Topología Diferencial- 2017
Práctica Dos
**Transversalidad**

1. Sean $M, N$ subvariedades de $P$ tales que $M \pitchfork N$. Probar que para todo $p \in M \cap N$, se tiene que $T_p(M \cap N) = T_p(M) \cap T_p(N)$.

2. Se tienen funciones suaves $f : M \to N$ y $g : N \to P$ y una subvariedad $W \subset P$ tal que $g \pitchfork W$. Probar que $f \pitchfork g^{-1}(W)$ si y solo si $gf \pitchfork W$.

3. Sea $V$ un espacio vectorial real y $\Delta \in V \times V$ la diagonal. Sea $A : V \to V$ una transformación lineal y sea $W = \{(v, Av),\ v \in V\}$ el gráfico de $A$. Probar que $W$ es transversal a $\Delta$ si y sólo si 1 no es autovalor de $A$.

4. Sea $f : X \to X$ una función diferenciable y $x \in X$ un punto fijo por $f$. Decimos que $x$ es un punto fijo Lefschetz si 1 no es autovalor de $d_x f : T_x X \to T_x X$. Decimos que $f$ es Lefschetz si todos sus puntos fijos son Lefschetz. Probar que si $X$ variedad compacta y $f$ es Lefschetz entonces $f$ tiene finitos puntos fijos.

5. *a*) Sean $M, N$ variedades y $S \subset M \times N$ subvariedad. Denotamos por $\pi : S \to N$ a la restricción de la proyección. Probar que dado $x \in N$, $M \times \{x\} \pitchfork S$ si y solo si $x$ es valor regular para $\pi$.
   *b*) Sea $f : M \times N \to P$ y $Z \subset P$ subvariedad tal que $f \pitchfork Z$. Para cada $x \in N$ denotamos $f_x : M \to P$ a la función $f_x(y) = f(y, x)$. Probar que $f_x \pitchfork Z$ si y solo si $M \times \{x\} \pitchfork f^{-1}(Z)$.
   *c*) Bajo las hipótesis del item anterior. Probar que $f_x \pitchfork Z$ si y solo si $x$ es valor regular de la función $\pi : f^{-1}(Z) \to N$.

6. Sea $M \subset \mathbb{R}^n$ subvariedad y sea $l < n$. Probar que para casi todo subespacio vectorial $V$ de $\mathbb{R}^n$ de dimensión $l$ se tiene que $V \pitchfork M$.