Topología Algebraica

Primer cuatrimestre - 2017

Práctica 4

Teoría geométrica de grupos

---

1. Probar que $\langle x, y | xyx^{-1}, x^{-1}y^3 \rangle$ cumple la conjetura de Andrews-Curtis, es decir, es Q**-equivalente a $\langle | \rangle$. Probar además que $\langle x, y | x^3y^{-4}, xyxy^{-1}x^{-1}y^{-1} \rangle$ es una presentación del grupo trivial. No se sabe si esta presentación cumple Andrews-Curtis, es uno de los llamados "potenciales contraejemplos".

2. Sea m un entero positivo. Calcular los grupos de homología de $\mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_m$.

3. Sea Γ un LOT que contiene una hoja v que no es label. Probar que Γ (léase $\mathcal{K}_{\mathcal{P}_\Gamma}$) es homotópicamente equivalente al LOT que se obtiene eliminando v y la única arista incidente.

4. Sea Γ un LOT que tiene una arista cuyo label coincide con uno de los vértices adyacentes. Probar que Γ es homotópicamente equivalente a un LOT que tiene una arista menos que Γ.

5. Sea $\mathcal{P}$ una presentación que contiene una relacion r que está en el subgrupo normal generado por las relaciones distintas de r. Probar que $\mathcal{P}$ no es asférica.

6. Probar que la conjetura de Whitehead se verifica si el subcomplejo es simplemente conexo.

7. Sea K un CW-complejo conexo de dimensión 2 y sea L un subcomplejo conexo. ¿Es cierto que la inclusión $L \hookrightarrow K$ induce un monomorfismo en los π_2?

8. Probar que para cualquier grupo H y coeficientes $h_1, h_2, h_3, h_4 \in H$, la ecuación $h_1xh_2yh_3x^{-1}h_4y^{-1}$ en las variables x, y tiene solución en un overgroup de H.

9. Probar que $\mathcal{P} = \langle x | x^2x^{-1} \rangle$ no es DR pero es asférica.

10. Sea $H = \mathbb{Z}_p$ con p un primo impar. Sea h un generador de H. Probar que la ecuación $xhx^{-1}hxh^{-1}x^{-1}h^{-2}$ no tiene solución en ningún overgroup de H.