TEORÍA DE TRANSPORTE ÓPTIMO

Descripción del curso

Supongamos que se tiene una pila de material (digamos arena) y un agujero que quiere ser llenado con ese material.

Obviamente, el agujero y el material deben tener el mismo volumen, digamos 1. Modelamos tanto la pila como el agujero con medidas de probabilidad μ y ν definidas respectivamente en ciertos espacios de probabilidad X e Y. Si A y B son dos conjuntos medibles de X e Y respectivamente, $\mu(A)$ mide la cantidad de arena ubicada dentro de A y $\nu(B)$ la cantidad de arena que puede ser ubicada en B.

Mover la arena requiere de cierto esfuerzo, que es modelado por una cierta función de costo $c : X \times Y \to \mathbb{R}$. Informalmente, $c(x, y)$ mide cuánto cuesta transportar una unidad de masa de la posición $x \in X$ a la posición $y \in Y$. Obviamente, supondremos c medible y no negativa.

La pregunta central que se intentará responder en el curso es:

¿Cómo realizar el transporte a costo mínimo?

La teoría de transporte óptimo nació en 1781 con el trabajo de G. Monge [2]. Desde entonces ha sido un tema clásico tanto en teoría de probabilidad como en economía y optimización. Recientemente, ha ganado gran popularidad debido a que muchos investigadores en diferentes áreas de la matemática observaron que este tema estaba fuertemente ligado a sus respectivos campos. La fecha precisa de este renacer del tema es 1987 con el trabajo de Y. Brennier [1]. Este artículo inició el camino para la interrelación entre ecuaciones en derivadas parciales, mecánica de fluidos, geometría, teoría de probabilidad y análisis funcional que fue desarrollado a partir de ahí a través de la contribución de numerosos autores con problemas de transporte óptimo como denominador común.

En este curso, seguiremos las excelentes notas de C. Villani sobre el tema [3].

Referencias

[1] Y. Brennier, *Décomposition polaire et réarrangement monotone des champs de vecteures.* C.R. Acad. Sci. Paris, Série I, 305 (1987), 375–417.

[2] G. Monge, *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais.* In *Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris* (1781), 666–704.

[3] C. Villani, *Topics in optimal transportation.* Graduate Studies in Mathematics, vol. 58, American Mathematical Society (2003).