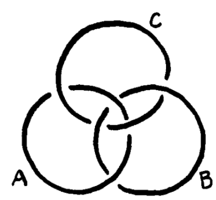
Topología Diferencial- 2017
Práctica Ocho
Nudos y links - Parte 1

1. Sean C_1 y C_2 curvas simples cerradas en $\mathbb{R}^2$ tales que C_1 cae dentro de C_2 (es decir, cae en la componente acotada U de $\mathbb{R}^2 - C_2$). Sea V la componente no acotada de $\mathbb{R}^2 - C_1$. Probar que la clausura de la región entre ambas curvas $\overline{U \cap V}$ es homeomorfa a $S^1 \times I$. Lo mismo sucede si las curvas se ven en S^2.

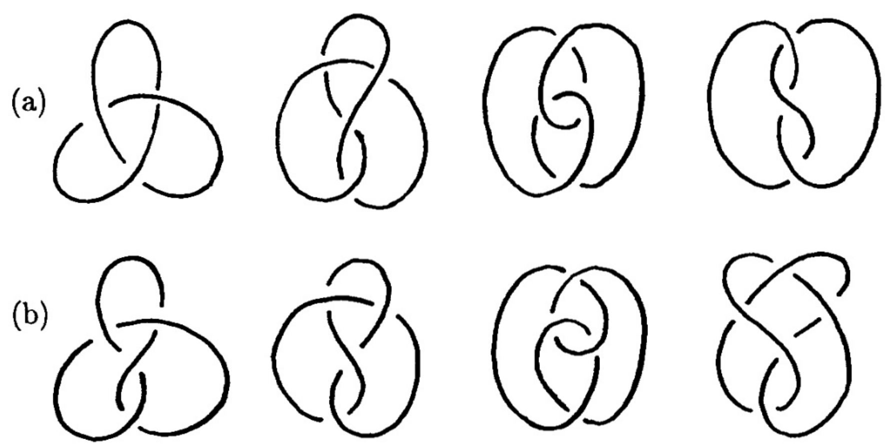
2. Sean L_1 y L_2 dos links en S^2 del tipo $S^1 \cup S^1$. Probar que son equivalentes.

3. Probar que en $\mathbb{R}^2$ hay dos clases de equivalencia de links del tipo $S^1 \cup S^1$ dependiendo si el primer nudo está dentro o fuera del segundo nudo.

4. Probar que el siguiente link de 3 componentes no es equivalente al link trivial de 3 componentes (notar que 2 componentes cualesquiera forman un link trivial).



5. Probar, utilizando movimientos de Reidemeister, que todos los nudos del item (a) de la siguiente figura son equivalentes entre sí y todos los del item (b) son equivalentes entre sí (imágenes sacadas del libro de Prasolov-Sossinsky)



6. Probar que la proyección regular sola de un nudo en un plano sin la información de como es el nudo en los cruces no da ninguna información sobre el nudo. Concretamente: dado un nudo K, la proyección $\pi(K)$ sobre un plano (sin la información de los cruces) coincide con la proyección al mismo plano de un nudo trivial.

7. Sabemos que dos nudos en $\mathbb{R}^2$ o S^2 son equivalentes en el sentido de que existe un homeomorfismo del espacio ambiente que manda un nudo en el otro. Probar que dados dos nudos en $\mathbb{R}^2$ o S^2, son isotópicos.

8. Dado un diagrama de un nudo, llamamos segmentos del diagrama a las porciones de las curvas que van desde un cruce por abajo al siguiente cruce por abajo. Decimos que un diagrama es 3-coloreable si cada segmento del diagrama puede ser pintado con algún color de una paleta de 3 colores, de tal forma que los 3 colores se usen en el diagrama y en cada cruce aparezcan ó los 3 colores o solamente 1 de los tres. Probar que la propiedad de ser 3-coloreable se mantiene estable módulo los 3 movimientos de Reidemeister. Deducir que el trébol no es equivalente al nudo trivial y que tampoco es equivalente a la figura 8.