

Programa de Topología 2020

Primera Parte

1. Conjuntos ordenados y bien ordenados. Teorema del buen orden y axioma de elección.
2. Espacios topológicos: definiciones y propiedades básicas. Bases y sub-bases para una topología. Topologías generadas, reticulado de topologías. Puntos de acumulación y redes. Funciones continuas.
3. Topologías iniciales: topología del subespacio, topología producto. Lema del pegado. Topologías finales: unión disjunta y topología cociente.
4. Conexión y arco conexión, componentes. π_0 de un espacio y composición de lazos.
5. Primeros axiomas de separación. Pullbacks y funciones propias. Compacidad. Lema del tubo. Espacios localmente compactos. Compactificación de un punto.
6. Espacios de adjunción y pushouts. Breve introducción elemental a los CW-complejos y a los complejos simpliciales.
7. Axiomas de separación (segunda parte). Lema de Urysohn. Compactificación de Stone-Cech. Paracompacidad y partición de la unidad, breve introducción a las variedades topológicas.
8. Espacios de funciones. Topología compacto-abierta. Ley exponencial.

Segunda Parte

1. Homotopía de funciones y caminos. Equivalencias homotópicas. Espacios contráctiles. Retractos por deformación. Grupoide fundamental y grupo fundamental.
2. Teoría de revestimientos. Propiedades de revestimientos, relación con el grupo fundamental. Grupo fundamental del círculo. Aplicaciones. Teorema de punto fijo de Brouwer. Teorema de Borsuk-Ulam.
3. Teorema de van Kampen y aplicaciones. Productos libres de grupos. Grupo fundamental de grafos. Comportamiento del grupo fundamental al adjuntar 2-celdas. Grupo fundamental de superficies compactas.
4. Existencia y clasificación de revestimientos. Revestimientos normales y transformaciones deck.
5. Introducción a la homología. Complejos de cadenas. Homología simplicial. Complejo singular y homología singular. Invariancia por homotopía. Homología relativa y sucesiones largas. Mayer-Vietoris y escisión.
6. Algunas aplicaciones de la homología: teorema de invariancia de dominio, teorema de invariancia de dimensión y teorema de separación de Jordan. Teoremas de puntos fijos. Nervios de cubrimientos e introducción al análisis topológico de datos.

Bibliografía

- 1) R. Brown. Topology and Groupoids (3rd Edition) Booksurge LLC, 2006.
- 2) J.R. Munkres. Topology: a first course. Prentice-Hall, 1974,
- 3) J. Barmak. Poliedros: Una introducción a la geometría y el álgebra de los complejos simpliciales. Cursos y Seminarios de Matemática, Serie B, DM-FCEN, UBA, 2014.
- 4) A. Hatcher. Algebraic Topology. Cambridge University Press, 2002.
- 5) J.L. Kelley. General Topology. Springer, 1975,
- 6) M. Bridson, A. Haefliger. Metric spaces of non-positive curvature. Springer, 1999.
- 7) N. Bourbaki. General Topology. Springer, 1995.
- 8) W. Metzler and S. Rosebrock (Editores). Advances in Two-Dimensional Homotopy and Combinatorial Group Theory. Cambridge University Press, 2017.