

Análisis esférico matricial en el espacio euclídeo tridimensional con respecto a su grupo conexo de isometrías

Rocío Díaz Martín*

*Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación
Universidad Nacional de Córdoba, CIEM-CONICET

Es sumamente usual plantear y tener que resolver una ecuación $Ax = y$, donde A es una cierta transformación entre espacios, y es dato y x incógnita. Para agilizar tiempos de cómputo es conveniente reemplazar dicha ecuación por una equivalente más sencilla de resolver y se prefieren los sistemas diagonales. Particularicemos al caso en que A es una transformación lineal y continua entre el conjunto de funciones definidas sobre el espacio euclídeo tridimensional, infinitamente diferenciables, con soporte compacto, a valores escalares y su espacio dual. Sobre el espacio euclídeo tridimensional, las transformaciones rígidas forman un grupo con la composición y están parametrizadas por reflexiones, rotaciones y traslaciones. Consideraremos solamente la componente conexa de la identidad de este grupo, es decir, rotaciones y traslaciones, y asumiremos que A conmuta con todas ellas. Esta simetría posibilita escribir a A como un operador de convolución cuyo núcleo es invariante por rotaciones, es decir, radial. En esta charla repasaremos una aplicación de la transformada de Fourier esférica asociada a la diagonalización simultánea de operadores como A , para luego generalizar al caso de operadores aplicados a funciones a valores vectoriales. La definición de la transformada de Fourier esférica requiere del cómputo de las llamadas funciones esféricas. Las presentaremos desde diferentes enfoques para el caso vectorial o matricial. Generalizando la fórmula clásica de Mehler-Heine, uno de los enfoques vincula las funciones esféricas sobre el espacio euclídeo tridimensional con aquellas definidas sobre la esfera en cuatro dimensiones (polinomios de Gegenbauer, en el caso escalar) mediante una fórmula asintótica.

Los resultados que se presentarán están basados en trabajos conjuntos con Fernando Levstein e Inés Pacharoni.