000 – 3000*a.C.*

- Cambio climático

# Fin de la Edad de Piedra

---

8000 – 3000*a.C.*

- Cambio climático
- Las grandes praderas se vuelven desérticas

# Fin de la Edad de Piedra

---

8000 – 3000*a.C.*

- Cambio climático
- Las grandes praderas se vuelven desérticas
- Humanos y animales migran a los valles de los grandes ríos: Nilo, (Sahara), Tigris y Eufrates (Medio Oriente), Río Amarillo en China (desierto de Gobi)

# Fin de la Edad de Piedra

---

8000 – 3000*a.C.*

- Cambio climático
- Las grandes praderas se vuelven desérticas
- Humanos y animales migran a los valles de los grandes ríos: Nilo, (Sahara), Tigris y Eufrates (Medio Oriente), Río Amarillo en China (desierto de Gobi)
- Revolución agrícola

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones
- Primeras obras de ingeniería: diques y canales

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones
- Primeras obras de ingeniería: diques y canales
- Nacen las ciudades. Arquitectura 'permanente'

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones
- Primeras obras de ingeniería: diques y canales
- Nacen las ciudades. Arquitectura 'permanente'
- Edad del Bronce (y luego hierro)

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones
- Primeras obras de ingeniería: diques y canales
- Nacen las ciudades. Arquitectura 'permanente'
- Edad del Bronce (y luego hierro)
- Aparece una división de oficios, y gente con tiempo libre

# Primeros conocimientos

---

- Aparece el lenguaje escrito
- La falta de agua obliga a registrar los períodos de lluvias o inundaciones
- Primeras obras de ingeniería: diques y canales
- Nacen las ciudades. Arquitectura 'permanente'
- Edad del Bronce (y luego hierro)
- Aparece una división de oficios, y gente con tiempo libre
- Nace el comercio

# Estructuras sociales

---

- Ciudades-estados

# Estructuras sociales

---

- Ciudades-estados
- Alianzas o anexiones

# Estructuras sociales

---

- Ciudades-estados
- Alianzas o anexiones
- Clases sociales

# Estructuras sociales

---

- Ciudades-estados
- Alianzas o anexiones
- Clases sociales
- Primera guerra: en Basora (!), entre Sumer (Irak) y Elam (Iran), por agua

# Estructuras sociales

---

- Ciudades-estados
- Alianzas o anexiones
- Clases sociales
- Primera guerra: en Basora (!), entre Sumer (Irak) y Elam (Iran), por agua
- Primeros imperios

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto
- 3000 aC: Troya, Atenas

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto
- 3000 aC: Troya, Atenas
- 2500 aC: Acadios - 3ra dinastía  
escritura cuneiforme en arcilla cocida,  
jeroglíficos en papiro en las pirámides

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto
- 3000 aC: Troya, Atenas
- 2500 aC: Acadios - 3ra dinastía  
escritura cuneiforme en arcilla cocida,  
jeroglíficos en papiro en las pirámides
- 1900 aC: Asirios

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto
- 3000 aC: Troya, Atenas
- 2500 aC: Acadios - 3ra dinastía  
escritura cuneiforme en arcilla cocida,  
jeroglíficos en papiro en las pirámides
- 1900 aC: Asirios
- 1700 aC: Hammurabi - Moscú y Rhind (Ahmes)

# Primeras civilizaciones

---

- 3500 aC: Sumerios (en Irak)
- 3100 aC: Menfis - Se unifica Egipto
- 3000 aC: Troya, Atenas
- 2500 aC: Acadios - 3ra dinastía  
escritura cuneiforme en arcilla cocida,  
jeroglíficos en papiro en las pirámides
- 1900 aC: Asirios
- 1700 aC: Hammurabi - Moscú y Rhind (Ahmes)
- 1700-1200 aC: Hititas

# Matematicas en Babilonia/1

---

- Larsa 1855 [ver imagen]

# Matemáticas en Babilonia/2

---

- Columnas 2, 4, 5 iguales. La clave está en 1 y 3
- En la tercera están los números del 49 al 60 (base 60)
- En la primera, sus cuadrados:

$$49^2 = 2401 = 60 \times 40 + 1$$

$$50^2 = 2500 = 41 \times 60 + 40$$

...

$$60^2 = 3600 = 1 \times 60^2$$

# Matemáticas en Babilonia/3

---

- Plimpton 322 (1969) [ver imagen]

# Matematicas en Babilonia/4

---

- titulo de las columnas: *ib-sa del frente, ib-sa de la diagonal*

# Matematicas en Babilonia/4

---

- titulo de las columnas: *ib-sa del frente, ib-sa de la diagonal*
- Se ignora el significado exacto de *ib-sa*

# Matemáticas en Babilonia/4

---

- título de las columnas: *ib-sa del frente*, *ib-sa de la diagonal*
- Se ignora el significado exacto de *ib-sa*
- Ternas pitagóricas: 3-4-5 no, 5-12-13 no; la menor es 45-60-75

# Matemáticas en Babilonia/4

---

- título de las columnas: *ib-sa del frente, ib-sa de la diagonal*
- Se ignora el significado exacto de *ib-sa*
- Ternas pitagóricas: 3-4-5 no, 5-12-13 no; la menor es 45-60-75
- son 15 de las 16 ternas pitagóricas con desarrollo sexagesimal finito de  $c/a$  generadas como  
 $a = m^2 - n^2$ ,  $b = m^2 + n^2$ ,  $c = 2mn$ ,  $n \leq 60$ ,  
 $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$  con  $\tan(\alpha) = c/a$

# Matemáticas en Babilonia/4

---

- título de las columnas: *ib-sa del frente*, *ib-sa de la diagonal*
- Se ignora el significado exacto de *ib-sa*
- Ternas pitagóricas: 3-4-5 no, 5-12-13 no; la menor es 45-60-75
- son 15 de las 16 ternas pitagóricas con desarrollo sexagesimal finito de  $c/a$  generadas como  
$$a = m^2 - n^2, b = m^2 + n^2, c = 2mn, n \leq 60,$$
$$30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ \text{ con } \tan(\alpha) = c/a$$
- Hay errores en algunos números (no sistemáticos, no se propagan a las otras columnas)

# Matematicas en Babilonia/5

---

- Yale YBC 7289 [ver imagen]

# Matemáticas en Babilonia/6

---

- Los números se relacionan así:

$$30 \times 1, 24, 51, 10 = 42, 25, 35$$

# Matemáticas en Babilonia/6

- Los números se relacionan así:

$$30 \times 1, 24, 51, 10 = 42, 25, 35$$

- Están en base 60 y no tienen el 0, con lo cual

$$30 = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$1, 24, 51, 10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 + \frac{42}{60} + \frac{25}{60^2} + \frac{35}{60^3}$$

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)
- Conocían progresiones aritméticas y geométricas

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)
- Conocían progresiones aritméticas y geométricas
- Suman  $1 + \dots + 2^9$  como  $2^9 + (2^9 - 1)$

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)
- Conocían progresiones aritméticas y geométricas
- Suman  $1 + \dots + 2^9$  como  $2^9 + (2^9 - 1)$
- $1^2 + \dots + n^2 = \left(1 \cdot \frac{1}{3} + n \cdot \frac{2}{3}\right) (1 + \dots + n)$

# Matemáticas en Babilonia/7

---

- Resolvían ecuaciones cuadráticas (hallar dos números conociendo su suma y su producto)
- Conocían progresiones aritméticas y geométricas
- Suman  $1 + \dots + 2^9$  como  $2^9 + (2^9 - 1)$
- $1^2 + \dots + n^2 = \left(1 \cdot \frac{1}{3} + n \cdot \frac{2}{3}\right) (1 + \dots + n)$
- Tablas astronómicas extensas, constelaciones del zodiaco

# Matemáticas en Egipto/1

---

- Fuente: Papiro Rhind (6m × 33cm) y Moscú (también conocidos como Ahmes)

# Matemáticas en Egipto/1

---

- Fuente: Papiro Rhind (6m × 33cm) y Moscú (también conocidos como Ahmes)
- Fracciones unitarias: salvo  $2/3$  y  $3/4$ , todas tenían al 1 como numerador. Algunas fracciones tenían símbolos especiales ( $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/12$ ,  $1/20$ ,  $1/320$ )  
Escribían

$$\frac{\cdot}{\text{numero}}$$

Tenían tablas para representar otras fracciones, tales como:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

# Matemáticas en Egipto/2

---

- *Regula Falsi* para ecuaciones lineales:

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

$$x = 4$$

$$4 + \frac{4}{4} = 5$$

$$x = 4 \times 3 = 12$$

# Matemáticas en Egipto/2

- *Regula Falsi* para ecuaciones lineales:

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

$$x = 4$$

$$4 + \frac{4}{4} = 5$$

$$x = 4 \times 3 = 12$$

- Conocían progresiones aritméticas y geométricas, proporciones directas e inversas

# Matemáticas en Egipto/3

---

- arpedonaptas, tiradores de cuerdas

# Matemáticas en Egipto/3

---

- arpedonaptas, tiradores de cuerdas

- $\pi = 4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2$

# Matemáticas en Egipto/3

---

- arpedonaptas, tiradores de cuerdas
- $\pi = 4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2$
- Volumen de una pirámide trunca (?)

# Segunda crisis

---

Dark Ages

# Dark Ages

---

~ 1200 - 800 aC:

- Caída de Troya, destrucción de los Micénicos
- Exodo de Israel
- Fenicios fundan Cártago
- Cultura de los campos de urnas
- Cultura Hallstatt (Austria, Alemania)
- Pueblos del Mar