MEDIDAS DE SOPORTE PREFIJADO Y DIMENSIÓN DE REGULARIDAD (ASSOUAD) ARBITRARIA.

LEANDRO ZUBERMAN
CENTRO MARPLATENSE DE INVESTIGACIONES MATEMATICAS (CEMIM)-UNMDP

Una forma de entender la dimensionalidad de una medida es analizar el comportamiento del tamaño de las bolas cuando su radio varía. La geometría del soporte de una medida condiciona su dimensionalidad. Recíprocamente, el rango de las dimensiones de las medidas soportadas en cierto conjunto, describe la geometría del mismo. En esta charla analizaremos algunos aspectos de estas relaciones entre la dimensión de la medida y su soporte.

Podemos ser un poco más específicos, haciendo uso de un modo atípico de definir la condición de duplicación de una medida (que evita el factor dos que le da su nombre). Una medida es duplicante si existen una constante $C > 0$ y un exponente $t > 0$ tales que para cualquier centro x, para cualquier radio $R > 0$ y cualquier factor de dilatación $\Lambda > 1$ se verifica:

$$\mu(B(x, \Lambda R) \leq C\Lambda^t \mu(B(x, R)). \tag{1}$$

Este exponente $t > 0$ que regula el crecimiento de la medida de las bolas en función de su radio, da una idea de la dimensión de μ y el óptimo (es decir, el menor t que verifica (**??**)) se conoce como la dimensión de regularidad o de Assouad y se nota $\dim_A \mu$.

También está definida la dimensión de Assouad de conjuntos y resulta que la dimensión de regularidad de una medida, está relacionada con la dimensión de Assouad de su soporte. Por ejemplo, $\dim_A(\mu) \geq \dim_A(supp(\mu))$.

Más aún, Volverg y Konyagin probaron que, dado un conjunto E, su dimensión de Assouad es el ínfimo de las dimensiones de regularidad de las medidas soportadas en él, es decir que:

$$\forall \lambda > \dim_A E,\ \exists \mu \text{ con } \operatorname{supp}(\mu) = E \text{ y } \dim_A \mu \leq \lambda. \tag{2}$$

La idea de la charla es describir un poco estas relaciones y dar una idea de cómo mostramos con Kathryn Hare y Franklin Mendivil que si E es un subconjunto compacto de la recta real con dimensión de Assouad positiva, en (**??**) la última desigualdad se puede llevar a una igualdad.