Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Civil industrial

PROGRAMACIÓN MATEMATICA EN LA CONFECCIÓN DE FIXTURES DEL FÚTBOL CHILENO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTION DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

RODRIGO ALBERTO WOLF YADLIN

PROFESOR GUÍA:

GUILLERMO DURÁN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

CRISTIÁN CORTÉS

RAFAEL EPSTEIN

PABLO REY

SANTIAGO DE CHILE

2009

Para mi mamá

AGRADECIMIENTOS

Uno es sin lugar a dudas lo que es debido a toda la gente que te rodea. Esa misma gente que de una u otra forma te dio o da cariño y ánimo, la que te enseñó y sigue enseñando, la que estuvo o está ahí… Es por eso que quiero aprovechar esta ocasión para agradecer a todos quienes han sido parte relevante de mi formación, pero no sólo de mi formación profesional, sino también y con más fuerza todavía a todos aquellos que han estado conmigo en mi formación como persona, proceso que nunca culmina y en el cual espero seguir teniendo tan buena compañía como la que he poseído hasta ahora.

Quiero agradecer a todas y cada una de las personas que de una u otra forma me han hecho ser quien soy. Quiero también detenerme un momento para dedicarle unas palabras a aquellas personas e instituciones que más han influido en mí.

Le doy las gracias al Colegio Latinoamericano de Integración, lugar que fue mi segundo hogar desde pre-kínder hasta octavo básico y en el cual viví recuerdos inolvidables. Agradezco también al Instituto de Hebreo, la escuela donde cursé enseñanza media, ahí conocí gente muy valiosa de la que he aprendido mucho.

Quiero agradecer también a la Universidad de Chile y a su Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas y en especial al Departamento de Ingeniería Civil Industrial. Las enseñanzas que brinda esta casa de estudios logran traspasar la barrera de lo académico. Demás está decir que la educación que aquí he recibido me permite tener plena confianza de que podré desarrollarme como un profesional exitoso. Pero a fin de cuentas la Universidad logra esto por las personas que la componen, es por ello que le doy sin excepción, las gracias a todos los profesores que he tenido, eso sí más a unos que a otros. Agradezco también a todos sus funcionarios y a mis compañeros.

Quiero detenerme un momento para hacer mención de mis amigos. Algunos han ido cambiando con los años, otros se han mantenido y han aparecido nuevas personas que también han pasado a tener un lugar importante en mi vida. A todos y cada uno de ustedes les quiero dar las gracias por lo que me han entregado y espero sigan aportando. Y sin lugar a dudas les quiero dar las gracias con mayor fuerza a aquellos que están presentes en absolutamente todas las ocasiones que uno los necesita.

Finalmente quiero agradecer a mi familia. Somos pocos, pero muy unidos. Quiero darle las gracias a la Ali, a mi tío, mi tía y a mis primos. A mi papá que siempre me ha acompañado. Pero por sobre todo quiero agradecer a mi yaya, mi tata, al Ale, a la Andrea y a mi mamá, en especial a esta última, todo lo que soy te lo debo a ti.

TABLA DE CONTENIDOS

INDICE DE TABLAS Y FIGURAS

RESUMEN

El presente trabajo se centra en la confección del fixture de Primera A y del fixture de Primera B del fútbol profesional chileno para su temporada 2009. También se analiza el caso del fixture del Torneo de Apertura 2009 de Argentina. Por su parte, esta tesis tiene por finalidad el ser un aporte en el área de *sports scheduling*, solucionando los problemas antes mencionados en tiempos prudentes.

El modelo de programación entera que se desarrolla para Primera A posee 3272 restricciones y 6426 variables binarias. Un problema de estas características es muy difícil de resolver. En tanto que el de Primera B es un poco más pequeño. Si se intenta dar solución a estos problemas en un computador con 4 GB de memoria RAM y procesador Intel Core 2 Duo 2.20 GHz utilizando GAMS y como solver CPLEX 10.2 no hay solución tras más de 100 horas. La misma situación acontece para el problema del fixture de Argentina. Es por ello que se hace necesario implementar una serie de técnicas y procedimientos que permitan acelerar la obtención de resultados.

Los procedimientos implementados en esta tesis permiten obtener soluciones en menos de 5 minutos para Primera A. En tanto que para el problema de Primera B por las particularidades del sistema de torneo existen 3 posibles enfoques de solución. Con uno de los enfoques es imposible obtener soluciones que satisfagan todas las restricciones, con los otros enfoques aquello si es posible, tardándose una de las alternativas desde poco más de 30 minutos a alrededor de 18 horas en arrojar soluciones y la otra obteniéndolas en el orden de los 15 minutos.

Por último, el caso argentino se utiliza para validar las técnicas expuestas en este trabajo. Y los resultados que se obtienen para este problema son bastante positivos, lo que permite reafirmar la validez de lo que se expone en esta tesis.

INTRODUCCIÓN

El fútbol, pasión de multitudes, es por lejos el deporte más popular en Chile, ningún otro deporte logra asistencias tan altas a lo largo de todo el año, el impacto que tiene en los noticieros de los canales de televisión y en los suplementos deportivos de los diarios no lo obtiene ninguna otra actividad deportiva.

En Chile quien dirige los cursos de esta actividad es la ANFP (Asociación Nacional de Fútbol Profesional). La federación chilena nace en 1895 y se asocia a la FIFA en 1913. La FIFA es el organismo que controla el fútbol a nivel mundial, se podría decir que es la ONU de las federaciones de fútbol. A la ANFP están asociados todos los clubes del fútbol profesional chileno y ésta funciona a través de un directorio, el cual es elegido mediante votación por los miembros que la conforman. Es así como la asociación chilena se encarga de organizar los torneos locales, tanto adultos como juveniles, con todo lo que ello implica: estructura del torneo, programación, etc. Además se preocupa de organizar el trabajo de la selección adulta y la de las menores y de normar y hacer respetar las normas de todo lo que está ligado a este deporte.

Por su parte, para que un campeonato de fútbol sea exitoso entran en juego diversos factores. Uno de ellos son los recursos económicos con que cuenta la liga. Es más fácil dar un mejor espectáculo si existen recursos para invertir en jugadores e infraestructura. Eso sí, este punto tiene un cierto carácter circular, ya que si la competencia mejora se generan más recursos, pero a la vez si entran más recursos la liga debería subir su nivel. Este ítem también está muy ligado a la situación económica del país ya que si ésta es buena, más gente asiste a los estadios, más marcas pueden estar dispuestas a auspiciar el campeonato o a los equipos que en éste juegan, etc.

Otro elemento relevante es el sistema de torneo a utilizar. En las diversas ligas de fútbol que existen en el mundo se utilizan principalmente 3 sistemas. El más común es un campeonato en el que juegan todos los equipos entre sí en partidos de ida y vuelta, el campeón es quien obtiene más puntos a lo largo de todo el año. Otra opción, es el llamado “sistema argentino” que consiste en jugar un torneo de Apertura y otro de Clausura, en cada campeonato todos los equipos juegan entre sí, pero sólo una vez (son 2 torneos cortos), el campeón de cada torneo es el que saca mayor puntaje a lo largo de la competencia. Y una tercera alternativa es tener un campeonato que se divide nuevamente en Apertura y Clausura, en el cual en cada uno de estos torneos existen 2 fases: la regular y los *play-off*. En la fase regular se enfrentan todos los equipos entre sí, pero al igual que en el “sistema argentino” lo hacen una única vez, luego los 8 mejores equipos del torneo pasan a jugar los *play-off* partidos de ida y vuelta con eliminación, los cuales culminan con la final del campeonato. Cada sistema tiene sus pros y sus contras. Es muy importante que una asociación elija el sistema de torneo que permita satisfacer de mejor forma las necesidades y expectativas de sus hinchas.

A su vez, un tercer factor a considerar es la calendarización de los partidos. Puede ser muy distinto que el equipo A se enfrente contra el B en la fecha x que en la fecha y. Existen 2 maneras de hacer un fixture: por sorteo o mediante programación matemática. Con la primea alternativa es muy poco lo que se puede contralar, efectivamente es un sorteo, con la segunda opción se pueden lograr grandes cambios en comparación a la primera alternativa en relación a la emoción de las fechas, la equidad deportiva del campeonato, el ahorro en gastos operacionales para los equipos y en los ingresos que genera la competencia.

Chile, al igual que el resto del mundo, ha sido golpeado por la crisis económica, pero la situación a nivel local es bastante más favorable que la de otros países. Además la gente se muestra dispuesta a gastar en fútbol [18], ejemplo de ello es que a comienzos de 2008 1 de cada 10 hogares estaba pagando alrededor de $6.000 mensuales por ver los partidos del fútbol chileno en vivo, la proyección es que a fines de 2009 ese número será aún mayor.

Otro hecho relevante a tener en consideración es que en los últimos años se ha invertido mucho en estadios de fútbol y recintos deportivos [14]. En 2008 el gobierno destinó $57.000 millones para levantar 4 estadios con estándar FIFA y la confección de un Centro Nacional de Entrenamiento Olímpico. A su vez en 2009 el gobierno está invirtiendo $52.000 millones en recintos de alto nivel para la práctica deportiva, esto sin tomar en cuenta los $20.000 millones que se están destinando en la remodelación del Estadio Nacional.

En relación al sistema de torneo, en Chile se juegan 2 torneos cortos con *play-off* (la tercera alternativa). Las razones que avalan a este sistema es que les permite a los equipos "chicos" hacer mejores campañas que con el antiguo sistema (todos contra todos en partidos de ida y vuelta) y que permite tener un torneo más emocionante. Sus principales contras: los equipos que no pasan a los *play-off* se quedan mucho tiempo sin jugar y que es considerado por muchos como poco justo deportivamente hablando.

A su vez, Chile es de los poco países que utiliza programación matemática para confeccionar tanto el fixture del torneo de Primera A, como el de Primera B (segunda división). Y sobre este último punto se seguirá trabajando en profundidad en las siguientes secciones. Los otros países que actualmente es sabido usan esta metodología para confeccionar el fixture de su campeonato local son: Bélgica, Brasil y Noruega.

También en una de las próximas secciones se abordará el caso de la liga argentina, es decir, como sería el fixture de esta competición si se utilizaran modelos matemáticos para confeccionar el calendario. Esta sección se incluye con la finalidad de validar lo que se hace para los casos chilenos.

ESTADO DEL ARTE

Calendarizar un campeonato deportivo puede parecer algo sencillo, sin embargo, en la práctica puede ser algo muy complejo. Cuando lo que se desea va más allá de decidir quién juega con quien en cada fecha y restricciones adicionales de distinta índole son incorporadas, el problema de generar un fixture puede ser un problema de optimización muy difícil de resolver.

Existen distintos aprontes para resolver este tipo de problemas tales como buscar soluciones exactas a través de programación entera, usar heurísticas o utilizar *constraint programming.*

Mucha información para comprender el estado del arte en lo que refiere a investigación de operaciones y calendarización deportiva puede ser extraída de [20]. Acá se lleva a cabo un amplio resumen de distintos trabajos del área realizados en los últimos 30 años. En este trabajo se dividen este tipo de problemas en 2:

- Los que desean minimizar el número de breaks (se entiende por break cuando un equipo juega 2 partidos seguidos de local o 2 partidos seguidos como visita). El objetivo acá es balancear el espectáculo, es decir, que un equipo no pase mucho tiempo jugando lejos de su estadio y que tampoco tenga muchos partidos seguidos de local, esto también se puede considerar más justo deportivamente hablando.
- Los que desean minimizar la distancia que recorren los equipos a lo largo del campeonato. Esto sirve para ahorrar costos de traslados y es común cuando los torneos tienen fechas a mitad de semana

En [20] también se comenta como en los años 80 distintos autores mostraron la relación entre grafos y scheduling. De estas relaciones De Werra [8] demostró que en un campeonato de una sola rueda, es decir, los equipos juegan todos contra todos una sola vez, es imposible que haya menos que n-2 breaks, siendo n el número (par) de equipos que participan.

[20] señala que la mayoría de los *papers* que buscan minimizar el número de breaks descomponen el problema en 4 partes, el orden de estas en algunos casos varía y también en ocasiones algunos pasos son combinados. Los 4 pasos son:

- Generar patrones (secuencias que indica si un equipo juega de local o visita en las distintas fechas del torneo)
- Encontrar un conjunto de patrones para los *placeholders* (los *placeholders* se usan para armar el fixture antes de incorporar a los equipos. Los *placeholders* pueden ser letras, números lo que sea, que luego serán reemplazados por los equipos)
- Encontrar un *timetable* para los *placeholders* (un *timetable* es una tabla cuyas filas corresponden a los equipos o en este caso a los *placeholders* y cuyas columnas representan las fechas. La entrada de la fila i y la columna s es el oponente del equipo i en la fecha s)
- Asignar equipos a los *placeholders*

Sobre los problemas de minimización de las distancias recorridas, el más famoso es el *Traveling Tournament Problem* (TTP) ([11] y [12]). El gran objetivo de éste es generar un problema genérico sobre el cual los distintos investigadores pueden ir trabajando y generando contribuciones en pro de mejorar la forma de resolver los problemas que tienen por objetivo minimizar las distancias recorridas.

La descripción del TTP es la siguiente:

- *INPUT*: n, el número de equipos; D una matriz entera de nxn con las distancias entre los equipos; L el mínimo número de partidos seguidos que un equipo puede ser local o visita; U el máximo número de partidos seguidos que un equipo puede ser local o visita
- *OUTPUT*: un torneo de 2 ruedas (los equipos juegan todos contra todos 2 veces, una de local y otra de visita) con los n equipos, en el cual se respeta que ningún equipo juega menos de L partidos seguidos de local

o visita y tampoco más de U y en el cual se minimiza la distancia total recorrida por todos los equipos

Existen distintas instancias del TTP que diversos investigadores intentan resolver. Para muchos casos hay instancias de 12 o más equipos que no han podido ser resueltas [7], lo que demuestra la dificultad de este tipo de problemas.

Por su parte en la literatura existen diversos trabajos que dan solución a problemas de diversas ligas de distintos deportes. Sin embargo, de estos trabajos no todos son usados por las respectivas ligas. A continuación se realizará una descripción de los distintos trabajos que efectivamente han sido usados.

En el *basketball* hay 3 trabajos ([19], [30] y [25]). [19] es un problema con 9 equipos en un torneo de 2 ruedas. Hay restricciones a la cantidad de partidos seguidos de local y visita, otras alusivas a la televisión y más. Para solucionar el problema en primer lugar se busca generar un conjunto de patrones (igual al número de equipos) para luego vía programación entera crear un *timetable*. Finalmente a través de enumeración se genera el fixture. Esto se aplicó en la temporada 1997-1998. Por su parte, [30] plantea un torneo de todos contra todos una vez de local y otra de visita. Acá la mayoría de las restricciones se incorporan como penalizaciones en la función objetivo. A la hora de resolver el problema los equipos se agrupan en parejas de acuerdo a la cercanía para así poder realizar viajes buenos. La técnica de resolución es *subcost-guided simulated annealing* y se aplicó en 2004. A su vez [25] se aplicó en 2001 y busca aprovechar los viajes de los equipos para que éstos recorran menos distancias, se utiliza programación entera para resolver el problema.

Sobre *baseball* se encontró sólo un trabajo aplicado de 1977: [6]. Sin embargo, a pesar de que no hay *papers*, es sabido que tanto la liga profesional de *baseball* como la de basketball de Estados Unidos usan programación matemática para confeccionar sus respectivos fixtures.

En relación al hockey en hielo hay 2 trabajos. [13] fue aplicado en Quebec Major Junior Hockey League (QMJHL) en 3 temporadas a finales de los 90. Lo que aquí se plantea es un sistema que apoya la toma de decisiones y que complementa la experiencia del usuario con heurísticas que posee el sistema de apoyo. En tanto que [16] ataca el problema de la liga de primera división de Finlandia. Este es un torneo con 4 ruedas en el cual hay que respetar por ejemplo restricciones asociadas a la televisión con el objetivo detrás de minimizar el número de breaks. Acá el problema se soluciona mediante un algoritmo genético.

Por su parte, otro deporte que cuenta con varias aplicaciones concretas es el cricket ([1], [27], [28] y [29]). [1] se aplicó en 1992 para el campeonato mundial, el enfoque de resolución en primera instancia fue programación entera, pero por problemas de tamaño e interacción con la asociación se paso a una heurística constructiva. En [27] se resuelve el problema de la liga australiana utilizando simulated annealing, mientras que [28] se da solución al problema de la liga inglesa usando una forma de tabu search, en tanto que en [29] se intenta solucionar el problema de la liga de Nueva Zelanda vía Subcost-Guided Simulated Annealing.

Sobre *volleyball* se encontraron 2 trabajos aplicados. En [26] se soluciona el problema de la liga holandesa utilizando herramientas de teoría de grafos y en [5] se trabaja el problema de la liga argentina a través de programación entera y cuya finalidad es minimizar las distancias que recorren los equipos, este trabajo es un caso aplicado del TTP.

A su vez, hay un trabajo sobre tenis [9]. El *paper* es una aplicación a un torneo de un club de tenis de Torino (Italia) y se utiliza programación entera y búsquedas de mejora local para resolver el problema. También hay un trabajo sobre el tenis de mesa [17], acá también se usa programación entera en primera instancia y luego técnicas de mejora.

Por su parte, el último deporte que cuenta con aplicaciones reales es el fútbol ([22], [4], [10], [21], [15], [23] y [24]). En [22] se enfrenta el problema de la liga holandesa el cual es un torneo de 2 ruedas espejado, vale decir, si el equipo i juega con el j como local en la fecha k de la rueda 1, el j juega como local ante el i en la fecha k de la rueda 2. El objetivo de este problema es minimizar breaks y maximizar el número de restricciones cumplidas. El problema se resuelve utilizando programación lineal entera y se aplicó en la temporada 89-90. [4] trabaja el problema de la liga alemana y austriaca. La primera es un torneo de 2 ruedas (no espejado) con 18 equipos y el segundo es un torneo de 4 ruedas con 10 escuadras. Aquí también se usa programación entera, para el caso alemán el modelo se usó sólo para la temporada 97-98, para el caso austriaco se utilizó desde la temporada 97-98 hasta la 04-05. A su vez [10] habla del caso chileno, el cual será tratado en detalle más adelante. [21] trata del caso de la liga de Dinamarca para la temporada 06-07. Este torneo tiene la particularidad de ser uno de 3 ruedas. El enfoque de resolución se basa en programación entera y se apoya de técnicas como generación de columnas. [15] desarrolla el caso de la liga belga. Acá se usa programación entera y un enfoque de 2 fases, en la primera se generan patrones y en la segunda se asignan patrones a equipos. Luego se usa tabu search para mejorar las soluciones. Esto está en uso desde la temporada 07-08. A su vez es sabido que en el año 1995 la liga argentina fue programada a través de modelos matemáticos, también es sabido que desde el año 2008 lo mismo ocurre con la liga de Noruega [23] y que a partir del 2009 esto también pasa con la liga brasilera [24].

Para finalizar, es importante mencionar que la lectura de estos *papers* permite afrontar el desarrollo de esta tesis con una mayor claridad conceptual.

OBJETIVOS

El objetivo general de esta tesis es contribuir en el estudio del área de *sports scheduling*, en particular en lo que respecta a la confección del fixture de Primera A y Primera B del fútbol profesional chileno. También se desea estudiar de manera más tangencial el caso del fixture del torneo de Apertura argentino.

En tanto que los objetivos específicos son:

- Modelar los problemas
- Solucionar los problemas, es decir, obtener los fixtures
- Resolverlos en tiempos prudentes
- Obtener conclusiones que permitan generar conocimiento para poder enfrentar de mejor forma este tipo de problemas

METODOLOGÍA

La metodología empleada para llevar a cabo esta tesis se basa en generar ideas, evaluarlas y en base a esos resultados ir generando nuevos aportes. De manera más específica lo que se hizo fue:

- Analizar en detalle los problemas que esta tesis aborda
- Estudiar la literatura asociada al tema que se está trabajando
- Generar las técnicas de resolución de los problemas
- Evaluar las técnicas en la práctica y en base a los resultados obtener conclusiones de lo hecho e implementar mejoras a las técnicas
- Estudiar las mejoras, ver si son un real aporte y analizar si es posible generar nuevos cambios en pro de obtener mejores o más rápidas soluciones a partir de estas variaciones en la implementación

EL CAMPEONATO DE FÚTBOL PROFESIONAL CHILENO

Los campeonatos de Primera A y Primera B son los más importantes del fútbol chileno, en especial el de Primera A. Este último desde el año 2005 y el de Primera B desde 2007 son programados mediante técnicas de programación matemática. Antes la ANFP para llevar a cabo los fixture implementaba el sistema que se usa en la mayoría de las ligas de fútbol del mundo, es decir, se hace un sorteo de los lugares de una planilla establecida de antemano. Por ejemplo si se tienen seis equipos, primero se generaría la siguiente planilla:

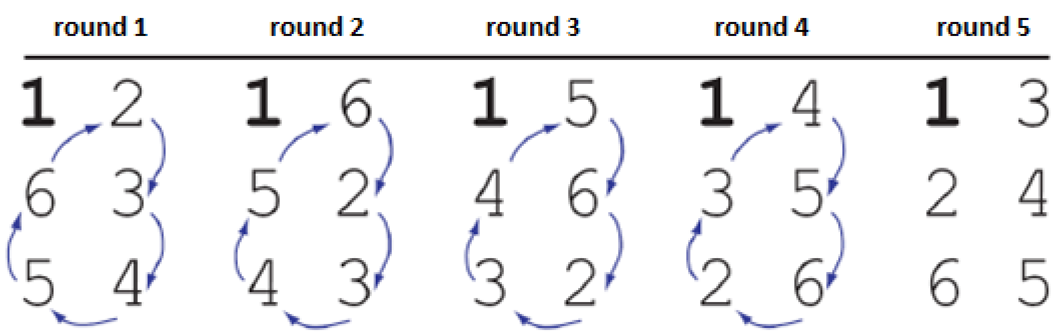

Figura N°1: planilla con 6 equipos fixture tradicional

Luego se sortearía que equipo corresponde a cada número. Por ejemplo si a una escuadra se le asigna en el sorteo el número 2, este equipo jugaría en la fecha 1 con el equipo al que le corresponde el número 1, en la fecha 2 con el equipo asociado al número 5, en la fecha 3 con el equipo que le tocó el número 3, en la fecha 4 con el equipo al que se le asignó el número 6 y por último en la fecha 5 jugaría con el equipo emparejado al número 4.

El problema de este sistema es que son muy pocas las variables que permite manejar, lo que imposibilita por ejemplo tener un fixture que tenga los partidos más atractivos del torneo en momentos adecuados, que le dé la posibilidad a los clubes de balancear sus ingresos y gastos a través del año, etc.

TORNEO DE PRIMERA A 2009

En el año 2009, al igual que en los anteriores se juegan 2 campeonatos al año: el Apertura y el Clausura. Este último es el espejo del Apertura, es decir, si en la fecha k del Apertura juega el equipo i de local contra el j, en la fecha k del Clausura el equipo j será local contra el i. En ambas competiciones participan 18 equipos, los cuales primero juegan la fase regular, esta consta de 17 fechas en las que juegan todos contra todos una sola vez. Luego los 8 equipos que acumulan más puntos a lo largo de las 17 ruedas pasan a jugar los *play-off*, partidos de ida y vuelta con eliminación. Los *play-off* se inician con los cuartos de final del torneo, luego vienen las semifinales y por último la final del campeonato. El puntaje que los equipos obtuvieron en la fase regular es usado para armar las parejas en las distintas etapas de los *play-off,* de esta forma a los equipos de mejor rendimiento les toca jugar con los de peor rendimiento. Además cuando se enfrentan los equipos en esta etapa del torneo, el partido de vuelta siempre es jugado en la cancha del equipo que obtuvo más puntos en la fase regular.

Es relevante señalar que tanto el campeón del torneo de Apertura como el del Clausura pasan a jugar la Copa Libertadores de América, el campeonato continental de mayor relevancia. En tanto que, el equipo que más puntos obtiene durante la fase regular del Apertura juega la Copa Sudamericana, el segundo torneo sudamericano más importante. Mientras que el ganador de la fase regular del Clausura obtiene un cupo para la fase previa de la Copa Libertadores.

Por su parte, los 2 equipos que acumulen un menor puntaje al sumar las tablas de la fase regular tanto del Apertura como del Clausura bajan directamente a Primera B, mientras que los equipos que se encuentren en las posiciones 15 y 16 de esta tabla juegan la liguilla de promoción: partido de ida y vuelta entre un equipo de Primera A contra otro de la B, en el primer partido es local el equipo de Primera B. El equipo que gana la llave es el que juega en Primera A el próximo año. Más detalles de las reglas del torneo se pueden encontrar en [3].

Los equipos que participan en el campeonato 2009 son: Iquique, Cobreloa, Cobresal, Deportes La Serena, Everton, Universidad de Chile (la U), Colo Colo, Universidad Católica (la UC), Audax Italiano, Unión Española, Palestino, Santiago Morning, O´Higgins, Curicó Unido, Rangers, Universidad de Concepción, Ñublense y Huachipato.

TORNEO DE PRIMERA B 2009

Para el año 2009, el sistema de campeonato de la Primera B es uno muy particular. Se juega un torneo de Apertura y otro de Clausura, al igual que en la Primera A el Clausura es el espejo del Apertura. Cada campeonato cuenta con 2 fases: la fase zonal y la fase nacional. En la primera los equipos son divididos en 2 grupos de 7 equipos cada uno, estos equipos juegan todos contra todos una vez a lo largo de 7 fechas (en cada fecha un equipo queda libre, esto se debe a que el número de equipos es impar). Luego en la fase nacional los 14 equipos juegan todos contra todos una única vez, esta fase consta de 13 fechas.

El equipo que más puntos obtiene a lo largo de las 2 fases es el campeón del torneo de Apertura o Clausura (según corresponda). A su vez el equipo que sume más puntos en las 38 fechas (la suma de ambos torneos) es el campeón nacional de Primera B y asciende directamente a Primera A. El otro equipo que sube de forma directa a Primera División es aquel que gana la llave que enfrenta al campeón del Apertura contra el del Clausura. En tanto, la liguilla de promoción la juegan el perdedor de la llave recién mencionada y el equipo que sale segundo de la tabla de posiciones que acumula las 38 fechas. Desciende a tercera división el equipo que ostenta la última posición en la tabla acumulada. Más detalles de las reglas del torneo se pueden encontrar en [2].

Juegan el Torneo de Primera B 2009 los siguientes equipos: San Marcos de Arica, Deportes Antofagasta, Deportes Copiapó, Coquimbo Unido, Unión La Calera, San Luis, Santiago Wanderers, Unión San Felipe, Deportes Melipilla, Concepción, Lota Schwager, Club Deportes Naval, Provincial Osorno y Club de

Deportes Puerto Montt. Los primeros 7 equipos forman la zona norte y los últimos 7 la zona sur.

FIXTURE DE PRIMERA A

El primer problema a resolver en esta tesis es el de la confección del fixture de Primera A del fútbol chileno para el año 2009.

La ANFP en base a la disponibilidad de los estadios, peticiones particulares de cada equipo y solicitudes elaboradas por ella genera una lista de restricciones que el fixture del torneo de Primera A debe cumplir idealmente en su totalidad. Las restricciones van cambiando año a año, pero siempre hay un gran número que se repiten. Estas restricciones tienen por finalidad generar un torneo más justo deportivamente hablando, brindar un mayor espectáculo a los hinchas, generar mayores ingresos y ahorros, además de mantener un flujo de gastos e ingresos relativamente constante a lo largo de los meses para los clubes. Como el torneo de Clausura es el espejo del Apertura, lo que en realidad se programa es el campeonato de Apertura, pero incluyendo las peticiones que se desea sean cumplidas para el Clausura.

Es importante señalar que la ANFP decide por cuenta propia que sistema de torneo utilizar, en que día se juega cada fecha y los horarios de los partidos.

EL MODELO

Para resolver el problema se genera en primera instancia un modelo de programación entera, en el cual todas sus variables son binarias.

A continuación se presenta el modelo con una explicación lógica de cada una de sus restricciones:

Conjuntos

Debido a la geografía de Chile (4200 kilómetros de largo y 468 kilómetros de ancho máximo) es que hay una serie de restricciones referentes a viajes entre las distintas zonas del país, es por ello que dentro del conjunto de equipos se arman una serie de subconjuntos ligados a las distintas aéreas geográficas de Chile.

Los siguientes son los conjuntos del modelo:

$I \coloneqq \{IQ, CBSAL, CBLOA, LSRN, EVRT, UCH, COLO, CATO, UE, AUDAX, SM, PLTN,$
$OHG, CURI, RAN, UDC, NUBLE, HCH\}\ \ (todos\ los\ equipos)$

$J \coloneqq I$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

$Norte \coloneqq \{IQ, CBSAL, CBLOA, LSRN\}$

$Centro \coloneqq \{\ EVRT, UCH, COLO, CATO, UE, AUDAX, SM, PLTN, OHG\}$

$Sur \coloneqq \{CURI, RAN, UDC, NUBLE, HCH\}$

$Santiago \coloneqq \{\ UCH, COLO, CATO, UE, AUDAX, SM, PLTN\}$

$Populares \coloneqq \{\ UCH, COLO, CATO\}$

$Extremo\ Norte \coloneqq \{IQ, CBSAL, CBLOA\}$

$7 \coloneqq \{CURI, RAN\}$

$8 \coloneqq \{UDC, NUBLE, HCH\}$

$Cerca\ Serena \coloneqq \{\ CBSAL, CBLOAEVRT, UCH, COLO, CATO, UE, AUDAX, SM,$
$PLTN, OHG\}$

$Cerca\ septima \coloneqq \{\ UCH, COLO, CATO, UE, AUDAX, SM, PLTN, CURI, RAN, UDC,$
$NUBLE, HCH\}$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1 (es local en k y k+1)

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1 (es visita en k y k+1)

$w_{i,k}$ variable que se utiliza para obtener viajes buenos para los equipos de la 8 región y del extremo norte. Vale 1 cuando permite que un viaje bueno ocurra

El número total de variables es 6426 (todas binarias) aunque de estas algunas pueden ser inicializadas inmediatamente en 0.

Restricciones: las restricciones han sido agrupadas en diversas categorías de acuerdo a las circunstancias que las motivan.

Restricciones Básicas

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \sum_{j} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_{k} x_{i,j,k} + \sum_{k} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 9 o menos de 8 localías

$$\sum_{j,k} x_{i,j,k} \leq 9 \ \ \forall i \epsilon I$$

$$8 \leq \sum_{j,k} x_{i,j,k} \quad \forall i \epsilon I$$

Esta restricción tiene varias razones: es poco justo que un equipo tenga muchas más localías que otros ya que es más fácil ganar los partidos que se juegan en condición de local. Además como el torneo es espejado jugar muchas veces en cancha propia en el Apertura significa jugar muchas veces de visita en el Clausura, lo que hace que el equipo esté en desventaja con respecto a los otros (es más difícil ganar de visita). Por su parte, si un equipo juega muchas veces de local en un mismo torneo, esto trae consigo que pueda tener varios partidos de local en un mismo mes y para sus hinchas puede ser complicado, económicamente hablando, ir tantas veces al estadio en un tan corto periodo de tiempo, además que esta situación puede provocar también que los hinchas tengan menos motivación de asistir, ya que el espectáculo ocurre de forma muy constante.

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i,j,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} + x_{j,i,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

La justificación de esta restricción está muy ligada a la de la anterior. Si un equipo juega muchas veces de forma seguida de local es probable que tenga una buena racha y si juega varios partidos seguidos de visita es, a su vez, probable que pase por una mala racha. Luego para que el torneo sea más justo en términos deportivos es que se solicita lo anterior. También nuevamente el tener muchos partidos seguidos de local puede complicar las finanzas de los hinchas e incluso generar desmotivación. Pero igual la fanaticada desea ver a sus equipos con cierta frecuencia y por eso no es bueno que tenga muchos partidos seguidos de visita. Además esto tampoco es bueno para las finanzas del club ya que significa varias semanas sin percibir ingresos por localías, a la vez que se está gastando en viajes en forma constante.

- Ningún equipo tiene más de 2 breaks de local y 2 breaks de visita

$$\sum_{k} z_{i,k} \leq 2 \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{k} v_{i,k} \leq 2 \ \forall i\epsilon I$$

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + z_{i,k} \ \ \forall i\epsilon I, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + v_{i,k} \ \ \forall i\epsilon I, \forall k < |K|$$

Las razones van en la misma línea que la de las restricciones anteriores: para que los ingresos y gastos de los clubes estén más repartidos, para que los hinchas estén más motivados de ir al estadio y además cuenten con los recursos para hacerlo.

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i\epsilon I, \forall \ k\epsilon K$$

Restricciones de localías y partidos preestablecidos

- Clásicos en fechas predeterminadas: Colo Colo V/S Universidad Católica en fecha 8, Universidad de Chile V/S Colo Colo en fecha 13 y Universidad Católica V/S Universidad de Chile en fecha 16.

$$x_{COLO,CATO,8} = 1$$

$$x_{UCH,COLO,13} = 1$$

$$x_{CATO,UCH,16} = 1$$

Estos 3 partidos son los más atractivos de todo el torneo, es por ello que deben jugarse en momentos interesantes del campeonato. Además hay que tener en consideración la disponibilidad de los estadios.

- Curicó, campeón de primera B, se enfrenta al campeón del Clausura de primera A (Colo Colo) en la primera fecha del torneo.

$$x_{CURI,COLO,1} = 1$$

Esta restricción se argumenta en el simbolismo que significa empezar el torneo enfrentando a los campeones de ambas competencias.

- Universidad de Chile debe ser local en las fecha 1 por solicitud del equipo y local también en la 10 para que en el campeonato de clausura no sea local en la fecha de fiestas patrias, cuando el estadio donde es local no se encuentra disponible.

$$\sum_j x_{UCH,j,1} = 1$$

$$\sum_j x_{UCH,j,10} = 1$$

- Universidad Católica debe partir jugando como local (petición del club)

$$\sum_j x_{CATO,j,1} = 1$$

- Equipos de ciudades turísticas (Everton, Deportes La Serena y Municipal Iquique) de local en la fecha 5

$$\sum_j x_{EVRT,j,5} = 1$$

$$\sum_j x_{LSRN,j,5} = 1$$

$$\sum_j x_{IQ,j,5} = 1$$

La fecha 5 es en verano y un día miércoles. En general la gente va menos al estadio cuando se juega a mitad de semana porque están trabajando, luego acá se desea aprovechar que hay mucha gente de vacaciones en estas ciudades por lo que al no estar el factor trabajo presente hacen que sea más probable que más personas asistan al estadio.

- Iquique debido a la Fiesta de la Tirana debe ser visita en la fecha 2 del Clausura, o sea, local en la fecha 2 del Apertura. Además debido a la realización de un torneo sudamericano juvenil, entre las fechas 13 y 16 del Apertura Iquique puede tener sólo un partido como local.

$$\sum_j x_{IQ,j,2} = 1$$

$$\sum_j x_{IQ,j,13} + \sum_j x_{IQ,j,14} + \sum_j x_{IQ,j,15} + \sum_j x_{IQ,j,16} \leq 1$$

- Deportes La Serena no puede ser local en la fecha 10 del Clausura por fiesta de la Pampilla, por lo tanto tiene que ser local en la fecha 10 del Apertura.

$$\sum_j x_{LSRN,j,10} = 1$$

- Las siguientes parejas de equipos deben estar cruzados, es decir, cuando un equipo de la pareja es local el otro es visita. Las parejas son Colo Colo y Universidad de Chile, Curicó y Rangers y por último Universidad de Concepción y Huachipato.

$$\sum_j x_{a,j,k} + \sum_j x_{b,j,k} = 1 \ \forall (a,b) \epsilon \ equipos\ cruzados, \forall k \epsilon K$$

La U y Colo Colo se cruzan principalmente por razones de seguridad, los otros equipos por disponibilidad de estadios.

- Balance de fechas miércoles. Existen 3 fechas miércoles entre el Apertura y el Clausura. En general en las fechas a mitad de semana asiste menos gente a los estadios por lo que ningún equipo puede ser local en los 3 miércoles.

Esto se cumple automáticamente ya que una fecha miércoles del Apertura coincide con la fecha miércoles del Clausura.

Restricciones de Equidad Deportiva, Balance de Fechas y Atractivo.

- Distanciar los partidos contra los equipos populares, que además son los más fuertes.

$$\sum_{j \epsilon Populares} x_{i,j,k} + x_{j,i,k} + x_{i,j,k+1} + x_{j,i,k+1} \leq 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

2 o 3 partidos seguidos ante los equipos más populares significa tener 2 o 3 partidos extremadamente difíciles de forma seguida, lo cual con el fin de tener un fixture más balanceado se desea evitar.

- Cada Fecha del Apertura debe haber entre 2 y 4 partidos en Santiago, así se garantiza un número adecuado de partidos en la capital.

$$\sum_{i \epsilon Santiago\ ,j} x_{i,j,k} \leq 4 \ \forall k \epsilon K$$

$$2 \leq \sum_{i \epsilon Santiag\ o,j} x_{i,j,k} \ \ \forall k \epsilon K$$

- Cada Fecha debe haber 1 o 2 partidos en la octava región, de esta forma siempre hay fútbol en dicha región.

Se garantiza con el cruce de Universidad de Concepción y Huachipato.

- Los equipos de la zona central y sur deben viajar 1 o 2 veces por torneo al extremo norte.

$$\sum_{j \epsilon Extremo \quad Norte, k} x_{j,i,k} \leq 2 \ \ \forall i \ \epsilon \ Zona \ Central \ U \ Sur$$

$$1 \leq \sum_{j \epsilon Extremo \quad Norte, k} x_{j,i,k} \ \ \forall i \ \epsilon \ Zona \ Central \ U \ Sur$$

Los viajes al extremo norte son desgastantes y de esta forma no se concentran todos en un solo torneo. Además estos viajes son caros, sobre todo para los equipos del sur y así el gasto se distribuye mejor a lo largo del año.

- No coincidan los equipos populares en la octava región.

$$\sum_{i \epsilon 8, j \epsilon Populares} x_{i,j,k} \leq 1 \ \ \forall k \ \epsilon \ K$$

$$\sum_{i \epsilon 8, j \epsilon Populares} x_{j,i,k} \leq 1 \ \ \forall k \ \epsilon \ K$$

Como hay 3 equipos en dicha región se considera contraproducente hacia el espectáculo que vaya más de un grande en una misma fecha. Además por motivos de seguridad no es conveniente que las barras de esos equipos viajen a una misma región en un mismo fin de semana.

- No coincidan los equipos populares en la séptima región.

Como hay 2 equipos en dicha región se considera contraproducente hacia el espectáculo que vaya más de un grande en una misma fecha. Además por motivos de seguridad no es conveniente que las barras de esos equipos viajen a una misma región en un mismo fin de semana. Se garantiza con el cruce de Curicó y Rangers.

- En cada torneo un equipo juega 1 o 2 veces como local contra los 3 más populares.

$$\sum_{j \epsilon Populares \;\; ,k} x_{j,i,k} \leq 2 \;\; \forall i$$

$$1 \leq \sum_{j \epsilon Populares \;\; ,k} x_{j,i,k} \quad \forall i$$

Jugar en un solo torneo los partidos contra los grandes como local genera que todas las recaudaciones más importantes se concentren en un torneo, además en el torneo siguiente sería mucho más difícil conseguir puntos contra los más populares ya que es complicado ganarles cuando juegan de local.

- La Serena solicitó recibir a uno de los 3 grandes durante las 6 primeras fechas.

$$\sum_{j \epsilon Populares \;\; ,k \leq 6} x_{LSRN,j,k} \geq 1$$

La Serena es una ciudad turística y esas fechas son de verano, cuando hay más gente en la ciudad, luego el que uno de los partidos importantes se juegue durante esas fechas le permite al equipo llevar más gente al estadio, lo que trae consigo una mayor recaudación.

Restricciones asociadas a la Copa Libertadores de América

- En la fecha 1 a Universidad de Chile sólo se le permite recibir como local a un determinado conjunto de equipos que llamaremos Inicio Azul (IA) formado por: Iquique, Cobresal, La Serena, Unión Española, Palestino, Santiago Morning y Rangers. En la fecha 2 la Universidad de Chile debe jugar de visita contra algún equipo chico de Santiago, o sea, contra cualquier equipo de la capital que no sea Colo Colo o la Universidad Católica.

$$\sum_{j \epsilon IA} x_{UCH,j,1} = 1$$

$$\sum_{j \epsilon Santiago\ \ Chicos} x_{j,UCH,2} = 1$$

Esto se debe a que la U va a estar jugando la fase previa de la Copa libertadores durante estas fechas por lo que se desea enfrente equipos no de alta jerarquía.

- Durante las primeras 9 fechas del torneo Universidad de Chile y Colo Colo no pueden ir más al norte que la quinta región ni más al sur que la séptima.

$$\sum_{j \epsilon No\ \ Viajar\ ,k \leq 9} x_{j,UCH,k} = 0$$

$$\sum_{j \epsilon No\ Viajar\ ,k \leq 9} x_{j,COLO,k} = 0$$

Esto es para que no viajen mucho dentro de Chile entre partidos de la Copa Libertadores.

- Durante las primeras 9 fechas del torneo Everton no puede ir más al norte que la cuarta región ni más al sur que la sexta.

$$\sum_{j \epsilon No\ \ Viajar\ ,k \leq 9} x_{j,EVRT,k} = 0$$

Esto es para que no viajen mucho dentro de Chile entre partidos de la Copa Libertadores.

- Durante las 6 primeras fechas no se pueden enfrentar los equipos que juegan la Copa Libertadores. Esta petición fue solicitada por los equipos que juegan el torneo recién mencionado.

$$\sum_{j \epsilon Equipos\ \ Libertadores\ \ ,k \leq 6} x_{i,j,k} = 0\ \forall\ i\ \epsilon\ Equipos\ Libertadores$$

Restricciones asociadas a la selección chilena de fútbol

- En la fecha 2 los equipos de Santiago deben jugar en la zona central. Huachipato, en tanto, debe jugar en Santiago.

$$\sum_{j} x_{i,j,2} + \sum_{j \epsilon Zona\ \ Central} x_{j,i,2} = 1\ \forall\ i\ \epsilon\ Santiago$$

$$\sum_{j \epsilon Santiago} x_{j,HCH,2} = 1$$

Esto es porque al finalizar esa fecha, la selección viaja a Sudáfrica a jugar un amistoso, luego se desea que los posibles seleccionados de clubes nacionales estén en la zona central del país.

Restricción asociada a la televisión

- De los siguientes equipos: Everton, Audax Italiano, O´Higgins y Unión Española, al menos uno debe ser local en cada fecha.

$$\sum_{i \epsilon Interesantes\ \ ,j} x_{i,j,k} \geq 1\ \forall k\ \epsilon\ K\ \ con\ Interesantes \coloneqq \{EVRT, AUDAX, OHG, UE\}$$

Siempre se televisan 4 partidos, a los 3 populares y 1 más. Con el fin de tener certeza que existirá un cuarto partido interesante, atractivo para el público, es que se desea lo anterior.

Restricciones asociadas a viajes buenos

- Hay 3 fechas miércoles entre el torneo de apertura y clausura, fecha 5 y 11 en el Apertura y fecha 11 en el Clausura. Se desea que los equipos del extremo norte aprovechen un miércoles para jugar 2 partidos seguidos en el sur del país. Se quiere que los equipos de la octava región aprovechen un miércoles para jugar 2 partidos seguidos en el norte o en la zona central, salvo por Rancagua.

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{j,i,4} + x_{j,i,5} \geq 2 * w_{i,1} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{j,i,5} + x_{j,i,6} \geq 2 * w_{i,2} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{j,i,10} + x_{j,i,11} \geq 2 * w_{i,3} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{j,i,11} + x_{j,i,12} \geq 2 * w_{i,4} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{i,j,10} + x_{i,j,11} \geq 2 * w_{i,5} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{i,j,11} + x_{i,j,12} \geq 2 * w_{i,6} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ Centro} x_{j,i,4} + x_{j,i,5} \geq 2 * w_{i,7} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ Centro} x_{j,i,5} + x_{j,i,6} \geq 2 * w_{i,8} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ Centro} x_{j,i,10} + x_{j,i,11} \geq 2 * w_{i,9} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ Centro} x_{j,i,11} + x_{j,i,12} \geq 2 * w_{i,10} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ Centro} x_{i,j,10} + x_{i,j,11} \geq 2 * w_{i,11} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Zona\ \ Centro} x_{i,j,11} + x_{i,j,12} \geq 2 * \ w_{i,12} \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{j,i,4} + x_{j,i,5} \geq 2 * \ w_{i,1} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{j,i,5} + x_{j,i,6} \geq 2 * \ w_{i,2} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{j,i,10} + x_{j,i,11} \geq 2 * \ w_{i,3} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{j,i,11} + x_{j,i,12} \geq 2 * \ w_{i,4} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Su\,r} x_{i,j,10} + x_{i,j,11} \geq 2 * \ w_{i,5} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{i,j,11} + x_{i,j,12} \geq 2 * \ w_{i,6} \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{k} w_{i,k} \geq 1 \ \ \forall \ i$$

$$\sum_{k \geq 13} w_{i,k} = 0 \ \ \forall \ i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{k \geq 7} w_{i,k} = 0 \ \ \forall \ i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$w_{i,k} = 1 \ \forall \ i \ \ \notin Extremo \ Norte \ U \ 8, \ \ \forall \ k \epsilon K$$

De esta forma estos equipos, que son los que están más en los extremos del país se benefician ahorrándose un viaje. Cada viaje bueno que tiene un equipo, le significa un ahorro de aproximadamente US$10.000 a esa escuadra.

Restricciones asociadas a evitar malas dobles secuencias de local o visita

- No se desea que cuando un equipo tenga 2 partidos seguidos de visita o local (salvo por el caso mencionado en el punto anterior) tenga que jugar ambos con rivales lejanos geográficamente hablando, es por ello que al menos 1 de esos partidos debe ser contra un rival cercano.

$$\sum_{j \epsilon Norte \ \ U \ Sur} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 \ \forall \ i \ \epsilon \ Zona \ Central \ \forall k < |K|$$

$$\sum_{j \epsilon Norte \ \ U \ Sur} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 \ \forall \ i \ \epsilon \ Zona \ Central \ \forall k < |K|$$

$$\sum_{j \epsilon Cerca \ \ Serena} x_{LSRN,j,k} + x_{LSRN,j,k+1} \geq \sum_{j} x_{LSRN,j,k} + x_{LSRN,j,k+1} - 1 \ \forall k < |K|$$

$$\sum_{j \epsilon Cerca \ \ Serena} x_{j,LSRN,k} + x_{j,LSRN,k+1} \geq \sum_{j} x_{j,LSRN,k} + x_{j,LSRN,k+1} - 1 \ \forall k < |K|$$

$$\sum_{j \epsilon Cerca \ \ Septima} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \geq \sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - 1 \ \forall k < |K| \ \forall i \epsilon \ 7$$

$$\sum_{j \epsilon Cerca \ \ Septima} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \geq \sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - 1 \ \forall k < |K| \ \forall i \epsilon \ 7$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \geq \sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - 1 \ \forall k \epsilon \ F \ \forall i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Norte} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \geq \sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - 1 \ \forall k \epsilon \ FF \ \forall i \ \epsilon \ Extremo \ Norte$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \geq \sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - 1 \ \forall k \epsilon \ F \ \forall i \ \epsilon \ 8$$

$$\sum_{j \epsilon Sur} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \geq \sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - 1 \ \forall k \epsilon \ FF \ \forall i \ \epsilon \ 8$$

$$Con \ F \coloneqq \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,12,13,14,15,16\}$$

$$Con\ FF \coloneqq \{1,2,3,6,7,8,9,12,13,14,15,16\}$$

La idea es que los equipos no tengan que hacer grandes desembolsos en fechas seguidas tanto del Apertura como del Clausura.

El número total de restricciones es: 3272

El problema no posee función objetivo.

El problema recién descrito es uno muy difícil, ejemplo de ello es que el número de fixtures (sin considerar restricciones) que se pueden armar con 18 equipos es inimaginable, con 8 el número ya llega a 31.449.600. Y la mejor prueba es que si se corre este problema en un computador con 4 GB de memoria RAM y procesador Intel Core 2 Duo 2.20 GHz utilizando GAMS y como solver CPLEX 10.2 después de más de 4 días de ejecución no se obtiene solución alguna.

Lo complicado de la situación es que el problema es demasiado grande (son muchas las bases que se pueden armar en el problema relajado). Luego se hace necesario de alguna forma reducir el espacio de posibilidades, cosa que el problema se pueda resolver en un tiempo prudente. Dadas las condiciones de este problema y los tiempos que exige la ANFP, se podría decir que 1 o como máximo 2 días son tiempos aceptables, sin embargo, claro está que mientras menos tiempo tome el proceso mucho mejor.

Pero reducir el número de posibles soluciones tampoco es sencillo ya que el problema posee muchas restricciones, luego si se eliminan muchas posibilidades de fixtures se corre el riesgo de no encontrar ninguna solución factible.

Lo que se propone en primer lugar para solucionar la problemática recién descrita es incorporar patrones ([10], [12], [15], [19] y [20]). Un patrón es una secuencia que indica en que rondas un equipo juega de local y en cuales lo hace de visita. Se puede ver también como un vector que tiene tantas componentes como fechas tiene el torneo, si una componente vale 1 significa que en dicha rueda el equipo al que se le asigne el patrón debe ser local (*home*), si vale 0 debe jugar de visita (*away*). Luego la idea es generar al menos tantos patrones como equipos hay en la competencia y luego asignarle a cada equipo un patrón diferente. La siguiente figura sintetiza la idea recién planteada:

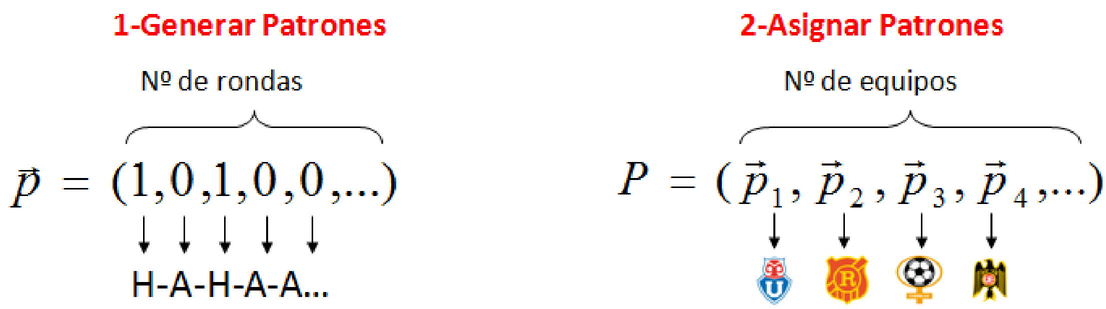

Figura N°2: Concepto de Patrones

Luego para incorporar esto al modelo es necesario agregar lo siguiente:

Se crea una nueva variable de decisión binaria $y_{i,p}$ que vale 1 si el patrón p se asocia al equipo i y 0 en caso contrario

Y se generan también las siguientes restricciones:

- Asociar cada equipo con un patrón

$$\sum_{p} y_{i,p} = 1 \;\; \forall i \in I$$

$$\sum_{i} y_{i,p} = 1 \;\; \forall p \in P$$

Si el número de patrones supera al número de equipos:

$$\sum_{i} y_{i,p} \leq 1 \;\; \forall p \in P$$

Si no todos los equipos se van a asociar a un patrón:

$$\sum_{p} y_{i,p} = 1 \;\; \forall i \in Equipos\ Asociados\ a\ Patron$$

- Un equipo juega en casa en una determinada ronda si el patrón al que está asociado así lo indica.

$$\sum_{j} x_{i,j,k} = \sum_{p \epsilon Home\ (k)} y_{i,p} \ \ \forall i \ \epsilon\ I\ \forall k \ \epsilon\ K$$

$con\ Home(k) el\ subconjunto\ del\ conjunto\ de\ patrones\ que\ asigna\ las\ localias$
$en\ la\ ronda\ k$

Así si se incorporan tantos patrones como equipos hay en la liga, en total hay 324 variables $y_{i,p}$. Además se están agregando 342 nuevas restricciones. Sin embargo, a pesar de ello la región factible del problema se reduce considerablemente.

Es importante tener claro que el incorporar 18 patrones para 18 equipos trae consigo 18! maneras de asignar los patrones entre los equipos. Eso sí, el número de fixtures posibles es un número mayor que 18! ya que dada una asignación de patrones entre las escuadras, en general debería haber más de una alternativa de fixture posible a partir de esa asignación.

Luego, una primera opción es generar los 18 patrones con la preocupación de que estos cumplan las condiciones mínimas, es decir, ninguno tiene más de 2 breaks de local ni más de 2 breaks de visita, ninguno provoca que algún equipo tenga 3 o más partidos seguidos de local o visita y todos los patrones tienen 8 o 9 localías. Esto permite eliminar las variables $z_{i,k}$ y $w_{i,k}$, además se pueden eliminar algunas de las restricciones, lo que deja un problema con 6138 variables y 2426 restricciones. Cuando se probó esa alternativa el problema dio infactible. Luego se probó generando más patrones que equipos, pero los resultados no fueron satisfactorios. Después se estudió qué pasaba dejando a los equipos más “conflictivos” libres, es decir, los equipos que más restricciones tienen asociadas a localías no se les forzaría a tomar ningún patrón, el modelo mismo a través de las variables $x_{i,j,k}$ se los formaría. Una vez más los resultados no fueron positivos, después de días el modelo seguía sin arrojar solución.

La primera alternativa no funcionó porque son muchas las restricciones asociadas a localías (esto no es algo particular del fixture 2009), la segunda opción tampoco anduvo bien por los mismos motivos. En tanto que la última idea no arrojo buenos resultados ya que una vez más se permitían demasiados fixtures posibles. Ante tal situación vino la reflexión de que lo que había que hacer, era todo lo contrario de esta última opción, es decir, había que "atacar" los patrones de los equipos más "conflictivos". En otras palabras lo que se tenía que hacer era generar patrones inteligentes que estuviesen ideados para satisfacer no sólo las restricciones básicas sino que todas las restricciones de localías del problema, esto permitiría que gran parte del problema ya venga solucionado con los patrones y reduciría considerablemente las chances de que al incorporar 18 patrones, uno para cada equipo, el problema de infactible, como si estaba ocurriendo.

Como las restricciones asociadas a localías son muchas, lo mencionado en el párrafo anterior es imposible de hacer a mano, es por ello que se generó un modelo generador de patrones.

EL MODELO GENERADOR DE PATRONES

El modelo que se encarga de crear los patrones es el siguiente:

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,k}$ vale 1 si el patrón i tiene localia en la fecha k

$y_{i,k}$ vale 1 si el patrón i tiene un break de local en la fecha k+1

$w_{i,k}$ vale 0 si el patrón i tiene un break de visita en la fecha k+1

$z_{i,j,k}$ variable que permite garantizar que no se creen patrones idénticos. Vale 1 cuando la condición de localia entre el patrón i y el j difieren, es decir, uno asigna jugar de local y el otro hace asigna jugar de visita.

$u_{i,j,k}$ variable binaria que permite garantizar un fixture factible. Cuando esta variable vale 1 quiere decir que en esa fecha el equipo al que se le asigne el patrón i se puede enfrentar contra el equipo al que se le asigne el patrón j con la certeza de que se va a poder armar un fixture factible. En la práctica eso sí, pueden haber más fechas en las que el equipo al que se le asigne el patrón i pueda jugar contra la escuadra a la que se le asigne el patrón j y que igual permitan generar un fixture factible, lo que esta variable hace es asegurar que al menos existe una fecha en la que ambas escuadras se puedan enfrentar sin generar infactibilidad.

Restricciones

- Máximo de partidos que un equipo puede ser local

$$\sum_{k} x_{i,k} \leq Max\ Permitido\ \ \forall i \epsilon I$$

- Mínimo de partidos que un equipo puede ser local

$$\sum_{k} x_{i,k} \geq Min\ Permitido\ \ \forall i \epsilon I$$

- Balance de localías por fecha (supuesto n° de equipos es par)

$$\sum_{i} x_{i,k} = \frac{Número\ \ de\ \ equipos}{2}\ \ \forall\ k$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} + x_{i,k+2} \leq 2\ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} + x_{i,k+2} \geq 1\ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

- Número máximo de breaks como local y visita permitidos

$$\sum_{k} y_{i,k} \leq Max\ Permitido\ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_k w_{i,k} \geq Número\ de\ fechas - Max\ Permitido\ \forall i \epsilon I$$

Si es que lo que se limita es el número de breaks total, sin hacer distinción entre breaks de local y de visita, las dos restricciones anteriores se pueden reemplazar por:

$$\sum_k w_{i,k} - \sum_k y_{i,k} \geq Número\ de\ fechas - Max\ Total\ Permitido\ \forall i \epsilon I$$

Por último sea cual sea el caso es necesario añadir:

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} \leq 1 + y_{i,k}\ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} \geq w_{i,k}\ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

- Evitar patrones Idénticos

$$\sum_k z_{i,j,k} \geq 1\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

$$x_{i,k} + x_{j,k} \geq z_{i,j,k}\ \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J, \forall k \epsilon K$$

$$x_{i,k} + x_{j,k} \leq 2 - z_{i,j,k}\ \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J, \forall k \epsilon K$$

$$z_{i,j,k} = z_{j,i,k}\ \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J, \forall k \epsilon K$$

- Garantizar un fixture factible

$$u_{i,j,k} = u_{j,i,k}\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J, \forall k \epsilon K$$

$$u_{i,j,k} \leq z_{j,i,k}\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J, \forall k \epsilon K$$

$$\sum_{j \neq i} u_{i,j,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

$$\sum_k u_{i,j,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J\ con\ j \neq i$$

Función Objetivo

No posee función objetivo. Una alternativa podría ser minimizar el número de breaks.

Adicionales

- Si se desea cruzar patrones a y b

$$x_{a,k} + x_{b,k} = 1 \ \forall k \epsilon K$$

- Si se desea algún patrón en particular se fuerza a algún i a tomar esos valores

- Para armar viajes buenos

Se incorporan las variables binarias:

$q_{i,k}$ permite que los equipos puedan tener viajes buenos en el Clausura, logrando que las escuadras tengan 2 fechas seguidas de visita en dicho torneo, cuando es posible armar viajes buenos

$s_{i,k}$ permite que los equipos puedan tener viajes buenos en el Apertura, logrando que las escuadras tengan 2 fechas seguidas de visita en dicho torneo, cuando es posible armar viajes buenos

Se agregan las restricciones

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} \geq 2q_{i,k}$$
$$\forall i \epsilon \ Equipos\ con\ viajes\ buenos, \forall k \epsilon Fechas\ viajes\ buenos\ Clausura$$

$$x_{i,k} + x_{i,k+1} \leq 2 - 2s_{i,k}$$
$$\forall i \epsilon \ Equipos\ con\ viajes\ buenos, \forall k \epsilon Fechas\ viajes\ buenos\ Apertura$$

$$\sum_{k \epsilon Fechas\ viajes\ buenos\ Clausura} q_{i,k} + \sum_{k \epsilon Fechas\ viajes\ buenos\ Apertura} s_{i,k}$$
$$\geq Minimo\ número\ viajes\ buenos\ \forall i \epsilon Equipos\ con\ viajes\ buenos$$

- Si hay dos equipos cruzados (d y e) y se desea que un tercero (c) se diferencie lo más posible (su patrón) de uno de esos equipos (d).

Se incorpora la variable binaria:

E_k esta variable permitirá generar 2 patrones lo más distintos posibles (lo que evitará que los patrones sean un cruce perfecto son las restricciones que evitan que existan patrones iguales)

Se agregan las restricciones

$$E_k \leq 1 - x_{c,k} + 1 - x_{d,k} \; \forall k \epsilon K$$

$$E_k \leq x_{c,k} + x_{d,k} \; \forall k \epsilon K$$

Se agrega la función objetivo

$$Max \sum_k E_k$$

- Si es que se arma un patrón pensando en un equipo en particular (g) y se desea que este equipo sea local contra otra escuadra (h) se puede incorporar la restricción:

$$u_{g,h,k} \leq x_{g,k} \;\; \forall k \epsilon K$$

Con esta herramienta, el poder generar patrones acordes al problema se torna mucho más fácil. Los elementos que hay que tener en cuenta a la hora de generar los 18 patrones para poder llevar a cabo el fixture de Primera A son:

- Universidad de Chile debe ser local en las fechas 1, 10 y 13. En tanto que debe ser visita en las fechas 2 y 10
- Colo Colo tiene que ser local en las fechas 8 y 16, mientras que en las fechas 1 y 13 tiene que ser visita
- Universidad Católica debe jugar de local en las fechas 1 y 16, en la fecha 8 tiene que jugar de visita

- Everton debe jugar de local en la fecha 5
- Curicó tiene que jugar de local en la fecha 1
- Huachipato debe ser visita en la fecha 2
- Iquique tiene que ser local en las fechas 2 y 5. Además entre las fechas 13 y 16 sólo puede tener un partido de local
- La Serena debe ser local en las fechas 5 y 10
- Colo Colo y Universidad de Chile, Curicó y Rangers y Universidad de Concepción con Huachipato deben estar cruzados
- Los equipos del extremo norte (Iquique, Cobreloa y Cobresal) y los de la octava región (Universidad de Concepción, Ñublense y Huachipato) deben tener al menos un break para que puedan tener viajes buenos. Si el break es de visita puede ser en las fechas 4 o 5 o 10 o 11, si es de local puede ser en las fechas 10 o 11
- Cada equipo como máximo puede tener 2 breaks de visita y 2 breaks de local
- Ningún equipo tiene más de 9 ni menos de 8 localías
- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

De esta forma cuando se generan los patrones, los equipos con restricciones asociadas a localías van a tener con certeza al menos un patrón que les sirva.
El modelo demora muy poco tiempo en arrojar resultados. Dependiendo cuan estrictos se sea en el número de breaks permitidos el modelo puede demorar desde segundos hasta algunos minutos.

PROCEDIMIENTO FINAL PARA OBTENER SOLUCIONES

El problema, como ya se mencionó es uno bastante grande y complicado de resolver. Es por ello que la idea es generar un procedimiento que se vaya encaminando de buena forma rumbo a la solución final. Vale decir, la idea es generar una técnica que en medio de un gran número de fixtures posibles pero no factibles se vaya encaminando hacia uno que permita respetar todas (o en el peor de los casos casi todas) las restricciones del problema.

Por consiguiente el procedimiento que pronto se describirá, toma como punto de partida la idea desarrollada en la sección anterior de incorporar patrones bien pensados, para luego ir incorporando las restricciones del problema del fixture de Primera A por etapas. La razón de esto es garantizar cumplir las restricciones más relevantes y encaminar el procedimiento, es muy distinto decirle al modelo “búscame una solución que cumpla todo de inmediato” a solicitarle que vaya cumpliendo por pasos las restricciones del problema, un problema más pequeño es más fácil de resolver y además una vez que está resuelto sirve como punto de partida para resolver el más grande. Por su parte, esto también sirve para saber de manera más rápida cómo se están dando las cosas, si el modelo se está demorando mucho sin tomar en cuenta todas las restricciones es porque existe algún problema.

En base a todo lo aquí mencionado, se genera el siguiente procedimiento para obtener la solución al problema de la confección del fixture del fútbol chileno.

1. Generar tantos patrones como equipos, pero no cualquier conjunto de patrones, sino que un set inteligente, a través de un modelo IP, que tome en cuenta las múltiples restricciones asociadas a las localías de los equipos.
2. Ejecutar el modelo del fixture del fútbol chileno, pero sólo con las restricciones más relevantes, las que se tienen que cumplir si o si (se podrían fijar equipos a patrones, si es que las escuadras tienen demasiadas restricciones asociadas a localías).
3. Incorporar al modelo un grupo de las restricciones aún no consideradas (las más importantes que aún no han sido tomadas en cuenta). Resolver inicializando con la solución del paso 2. (se podrían fijar equipos a patrones, si es que las escuadras tienen demasiadas restricciones asociadas a localías).

4. Resolver el modelo con todas sus restricciones. Se inicializa con la solución del paso anterior, pero esta vez además se fijan los patrones de la solución que recién se obtuvo.
5. Si el resultado es factible, el proceso ha terminado. En caso contrario se vuelve a 4, pero se ejecuta el modelo sin que todos los equipos tengan fijos sus patrones. Si aún no se obtienen soluciones se puede permitir que el mismo modelo (vía las variables $x_{i,j,k}$) le genere sus patrones a algunos equipos, idealmente a los que no tengan restricciones asociadas a localías ya que estos tienen una mayor flexibilidad debido a que sus posibilidades están mucho menos limitadas. Todo este proceso puede estar acotado por un cierto límite de tiempo tras el cual se acepta ir buscando soluciones que no respeten el 100% de las restricciones.

RESULTADOS

Vale la pena mencionar que el primer grupo de restricciones contiene a todas las restricciones menos las relacionadas a viajes buenos y buenas doble secuencias. A su vez, el segundo grupo, el que se incorpora en el paso 4, es aquel que contiene las restricciones asociadas a viajes buenos.

Por su parte, se generaron 3 conjuntos de patrones a través del modelo antes descrito. Todos cumplen con todas las restricciones de localías mencionadas anteriormente. Por su parte, las particularidades de cada una de estas instancias son:

- La instancia 1 impide breaks en las fechas 2 y 17 (esta condición, si bien no fue solicitada en el año 2009 por la ANFP, es una restricción bastante lógica ya que puede ser injusto en términos deportivos jugar 2 partidos de local (visita) al comienzo o final del torneo, claro está que el que lo hace de local puede sacar ventajas y el que lo hace de visita se encuentra en peores condiciones).

- La instancia 2 es más restrictiva en relación a lo solicitado por la ANFP en lo que a número de breaks se refiere
- La instancia 3 incorpora las particularidades de las 2 instancias anteriores

A continuación se muestran los fixtures encontrados con cada instancia. En amarillo están marcados los viajes buenos, en celeste los breaks que no corresponden a un viaje bueno. Se destaca en rojo cuando un equipo se enfrenta contra alguno de los populares. La @ en tanto significa que ese partido se juega de visita, por ejemplo en la figura 3: Fixture Instancia 1, en la fecha 1 Universidad de Chile juega como local con Rangers y en la 2 visita a Palestino.

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
UCH	RAN	@PLTN	CBSAL	@SM	@AUDAX	UDC	@EVRT	@CURI	UE	CBLOA	@NUBLE	HCH	COLO	@IQ	LSRN	@CATO	OHG
COLO	@CURI	HCH	@OHG	NUBLE	UE	@RAN	CBSAL	CATO	@SM	@LSRN	PLTN	@UDC	@UCH	AUDAX	@EVRT	CBLOA	@IQ
CATO	IQ	@AUDAX	@LSRN	RAN	PLTN	@NUBLE	OHG	@COLO	EVRT	@HCH	CURI	@UE	@CBLOA	SM	@CBSAL	UCH	@UDC
IQ	@CATO	CURI	@CBLOA	LSRN	OHG	@AUDAX	NUBLE	@UE	PLTN	@EVRT	UDC	RAN	@HCH	UCH	@SM	@CBSAL	COLO
CBLOA	SM	@UDC	IQ	CBSAL	@RAN	@HCH	AUDAX	@NUBLE	LSRN	@UCH	EVRT	@OHG	CATO	@CURI	PLTN	@COLO	UE
CBSAL	@UE	NUBLE	@UCH	@CBLOA	HCH	LSRN	@COLO	SM	@AUDAX	UDC	@RAN	@CURI	OHG	@EVRT	CATO	IQ	@PLTN
LSRN	PLTN	@RAN	CATO	@IQ	CURI	@CBSAL	HCH	EVRT	@CBLOA	COLO	OHG	@SM	@UE	NUBLE	@UCH	UDC	@AUDAX
EVRT	UDC	@SM	@UE	OHG	NUBLE	@PLTN	UCH	@LSRN	@CATO	IQ	@CBLOA	AUDAX	@RAN	CBSAL	COLO	@CURI	HCH
AUDAX	@HCH	CATO	RAN	@PLTN	UCH	IQ	@CBLOA	@OHG	CBSAL	@CURI	SM	@EVRT	UDC	@COLO	UE	@NUBLE	LSRN
UE	CBSAL	@OHG	EVRT	@CURI	@COLO	SM	@UDC	IQ	@UCH	NUBLE	@HCH	CATO	LSRN	@PLTN	@AUDAX	RAN	@CBLOA
PLTN	@LSRN	UCH	@HCH	AUDAX	@CATO	EVRT	@CURI	UDC	@IQ	RAN	@COLO	NUBLE	@SM	UE	@CBLOA	@OHG	CBSAL
SM	@CBLOA	EVRT	@NUBLE	UCH	@UDC	@UE	RAN	@CBSAL	COLO	@OHG	@AUDAX	LSRN	PLTN	@CATO	IQ	@HCH	CURI
OHG	@NUBLE	UE	COLO	@EVRT	@IQ	CURI	@CATO	AUDAX	@UDC	SM	@LSRN	CBLOA	@CBSAL	HCH	@RAN	PLTN	@UCH
CURI	COLO	@IQ	UDC	UE	@LSRN	@OHG	PLTN	UCH	@RAN	AUDAX	@CATO	CBSAL	@NUBLE	CBLOA	@HCH	EVRT	@SM
RAN	@UCH	LSRN	@AUDAX	@CATO	CBLOA	COLO	@SM	@HCH	CURI	@PLTN	CBSAL	@IQ	EVRT	@UDC	OHG	@UE	NUBLE
UDC	@EVRT	CBLOA	@CURI	HCH	SM	@UCH	UE	@PLTN	OHG	@CBSAL	@IQ	COLO	@AUDAX	RAN	@NUBLE	@LSRN	CATO
NUBLE	OHG	@CBSAL	SM	@COLO	@EVRT	CATO	@IQ	CBLOA	HCH	@UE	UCH	@PLTN	CURI	@LSRN	UDC	AUDAX	@RAN
HCH	AUDAX	@COLO	PLTN	@UDC	@CBSAL	CBLOA	@LSRN	RAN	@NUBLE	CATO	UE	@UCH	IQ	@OHG	CURI	SM	@EVRT

Figura N°3: Fixture Instancia 1

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
UCH	RAN	@UE	CBLOA	@AUDAX	@SM	LSRN	@CURI	@PLTN	EVRT	IQ	@UDC	OHG	COLO	@CBSAL	NUBLE	@CATO	HCH
COLO	@CURI	HCH	@PLTN	CBSAL	OHG	@RAN	UDC	CATO	@AUDAX	@NUBLE	LSRN	@EVRT	@UCH	CBLOA	@UE	SM	@IQ
CATO	UDC	@OHG	@LSRN	NUBLE	@EVRT	PLTN	@HCH	@COLO	UE	RAN	@CBLOA	AUDAX	@SM	CURI	@IQ	UCH	CBSAL
IQ	@HCH	CURI	@CBSAL	LSRN	AUDAX	@OHG	UE	@RAN	SM	@UCH	NUBLE	UDC	@CBLOA	@EVRT	CATO	@PLTN	COLO
CBLOA	@AUDAX	LSRN	@UCH	PLTN	@HCH	@UDC	SM	@UE	NUBLE	@EVRT	CATO	@CURI	IQ	@COLO	CBSAL	@RAN	OHG
CBSAL	OHG	@UDC	IQ	@COLO	UE	@NUBLE	PLTN	@SM	LSRN	@CURI	HCH	RAN	@AUDAX	UCH	@CBLOA	EVRT	@CATO
LSRN	EVRT	@CBLOA	CATO	@IQ	RAN	@UCH	NUBLE	OHG	@CBSAL	HCH	@COLO	@PLTN	CURI	UE	@SM	UDC	@AUDAX
EVRT	@LSRN	@SM	RAN	@UE	CATO	HCH	@OHG	CURI	@UCH	CBLOA	@AUDAX	COLO	@UDC	IQ	PLTN	@CBSAL	NUBLE
AUDAX	CBLOA	PLTN	@CURI	UCH	@IQ	@UE	RAN	@UDC	COLO	@SM	EVRT	@CATO	CBSAL	@NUBLE	OHG	@HCH	LSRN
UE	@NUBLE	UCH	@SM	EVRT	@CBSAL	AUDAX	@IQ	CBLOA	@CATO	@UDC	CURI	@HCH	PLTN	@LSRN	COLO	@OHG	RAN
PLTN	SM	@AUDAX	COLO	@CBLOA	NUBLE	@CATO	@CBSAL	UCH	@HCH	OHG	@RAN	LSRN	@UE	UDC	@EVRT	IQ	@CURI
SM	@PLTN	EVRT	UE	@RAN	UCH	CURI	@CBLOA	CBSAL	@IQ	AUDAX	@OHG	@NUBLE	CATO	@HCH	LSRN	@COLO	@UDC
OHG	@CBSAL	CATO	@HCH	CURI	@COLO	IQ	EVRT	@LSRN	UDC	@PLTN	SM	@UCH	NUBLE	@RAN	@AUDAX	UE	@CBLOA
CURI	COLO	@IQ	AUDAX	@OHG	UDC	@SM	UCH	@EVRT	@RAN	CBSAL	@UE	CBLOA	@LSRN	@CATO	HCH	@NUBLE	PLTN
RAN	@UCH	NUBLE	@EVRT	SM	@LSRN	COLO	@AUDAX	IQ	CURI	@CATO	PLTN	@CBSAL	HCH	OHG	@UDC	CBLOA	@UE
UDC	@CATO	CBSAL	@NUBLE	HCH	@CURI	CBLOA	@COLO	AUDAX	@OHG	UE	UCH	@IQ	EVRT	@PLTN	RAN	@LSRN	SM
NUBLE	UE	@RAN	UDC	@CATO	@PLTN	CBSAL	@LSRN	HCH	@CBLOA	COLO	@IQ	SM	@OHG	AUDAX	@UCH	CURI	@EVRT
HCH	IQ	@COLO	OHG	@UDC	CBLOA	@EVRT	CATO	@NUBLE	PLTN	@LSRN	@CBSAL	UE	@RAN	SM	@CURI	AUDAX	@UCH

Figura N°4: Fixture Instancia 2

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
UCH	IQ	@SM	CBLOA	@PLTN	@UE	HCH	@AUDAX	@CURI	OHG	RAN	@EVRT	UDC	COLO	@CBSAL	NUBLE	@CATO	LSRN
COLO	@CURI	HCH	@RAN	CBSAL	AUDAX	@OHG	PLTN	CATO	@EVRT	@SM	LSRN	@NUBLE	@UCH	UE	@UDC	IQ	@CBLOA
CATO	RAN	@UE	UDC	EVRT	@LSRN	CBSAL	SM	@COLO	CBLOA	@NUBLE	AUDAX	@IQ	CURI	@HCH	@PLTN	UCH	@OHG
IQ	@UCH	CBSAL	@NUBLE	HCH	CBLOA	@PLTN	UE	@OHG	CURI	@UDC	@RAN	CATO	@SM	@LSRN	AUDAX	@COLO	EVRT
CBLOA	@OHG	NUBLE	@UCH	SM	@IQ	AUDAX	@EVRT	RAN	@CATO	UE	@UDC	@CURI	LSRN	@PLTN	CBSAL	@HCH	COLO
CBSAL	PLTN	@IQ	CURI	@COLO	UDC	@CATO	OHG	@NUBLE	LSRN	@AUDAX	HCH	RAN	@EVRT	UCH	@CBLOA	SM	@UE
LSRN	EVRT	@RAN	UE	@UDC	CATO	@CURI	NUBLE	AUDAX	@CBSAL	HCH	@COLO	OHG	@CBLOA	IQ	@SM	PLTN	@UCH
EVRT	@LSRN	AUDAX	PLTN	@CATO	NUBLE	@UE	CBLOA	@SM	COLO	@CURI	UCH	@HCH	CBSAL	OHG	@RAN	UDC	@IQ
AUDAX	SM	@EVRT	@HCH	NUBLE	@COLO	@CBLOA	UCH	@LSRN	PLTN	CBSAL	@CATO	UE	@OHG	RAN	@IQ	CURI	@UDC
UE	@HCH	CATO	@LSRN	@OHG	UCH	EVRT	@IQ	@PLTN	UDC	@CBLOA	SM	@AUDAX	NUBLE	@COLO	CURI	@RAN	CBSAL
PLTN	@CBSAL	CURI	@EVRT	UCH	@HCH	IQ	@COLO	UE	@AUDAX	OHG	NUBLE	@SM	@UDC	CBLOA	CATO	@LSRN	RAN
SM	@AUDAX	UCH	@OHG	@CBLOA	CURI	@UDC	@CATO	EVRT	@RAN	COLO	@UE	PLTN	IQ	@NUBLE	LSRN	@CBSAL	HCH
OHG	CBLOA	@UDC	SM	UE	@RAN	COLO	@CBSAL	IQ	@UCH	@PLTN	CURI	@LSRN	AUDAX	@EVRT	HCH	@NUBLE	CATO
CURI	COLO	@PLTN	@CBSAL	RAN	@SM	LSRN	@HCH	UCH	@IQ	EVRT	@OHG	CBLOA	@CATO	UDC	@UE	@AUDAX	NUBLE
RAN	@CATO	LSRN	COLO	@CURI	OHG	@NUBLE	UDC	@CBLOA	SM	@UCH	IQ	@CBSAL	HCH	@AUDAX	EVRT	UE	@PLTN
UDC	@NUBLE	OHG	@CATO	LSRN	@CBSAL	SM	@RAN	HCH	@UE	IQ	CBLOA	@UCH	PLTN	@CURI	COLO	@EVRT	AUDAX
NUBLE	UDC	@CBLOA	IQ	@AUDAX	@EVRT	RAN	@LSRN	CBSAL	@HCH	CATO	@PLTN	COLO	@UE	SM	@UCH	OHG	@CURI
HCH	UE	@COLO	AUDAX	@IQ	PLTN	@UCH	CURI	@UDC	NUBLE	@LSRN	@CBSAL	EVRT	@RAN	CATO	@OHG	CBLOA	@SM

Figura N°5: Fixture Instancia 3

Los tiempos de ejecución del modelo del fixture del fútbol chileno considerando los distintos grupos de restricciones se muestran en la siguiente tabla:

	Fixture 1	fixture 2	Fixture 3
Primer Grupo	56,857	63,43	79,773
Primer y Segundo Grupo	162,928	144,244	76,146
Todas y patrones fijos	6,905	1,854	41,885

Tabla N°1: Tabla de tiempos de ejecución (en segundos)

Por lo tanto en menos de 5 minutos se obtiene un fixture que satisface absolutamente todas las restricciones de la ANFP.

Es importante señalar que en la primera corrida (primer grupo) y en la segunda (primer y segundo grupo) hubo 8 patrones que se mantuvieron fijos todo el tiempo: Universidad de Chile, Colo Colo, Universidad Católica, Huachipato, Universidad de Concepción, Curicó, Rangers e Iquique. La razón es que la mayoría de estas escuadras tenían restricciones asociadas a localías, por lo que muy pocos o incluso un solo patrón les servía. Luego las cosas se aceleraban mucho si ya partían con el patrón asignado.

También vale la pena mencionar que partir directamente con el primer y segundo grupo de restricciones, es decir, hacer sólo 2 corridas en lugar de 3 no genera mayores cambios en los tiempos, por el contrario incluso acelera las cosas como se muestra en la siguiente tabla:

	Fixture 1	fixture 2	Fixture 3
Tiempo corrida Primer Grupo + Tiempo Corrida Primer y Segundo Grupo (se inicializa con solución anterior)	219,785	207,674	155,919
Tiempo corrida Primer y Segundo Grupo	164,235	144,244	76,245

Tabla N°2: Tabla de comparación de tiempos (en segundos)

Esto se debe probablemente al hecho de que la mayoría de las restricciones del primer grupo se pueden cumplir con relativa facilidad gracias al diseño inteligente de los patrones. Sin embargo, no se cree buena idea cambiar el procedimiento antes descrito ya que el hacerlo de esta forma permite tener un chequeo rápido de que las cosas están en orden, vale decir, si el modelo no anda bien con el primer grupo es porque tiene que haber un problema. Si el modelo no anda bien con el primer y segundo grupo, no es tan claro que haya un problema, ya que el número y tipo de restricciones hacen de éste un problema más difícil de resolver.

A su vez, se probó qué pasaba si no se asignaban todos los patrones en la etapa 4 del procedimiento. La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos. La primera columna indica cuantos patrones estaban fijos.

	Fixture 1	**fixture 2**	**Fixture 3**
16 patrones	56,958	11,033	5,571
15 patrones	658,418	42,511	51,049
14 patrones	21075,839 (6 hrs aprox)	112807,16 (31 hrs aprox)	más de 2 días y no hay solución
13 patrones	13384,440 (3.5 hrs aprox)	730,149	1804,975 (0,5 hrs aprox)
12 patrones	504,971	12947,090 (3,5 hrs aprox)	1697,598 (0,5 hrs aprox)
11 patrones	54933,098 (15 hrs aprox)	más de 2 días y no hay solución	más de 2 días y no hay solución
10 patrones	72629,861 (20 hrs aprox)	30,057	más de 2 días y no hay solución
8 patrones	más de 2 días y no hay solución	más de 2 días y no hay solución	más de 2 días y no hay solución

Tabla N°3: Tabla de tiempos de prueba (en segundos)

Se fueron liberando los patrones de los equipos que menos restricciones asociadas a localías tuviesen. Los equipos que no estaban fijos a un patrón para cada caso eran:

- 16 patrones fijos (2 libres): Palestino y Santiago Morning
- 15 patrones fijos (3 libres): Unión Española, Palestino y Santiago Morning
- 14 patrones fijos (4 libres): Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning
- 13 patrones fijos (5 libres): La Serena, Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning
- 12 patrones fijos (6 libres): O´Higgins, La Serena, Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning
- 11 patrones fijos (7 libres): Everton, O´Higgins, La Serena, Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning
- 10 patrones fijos (8 libres): Universidad Católica, Everton, O´Higgins, La Serena, Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning

- 8 patrones fijos (10 libres): Ñublense, Cobreloa, Cobresal, Everton, O´Higgins, La Serena, Audax, Unión Española, Palestino y Santiago Morning

De ambas tablas se aprecia que la diferencia en tiempo entre 16 y 18 patrones fijos es poca, de hecho curiosamente para el caso de la instancia 3 se demora menos con 16 patrones fijos que con 18. Con 15 patrones fijos aún las diferencias no son tan significativas (salvo para la instancia 1). Pero lo que ocurre con 14 patrones fijos o menos se escapa de lo esperado. Se creería que mientras más patrones se liberen más tiempo debería ir tomando el proceso, pero eso no es lo que pasa. Los tiempos no siguen un comportamiento claro en ninguna de las 3 instancias. Además si comparamos entre instancias tampoco hay una mayor relación. La siguiente figura refleja lo anterior:

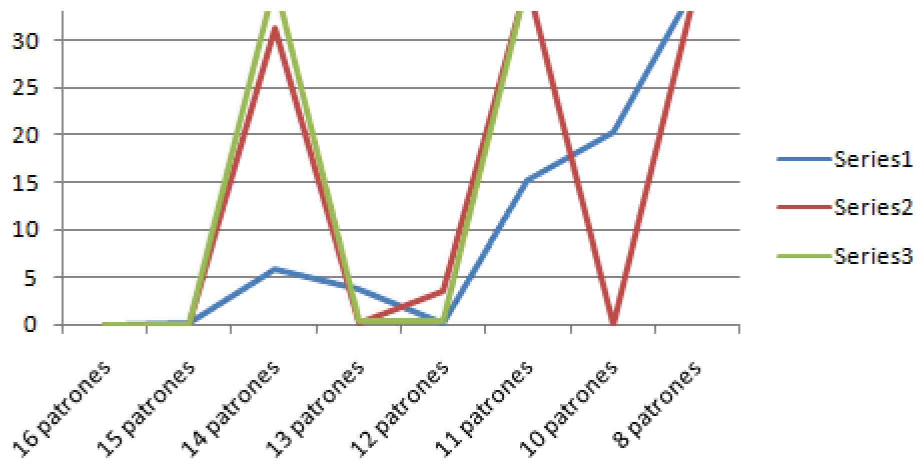

Figura N°6: Gráfico de tiempos de prueba (horas)

Lo que sí se puede apreciar es que la instancia 1 (la que es menos restrictiva en lo que a breaks se refiere) tiene un comportamiento relativamente más estable y además es la instancia que más soluciones logra obtener en menos de 48 horas, sólo falla cuando hay únicamente 8 patrones fijos, situación en la cual con las otras instancias tampoco se obtiene solución en el plazo deseado.

Es difícil explicar este comportamiento, ya que si bien la base conceptual detrás del solver CPLEX es conocida, y se sabe bastante de cómo este opera, tampoco esto es conocido a un 100%. Sin embargo, es posible aventurar ciertas conjeturas tales como que la falta de una función objetivo hacen que el Branch&Bound que va efectuando CPLEX se haga de manera poco eficiente, ya que no se van podando ramas del árbol y que además a la hora de resolver el problema relajado de cada nodo del árbol como no hay una función objetivo que guie adecuadamente la búsqueda de los vértices del polihedro este proceso también sea más lento de lo deseado. Otra opción es haber tomado una mala decisión a la hora de definir que patrones se dejan libres.

Para evaluar la última conjetura expresada en el párrafo anterior se estudió qué pasaba si al dejar 14 patrones fijos, se cambiaban los 14 que estaban en esta condición, el resultado se aprecia en la siguiente tabla:

	Fixture 1	**fixture 2**	**Fixture 3**
14 patrones prima	41551,702	12,587	260,123

Tabla N°4: Tiempos ejecución con 14 patrones fijos alternativos

Luego para la instancia 1 los tiempos casi se duplican con el cambio, sin embargo, las instancias 2 y 3 mejoran ostensiblemente sus resultados pasando de más de un día de ejecución a poco más de 12 segundos y de no obtenerse solución en 2 días a obtener una en menos de 5 minutos. Luego es posible señalar que, que patrones se dejan fijos y cuales libres si tiene repercusiones en el tiempo de ejecución. Lamentablemente acá no es mucho lo que se puede hacer, la recomendación sigue siendo dejar libres a aquellos equipos que posean menos restricciones asociadas a localías. En esta prueba los equipos que tuvieron sus patrones libres fueron: Santiago Morning, Palestino, La Serena y O´Higgins, todos equipos con pocas restricciones de las antes señaladas.

A su vez también se probó que ocurría si se incluía una función objetivo al modelo. Estas pruebas al igual que las anteriores se hicieron para la etapa 4 del procedimiento. Como los resultados con los 18 patrones fijos fueron muy buenos, el testeo se realizó para los casos con sólo 14 patrones fijos. Para armar la función objetivo se tomaron las restricciones asociadas a buenas doble secuencias de partidos, las razones para tomar estas restricciones fueron: que no era difícil generar la función objetivo a partir de estas restricciones y que estas eran las restricciones que más podían complicar el problema (sin estas restricciones y teniendo sólo 8 patrones fijos el modelo se resuelve rápidamente). Es importante dejar en claro que las restricciones en las cuales se basa la función objetivo siguen estando en el modelo. Luego la función, la cual se desea maximizar, es la siguiente:

$$\sum_{j\epsilon Cerca\ \ Serena\ ,k\leq 16} x_{LSRN,j,k} + x_{LSRN,j,k+1} - \sum_{j,k\leq 16} x_{LSRN,j,k} + x_{LSRN,j,k+1}$$

$$+ \sum_{j\epsilon Cerca\ \ Serena\ ,k\leq 16} x_{j,LSRN,k} + x_{j,LSRN,k+1} - \sum_{j,k\leq 16} x_{j,LSRN,k} + x_{j,LSRN,k+1}$$

$$+ \sum_{i\epsilon Septima\ ,j\epsilon Cerca\ \ Septima\ ,k\leq 16} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - \sum_{j,k\leq 16} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}$$

$$\sum_{i\epsilon Septima\ ,j\epsilon Cerca\ \ Septima\ ,k\leq 16} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - \sum_{j,k\leq 16} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}$$

$$+ \sum_{i\ \epsilon\ Extremo\ \ Nortej\epsilon Norte\ \ ,k\epsilon F} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - \sum_{j,k\epsilon F} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}$$

$$+ \sum_{i\ \epsilon\ Extremo\ \ Nortej\epsilon Norte\ \ ,k\epsilon FF} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - \sum_{j,k\epsilon FF} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}$$

$$+ \sum_{i\epsilon 8,j\epsilon Sur\ ,k\epsilon F} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - \sum_{j,k\epsilon F} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}$$

$$+ \sum_{i\epsilon 8,j\epsilon Sur\ ,k\epsilon FF} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \geq \sum_{j,k\epsilon FF} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}$$

$$- \sum_{i\epsilon Centro\ ,j\epsilon Norte\ \ U\ Sur\ ,k\leq 16} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}$$

$$- \sum_{i\epsilon Centro\ ,j\epsilon Norte\ \ U\ Sur\ ,k\leq 16} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}$$

Los Resultados obtenidos son bastante positivos, hay que dejar en claro que el modelo se ejecutó de forma tal que apenas hubiese una solución factible éste parara, ya que en realidad para efectos prácticos lo que se deseaba era tener la solución lo antes posible y no el mejor valor de la función objetivo. Para la instancia 1 con la primera alternativa de 14 patrones fijos el tiempo de ejecución es de 16,780 segundos, mientras que con la segunda alternativa el tiempo es 590,052. Por su parte para la segunda instancia el tiempo de ejecución para ambas alternativas de patrones fijos es de 134,682 y 21,256 respectivamente. Por su parte estos valores para la última instancia son 22,026 y 26,166. Los resultados anteriores más los antes obtenidos para 14 patrones fijos y los resultados del paso 4 del procedimiento se sintetizan en la siguiente tabla:

	Fixture 1	**fixture 2**	**Fixture 3**
Paso 4	6,905	1,854	41,885
14 patrones	21075,839 (6 hrs aprox)	112807,16 (31 hrs aprox)	más de 2 días y no hay solución
14 patrones prima	41551,702 (11.5 hrs aprox)	12,587	260,123
14 patrones + FO	16,78	134,682	22,026
14 patrones prima + FO	590,052	21,526	26,116

Tabla N°5: Comparación corridas con 14 patrones fijos y paso 4

De la tabla se desprende que el incorporar la función objetivo trae grandes mejoras para todos los casos menos 1, para la instancia 2 la situación con 14 patrones prima los resultados son mejores cuando no se incorpora la función objetivo, sin embargo, los resultados con función objetivo para este caso sigue siendo muy bueno. Un hecho que vale la pena mencionar, es que para la instancia 3 se obtiene mejores resultados con 14 patrones fijos más función objetivo que con el paso 4 del procedimiento.

Dado el buen resultado de la incorporación de la función objetivo se decidió probar también que ocurría al incorporarla en la situación en que sólo se fijaban 8 patrones. Hay que recordar que en esta situación ninguna instancia arroja solución tras 48 horas de espera. Los resultados para 8 patrones fijos y usando función objetivo se muestran en la siguiente tabla (acá nuevamente el modelo fue interrumpido cuando apareció la primera solución factible):

	Fixture 1	fixture 2	Fixture 3
8 patrones + FO	1165,059 (0,323 hrs)	357,557	1173,511 (0,325 hrs)

Tabla N°6: Resultados con 8 patrones fijos y función objetivo

Los números obtenidos son excelentes.

Luego es posible afinar de mejor forma el paso 5 del procedimiento y que éste cumpla lo siguiente: si los resultados del paso 4 son malos porque están tomando mucho tiempo se recomienda agregar la función objetivo (esto podría hacerse desde un comienzo). Si el problema es de infactibilidad, lo que se recomienda hacer es liberar patrones e incorporar función objetivo al modelo. Y si esto aún no funciona lo que se recomienda es que algunos equipos, los que estén asociados a un menor número de restricciones de localías, no tengan que estar asociados a ningún patrón y que sea el mismo modelo el que arme sus secuencias de localías y visitas. Todo este proceso puede estar acotado por un cierto límite de tiempo tras el cual se acepta ir buscando soluciones que no respeten el 100% de las restricciones.

FIXTURE DE PRIMERA B

El siguiente problema a tratar es el de la confección del fixture de Primera B.

Al igual que para el caso de Primera A la ANFP en base a la disposición de los estadios, los requisitos que cada equipo realice y peticiones elaboradas por ella crea una lista de restricciones que el fixture de Primera B debe cumplir, ojalá en su totalidad. El objetivo detrás de estas restricciones es el mismo que hay detrás de las que se generan para Primera A. Acá además al igual que lo que ocurre con Primera A lo que se hace es programar el torneo de Apertura teniendo en consideración que el Clausura es el espejo del Apertura.

Una vez más es relevante aclarar que la ANFP decide por cuenta propia que sistema de torneo utilizar, en que día se juega cada fecha y los horarios de los partidos.

LAS PETICIONES DE LA ANFP

Las características tan particulares del sistema de torneo que rige a esta división del fútbol chileno, permiten abordar el problema de distinta forma. Es por ello que a diferencia de la sección anterior, se presentaran en primer lugar las restricciones y luego se dará paso a la modelación. Las peticiones de la asociación son las siguientes:

- Los equipos juegan todos contra todos en la fase nacional.
- Los equipos de un mismo grupo juegan todos contra todos en las fechas de grupo.
- Localías invertidas entre fase de grupos y regular. Es decir, si un equipo i es local contra el j en la fase de grupos, el j debe ser local contra el i en la fase nacional. La razón principal de esta restricción es que puede ser poco interesante para los hinchas ir 2 veces en un tan corto periodo de tiempo a ver el mismo partido. Además se considera más justo deportivamente hablando la situación aquí descrita.
- En la fase de grupos cada equipo juega de local 3 veces. De esta forma todos los equipos son locales un igual número de veces en esta fase del torneo lo que es considerado justo deportivamente hablando.
- Para efectos de la fase de grupo jugar de visita y luego tener el partido libre o tener el partidos libre y luego jugar de visita es considerado como un break. En esta fase puede existir un único break, por lo tanto éste ocurre sólo cuando está la fecha libre involucrada. La razón es que los equipos no estén muchos partidos seguidos fuera de su casa debido a que esto trae consigo perjuicios económicos y en el rendimiento de la escuadra.
- Ningún equipo tiene más de 7 o menos de 6 localías en la fase nacional. Nuevamente lo que está detrás de esta petición es la equidad deportiva.
- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita. Las razones: justicia deportiva y la búsqueda de un torneo atractivo para

los hinchas, no es tan motivante ir 3 semanas seguidas al estadio (además es mucho gasto en tan poco tiempo) y por el contrario es algo desmotivante para los fanáticos no poder ir a ver a su equipo favorito en 4 o más semanas.

- Ningún equipo tiene más de 2 breaks (idealmente 1) en la fase nacional. Esto se debe, al igual que el punto anterior a criterios de equidad deportiva y de atractivo para los hinchas.
- Unión La Calera cruzado con San Luis y Concepción cruzado con Lota. Por disponibilidad de estadios y seguridad.
- Evitar malas dobles secuencias de partidos de visita, tanto en el Apertura como en el Clausura. Vale decir, cuando un equipo tiene un break uno de los partidos debe ser contra un equipo cercano. Esto es para que los jugadores no se desgasten y que la dirigencia no tenga que incurrir en altos gastos de viaje de forma tan consecutiva.
- Balancear el viaje a los extremos del país entre el campeonato de Apertura y el de Clausura. Son 2 los motivos detrás de esta solicitud: suavizar el gasto de los equipos a lo largo del año y evitar el desgaste de los jugadores
- No hay breaks en la última fecha. Cosa de que ningún equipo tenga la ventaja de tener 2 partidos de local en un momento decisivo del torneo, ni la desventaja de poseer 2 partidos seguidos de visita en esta instancia del campeonato.
- Coquimbo local en la fecha 1 y 14. Por disponibilidad de estadio y fiesta de la Pampilla. Esta fiesta hace que el partido sea un espectáculo poco interesante, además tampoco hay suficiente dotación policial para resguardar la seguridad de un encuentro.
- Equipos de la quinta región (Unión La Calera, San Luis, Wanderers y San Felipe) no pueden ser local en la fecha 4 ya que se está realizando el Festival de la Canción de Viña del Mar, por lo que los partidos

generarían poco interés y también porque no hay suficientes policías para cuidar más eventos masivos aparte del festival.

- Melipilla pidió partir libre
- Arica y Antofagasta juegan entre ellos en la primera fecha. Ninguno quería desplazarse mayormente en la fecha 1 del campeonato.

Una clara diferencia con las restricciones del fixture de Primera A es que para la B el número de restricciones asociadas a las localías de los equipos es menor. Además ahora las restricciones son en general más genéricas, es decir, son menos las restricciones asociadas a equipos en particular.

LOS MODELOS

A continuación se desarrollaran 3 formas de resolver el problema. Las 2 primeras se basan en dividir el problema en partes, es decir, resolver la fase de grupos y la nacional por separado, teniendo en cuenta eso sí que hay elementos que las conectan (invertir localías y los breaks permitidos). La gracia de este enfoque es que se resuelven 2 problemas más pequeños en lugar de uno más grande. La tercera alternativa que se expondrá es resolver todo a través de un único modelo, la ventaja de este esquema es que los factores que conectan la fase de grupos con la nacional son tomados en cuenta en un único modelo.

Todos los modelos son ejecutados en un computador con 4 GB de memoria RAM y procesador Intel Core 2 Duo 2.20 GHz utilizando GAMS y como solver CPLEX 10.2

Primer Enfoque

La idea acá es resolver primero la fase de grupos y luego la nacional. El modelo es el siguiente:

Fase Grupos: Grupo Norte

Como hay un número impar de equipos, un equipo queda libre por fecha. Cuando una escuadra queda libre es porque está enfrentando a AUX1. Por su parte, para este caso, además de la clásica consideración de break, se entenderá que cuando un equipo juega de visita y después queda libre, o queda libre y luego juega de visita se está incurriendo en un break. Se desea que sólo exista un break y que éste debe ocurrir cuando AUX1 esté involucrado, lo anterior es equivalente a solicitar que el fixture no posea breaks para los equipos si es que no se considera la fecha en que quedan libres.

Conjuntos

$I \coloneqq \{AUX\ 1, ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$(todos\ los\ equipos\ del\ grupo\ norte\ más\ AUX\ 1)$

$J \coloneqq I$

$A \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$(todos\ los\ equipos\ grupo\ norte)$

$B \coloneqq A$

$Quinta \coloneqq \{ULAC, SLUIS, WDR\}$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ (todas\ las\ fechas)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \sum_{j} x_{j,i,k} = 1 \; \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_{k} x_{i,j,k} + \sum_{k} x_{j,i,k} = 1 \; \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 4 ni menos de 3 localías (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j,k} x_{a,j,k} \leq 4 \;\; \forall a \epsilon A$$

$$3 \leq \sum_{j,k} x_{a,j,k} \quad \forall a \epsilon A$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} + x_{a,j,k+2} \leq 2 \; \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} + x_{j,a,k+2} \leq 2 \; \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 1 break (salvo por AUX 1)

$$\sum_{k} z_{a,k} + \sum_{k} v_{a,k} \leq 1 \; \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} \leq 1 + z_{a,k} \;\; \forall a \epsilon A, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} \leq 1 + v_{a,k} \;\; \forall a \epsilon A, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \; \forall \; i\epsilon I, \forall \; k\epsilon K$$

- El break de los equipos reales, sólo puede ocurrir si AUX1 está involucrado.

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{a,j,k+2} \leq 2 \; \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{j,a,k+2} \leq 2 \; \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{a,j,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{a,j,3} \leq 2 \; \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{j,a,3} \leq 2 \; \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{a,j,6} \leq 2 \; \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{j,a,6} \leq 2 \; \forall a\epsilon A$$

- Coquimbo no puede ser visita en la fecha 1 del Apertura

$$\sum_{a} x_{a,COQ,1} = 0$$

- Equipos de la quinta región (Unión La Calera, San Luis y Wanderers) no pueden ser local en la fecha 4.

$$\sum_{a\epsilon A, q\epsilon Quinta} x_{q,a,4} = 0$$

- Arica y Antofagasta juegan entre ellos en la primera fecha

$$x_{ARI,ANTF,1} + x_{ANTF,ARI,1} = 1$$

- Unión La Calera cruzado con San Luis

$$\sum_{j} x_{ULAC,j,k} + x_{SLUIS,j,k} = 1 \ \forall k$$

- Cada uno de los 6 equipos reales debe ser exactamente 3 veces local contra los otros equipos reales (con esta restricción sería suficiente para conseguir la antes mencionada de que un equipo tiene entre 3 y 4 localías)

$$\sum_{b,k} x_{a,b,k} = 3 \ \forall a \epsilon A$$

Fase Grupos: Grupo Sur

Nuevamente como hay un número impar de equipos, un equipo queda libre por fecha. Cuando una escuadra queda libre es porque está enfrentando a AUX1. Por su parte, acá también, además de la clásica consideración de break, se entenderá que cuando un equipo juega de visita y después queda libre, o queda libre y luego juega de visita se está incurriendo en un break. Se desea una vez más que sólo exista un break y que éste debe ocurrir cuando AUX1 esté involucrado, lo anterior es equivalente a solicitar que el fixture no posea breaks para los equipos si es que no se considera la fecha en que quedan libres.

Conjuntos

$I \coloneqq \{AUX\ 1, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$(todos\ los\ equipos\ del\ grupo\ sur\ más\ AUX\ 1)$

$J \coloneqq I$

$A \coloneqq \{USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$(todos\ los\ equipos\ grupo\ sur)$

$B \coloneqq A$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ (todas\ las\ fechas)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_j x_{i,j,k} + \sum_j x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_k x_{i,j,k} + \sum_k x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 4 ni menos de 3 localías (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j,k} x_{a,j,k} \leq 4\ \ \forall a \epsilon A$$

$$3 \leq \sum_{j,k} x_{a,j,k}\quad \forall a \epsilon A$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} + x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} + x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 1 break (salvo por AUX 1)

$$\sum_{k} z_{a,k} + \sum_{k} v_{a,k} \leq 1 \ \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} \leq 1 + z_{a,k} \ \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} \leq 1 + v_{a,k} \ \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i\epsilon I, \forall \ k\epsilon K$$

- El break de los equipos reales, sólo puede ocurrir si AUX1 está involucrado.

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{a,j,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{a,j,3} \leq 2 \ \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{j,a,3} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{a,j,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{j,a,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

- Melipilla parte libre

$$x_{MELI,AUX1,1} + x_{AUX1,MELI,1} = 1$$

- Unión San Felipe (equipo de la quinta región) no pueden ser local en la fecha 4.

$$\sum_{i \epsilon I,} x_{i,USF,4} + x_{USF,AUX1,4} = 1$$

- Concepción cruzado con Lota

$$\sum_{j} x_{CON,j,k} + x_{LOTA,j,k} = 1 \ \ \forall k$$

- Cada uno de los 6 equipos reales debe ser exactamente 3 veces local contra los otros equipos reales (con esta restricción sería suficiente para conseguir la antes mencionada de que un equipo tiene entre 3 y 4 localías).

$$\sum_{b,k} x_{a,b,k} = 3 \ \forall a \epsilon A$$

Fase Regular

$I \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$J \coloneqq I$

$Extremo\ Norte \coloneqq \{ARI, ANTF\}$

$Norte \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ\}$

$Centro \coloneqq \{ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI\}$

$Sur \coloneqq \{\ CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$Extremo\ Sur \coloneqq \{\ OSO, PTOM\}$

$Extremos\ \coloneqq \{ARI, ANTF, OSO, PTOM\}$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8,9,10,11,12,13\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \sum_{j} x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_{k} x_{i,j,k} + \sum_{k} x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 7 y menos de 6 localías

$$\sum_{j,k} x_{i,j,k} \leq 7 \ \ \forall i \epsilon I$$

$$6 \leq \sum_{j,k} x_{i,j,k} \ \ \forall i \epsilon I$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i,j,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} + x_{j,i,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 2 breaks (idealmente 1)

$$\sum_{k} z_{i,k} + \sum_{k} v_{i,k} \leq 2 \ (1) \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + z_{i,k} \ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + v_{i,k} \ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i \epsilon I, \forall \ k \epsilon K$$

- Unión La Calera cruzado con San Luis y Concepción cruzado con Lota

$$\sum_{j} x_{ULAC,j,k} + x_{SLUIS,j,k} = 1 \ \ \forall k$$

$$\sum_{j} x_{CON,j,k} + x_{LOTA,j,k} = 1 \ \ \forall k$$

- Evitar malas dobles secuencias de partidos de visita, tanto en el Apertura como en el Clausura. Definimos para cada equipo i el conjunto cerca(i) que contiene los equipos que se consideran están cerca de i. La idea acá es que si hay 2 partidos seguidos de visita, al menos 1 es en un lugar cercano al del equipo que debe desplazarse.

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + \sum_{j \epsilon cerca\ (i)} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \forall\ i, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + \sum_{j \epsilon cerca\ (i)} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \forall\ i, \forall k < |K|$$

- Balancear el viaje a los extremos del país

$$\sum_{j \in Extremo\ Sur,k} x_{j,i,k} = 1\ \ \forall i \in Norte$$

$$\sum_{j \in Extremo\ Norte,k} x_{j,i,k} = 1\ \ \forall i \in Sur$$

$$\sum_{j \in Extremos\ ,k} x_{j,i,k} \leq 3\ \ \forall i \in Centro$$

$$1 \leq \sum_{j \in Extremos\ ,k} x_{j,i,k}\ \ \ \forall i \in Centro$$

- Se invierten las localías entre la fase de grupos y la fase regular. Si en la fase de grupos el equipo i jugaba como local contra el j, acá se incorpora la restricción:

$$\sum_{k} x_{i,j,k} = 0$$

Esto se realiza para todos los partidos de la fase de grupos

- No hay breaks en la última fecha

$$\sum_j x_{i,j,13} + x_{i,j,14} = 1 \; \forall i$$

- Coquimbo local en la fecha 7

$$\sum_j x_{COQ,j,7} = 1$$

- Además dependiendo de los resultados de la fase de grupos se incorporan restricciones para que el inicio de la fase regular sea concordante con la finalización de la fase anterior. Acá el punto principal es evitar que se generen más breaks de los permitidos

Función Objetivo

- Se utiliza para apoyar la restricción de que hay que invertir las localías de la fase anterior. Lo que se hace es minimizar la suma de partidos en los cuales se repetiría la localía

$$min \sum_{(i,j)\in partidos\ \ jugados\ \ en\ fase\ de\ grupos\ ,k} x_{i,j,k}$$

Tanto el modelo para el grupo norte como el modelo para el grupo sur cuentan con 560 variables binarias, mientras que el modelo de la fase regular posee 2912 variables. En lo que a restricciones se refiere los números son: 466 para el modelo del grupo norte, 465 para el del sur y 1685 para el de la fase regular.

Dado el tamaño del problema de la fase de grupos, éste se intentó resolver sin el uso de los patrones. El resultado fue positivo, en pocos segundos se obtiene la solución. En todo caso, igual se probó qué ocurría si se usaban patrones y de hecho el resultado en este caso es peor. Con el par de conjuntos de patrones que se probó, el resultado dio infactible. Esto se debe a que el usar patrones en este caso reduce de sobremanera el espacio de soluciones posibles. Acá se generaron 8 patrones, de los cuales 7 podían ser usados por los equipos reales y el otro era para el equipo auxiliar (fecha libre), por lo tanto existían 40320 formas de asignar los 8 patrones entre los 7 equipos, sin considerar impedimentos debido a restricciones. En tanto, si no se usan patrones, con 8 equipos, nuevamente sin considerar restricciones, es posible generar 31.449.600 fixtures. Luego en este espacio tan pequeño de posibilidades se exigía que se cumpliesen restricciones, valga la redundancia, muy restrictivas como lo eran que todos los breaks incluyesen la fecha libre y que cada equipo juega de local la mitad de las fechas que les toca jugar (3).

Por su parte, el problema de la fase nacional, es bastante más grande, acá el no usar patrones no permite tener soluciones en un periodo razonable de tiempo. Es por ello que la variable $y_{i,p}$, ya descrita en la sección Fixture de Primera A, fue incorporada junto a todas las restricciones que la acompañan (también descritas en la sección Fixture de Primera A). Esto provoca que el problema quede con 2744 variables y 1195 restricciones. Pero lo más importante es que el número de fixtures posibles se reduce enormemente ya que sólo son posibles aquellos que puedan ser armados a través de los patrones.

Finalmente para resolver este problema se procedió de una forma muy similar a la del caso de Primera A, salvo que acá debido al tamaño del problema todas las restricciones son incorporadas al mismo tiempo.

La mayor dificultad en este problema a la hora de generar los patrones era cómo incorporar el hecho de que se invierten las localías entre la fase de grupos y la fase nacional. Para conseguir aquello se diseñaron los 14 patrones de la fase nacional pensado desde un comienzo que equipo iba a usar cada patrón, es así como por ejemplo el patrón 1 estaba ideado para Arica, el 2 para Antofagasta y así sucesivamente. La gracia de esto es que se pueden armar 14 patrones que además de respetar las restricciones básicas de los patrones y las restricciones de localías propias de cada equipo, pueden tomar en consideración la situación recién mencionada de que las localías se deben invertir, cómo conseguir esto ya fue explicado al momento de presentar el modelo generador de patrones y se hace incorporando la siguiente restricción a aquel modelo:

$$u_{g,h,k} \leq x_{g,k} \quad \forall k \epsilon K$$

Donde g es el equipo que se desea sea local contra la escuadra h.

Es así como, si por ejemplo en el fixture de la fase de grupos salía que Arica (patrón 1) recibía a Antofagasta (patrón 2), el modelo generador de patrones se preocupaba de que sea factible que el patrón 2 reciba al patrón 1. Ahora bien, esto no garantizaba que a la hora de resolver el fixture de Primera B con los 14 patrones fijos la solución de factible, ya que claro está, hay restricciones que el modelo generador de patrones no toma en cuenta (si tomase todo en cuenta sería resolver el problema del fixture de Primera B y no sería necesario dividir el problema).

Para resolver este problema 2 instancias fueron realizadas: una que permitía 2 breaks durante la fase nacional (instancia 1) y otra que permitía un solo break (instancia 2).

A la hora de resolver el problema con los 14 patrones fijos, el resultado dio infactible para ambas instancias. Por lo tanto se probó qué pasaba si se dejaban los 14 patrones fijos, pero si se liberaba la restricción de invertir localías, manteniendo en todo caso la función objetivo de minimizar el número de partidos repetidos. Esta petición además de ser una restricción que complica el problema, era la petición que menos importaba no se cumpliese para la directiva de la ANFP. Luego, al hacer esto se obtienen soluciones en el orden de un segundo. Para la primera instancia sólo 2 partidos se repiten, para la segunda esto ocurre con 10. Es importante tener claro que el peor resultado posible es 42 partidos repetidos, por lo que la solución de la instancia 1 es buena, pero la de la instancia 2 no lo es.

Entonces a continuación se evaluó que pasaba si sólo se dejaban 4 patrones fijos. Y lo que ocurría era que se encontraban soluciones en un tiempo razonable (mucho mejor para la instancia 2) y en ambos casos la función objetivo daba 1.

Finalmente se probó que acontecía si se liberaban todos los patrones y en tal caso en poco menos de 40 minutos para la instancia 1 y en aproximadamente 18 horas para la 2 se obtenían soluciones que cumplían con todas las restricciones. Las siguientes tablas sintetizan los resultados aquí expuestos:

N° de Patrones fijos	FO	Tiempo
todos	2	1,526
4	1	21373,25 (casi 6 hrs)
0	0	2375,608
fixture 1		

Tabla N°7: Resultados Instancia 1 Enfoque 1 Primera B

N° de Patrones fijos	FO	Tiempo
todos	10	0,118
4	1	63,305
0	0	65222,47 (poco más 18hrs)
fixture 2		

Tabla N°8: Resultados Instancia 2 Enfoque 1 Primera B

Por su parte, se evaluó qué pasaba si a la hora de hacer la corrida con todos los patrones libres se inicializaba la solución con el resultado anterior (4 patrones fijos). Para la instancia 1 el tiempo se reduce a 1468,053 segundos (casi 25 minutos) lo que significa una reducción en el tiempo de un 38,2% una cifra elevada. A su vez, para la instancia 2 en contraposición en tiempo aumento a 94684,052 segundos (26,3 horas), lo que significa un aumento de un 45,17%. Se tendería a pensar que partir la resolución del problema con una buena solución haría que el tiempo de ejecución sea menor, pero acá lo que ocurrió es que la solución con que se inicializó en la práctica no estaba cerca de la que se obtuvo, esto se ve en el hecho que 11 patrones cambiaron de asignación si comparamos la inicialización con la solución final.

Finalmente el fixture obtenido es (en azul están los breaks):

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7
AUX1	COPI	@WDR	@ANTF	@ULAC	SLUIS	ARI	@COQ
ARI	@ANTF	SLUIS	@COQ	WDR	@ULAC	@AUX1	COPI
ANTF	ARI	@COPI	AUX1	SLUIS	@COQ	WDR	@ULAC
COPI	@AUX1	ANTF	@SLUIS	COQ	@WDR	ULAC	@ARI
COQ	WDR	@ULAC	ARI	@COPI	ANTF	@SLUIS	AUX1
ULAC	@SLUIS	COQ	@WDR	AUX1	ARI	@COPI	ANTF
SLUIS	ULAC	@ARI	COPI	@ANTF	@AUX1	COQ	@WDR
WDR	@COQ	AUX1	ULAC	@ARI	COPI	@ANTF	SLUIS

Figura N°7: Fixture Grupo Norte Primer Enfoque

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7
AUX1	MELI	CON	@LOTA	@NAVAL	@OSO	USF	PTOM
USF	LOTA	@OSO	PTOM	@CON	NAVAL	@AUX1	@MELI
MELI	@AUX1	@LOTA	OSO	@PTOM	CON	@NAVAL	USF
CON	PTOM	@AUX1	@NAVA	USF	@MELI	LOTA	@OSO
LOTA	@USF	MELI	AUX1	@OSO	PTOM	@CON	NAVAL
NAVAL	OSO	@PTOM	CON	AUX1	@USF	MELI	@LOTA
OSO	@NAVA	USF	@MELI	LOTA	AUX1	@PTOM	CON
PTOM	@CON	NAVAL	@USF	MELI	@LOTA	OSO	@AUX1

Figura N°8: Fixture Grupo Sur Primer Enfoque

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ARI	@NAVAL	COQ	@CON	ANTF	@SLUIS	OSO	@COPI	@PTOM	USF	@WDR	MELI	@LOTA	ULAC
ANTF	PTOM	@MELI	LOTA	@ARI	NAVAL	@WDR	ULAC	@USF	COQ	COPI	@SLUIS	CON	@OSO
COPI	MELI	@ULAC	OSO	@PTOM	CON	@USF	ARI	SLUIS	@NAVAL	@ANTF	WDR	@COQ	LOTA
COQ	LOTA	@ARI	USF	@OSO	ULAC	@MELI	PTOM	@WDR	@ANTF	SLUIS	@CON	COPI	@NAVAL
ULAC	@USF	COPI	@MELI	WDR	@COQ	LOTA	@ANTF	NAVAL	@CON	PTOM	@OSO	SLUIS	@ARI
SLUIS	OSO	@LOTA	WDR	@NAVAL	ARI	@PTOM	CON	@COPI	MELI	@COQ	ANTF	@ULAC	USF
WDR	@CON	USF	@SLUIS	@ULAC	MELI	ANTF	@LOTA	COQ	@OSO	ARI	@COPI	NAVAL	@PTOM
USF	ULAC	@WDR	@COQ	MELI	@LOTA	COPI	@NAVAL	ANTF	@ARI	CON	@PTOM	OSO	@SLUIS
MELI	@COPI	ANTF	ULAC	@USF	@WDR	COQ	@OSO	LOTA	@SLUIS	NAVAL	@ARI	PTOM	@CON
CON	WDR	@PTOM	ARI	@LOTA	@COPI	NAVAL	@SLUIS	OSO	ULAC	@USF	COQ	@ANTF	MELI
LOTA	@COQ	SLUIS	@ANTF	CON	USF	@ULAC	WDR	@MELI	@PTOM	OSO	@NAVAL	ARI	@COPI
NAVAL	ARI	@OSO	PTOM	SLUIS	@ANTF	@CON	USF	@ULAC	COPI	@MELI	LOTA	@WDR	COQ
OSO	@SLUIS	NAVAL	@COPI	COQ	PTOM	@ARI	MELI	@CON	WDR	@LOTA	ULAC	@USF	ANTF
PTOM	@ANTF	CON	@NAVAL	COPI	@OSO	SLUIS	@COQ	ARI	LOTA	@ULAC	USF	@MELI	WDR

Figura N°9: Fixture Fase Nacional Primer Enfoque Instancia 1

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ARI	@COPI	ANTF	@CON	COQ	@NAVAL	USF	@PTOM	OSO	@SLUIS	LOTA	@WDR	ULAC	@MELI
ANTF	ULAC	@ARI	COPI	CON	@USF	COQ	@SLUIS	PTOM	@OSO	NAVAL	@LOTA	MELI	@WDR
COPI	ARI	@MELI	@ANTF	USF	@CON	SLUIS	@COQ	NAVAL	@LOTA	WDR	@OSO	PTOM	@ULAC
COQ	OSO	@WDR	MELI	@ARI	ULAC	@ANTF	COPI	@USF	CON	SLUIS	@NAVAL	LOTA	@PTOM
ULAC	@ANTF	CON	@USF	SLUIS	@COQ	OSO	@LOTA	WDR	@NAVAL	PTOM	@MELI	@ARI	COPI
SLUIS	LOTA	@PTOM	WDR	@ULAC	MELI	@COPI	ANTF	@CON	ARI	@COQ	USF	NAVAL	@OSO
WDR	@USF	COQ	@SLUIS	PTOM	@OSO	LOTA	@NAVAL	@ULAC	MELI	@COPI	ARI	@CON	ANTF
USF	WDR	@LOTA	ULAC	@COPI	ANTF	@ARI	CON	COQ	@PTOM	MELI	@SLUIS	OSO	@NAVAL
MELI	@CON	COPI	@COQ	NAVAL	@SLUIS	PTOM	@OSO	LOTA	@WDR	@USF	ULAC	@ANTF	ARI
CON	MELI	@ULAC	ARI	@ANTF	COPI	NAVAL	@USF	SLUIS	@COQ	OSO	@PTOM	WDR	@LOTA
LOTA	@SLUIS	USF	@NAVAL	OSO	@PTOM	@WDR	ULAC	@MELI	COPI	@ARI	ANTF	@COQ	CON
NAVAL	PTOM	@OSO	LOTA	@MELI	ARI	@CON	WDR	@COPI	ULAC	@ANTF	COQ	@SLUIS	USF
OSO	@COQ	NAVAL	PTOM	@LOTA	WDR	@ULAC	MELI	@ARI	ANTF	@CON	COPI	@USF	SLUIS
PTOM	@NAVAL	SLUIS	@OSO	@WDR	LOTA	@MELI	ARI	@ANTF	USF	@ULAC	CON	@COPI	COQ

Figura N°10: Fixture Fase Nacional Primer Enfoque Instancia 2

Segundo Enfoque

El segundo enfoque busca primero resolver la fase nacional y luego la de grupos. El modelo es el siguiente:

Fase Regular

$$I := \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$$

$$J := I$$

$$Extremo\ Norte := \{ARI, ANTF\}$$

$$Norte := \{ARI, ANTF, COPI, COQ\}$$

$$Centro := \{ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI\}$$

$$Sur := \{\ CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$$

$$Extremo\ Sur := \{\ OSO, PTOM\}$$

$$Extremos\ := \{ARI, ANTF, OSO, PTOM\}$$

$$Grupo\ Norte := \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$$

$$Grupo\ Sur := \{USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$$

$$K := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}\ \ (todas\ las\ fechas)$$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \sum_{j} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_{k} x_{i,j,k} + \sum_{k} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 7 y menos de 6 localías

$$\sum_{j,k} x_{i,j,k} \leq 7 \ \ \forall i \epsilon I$$

$$6 \leq \sum_{j,k} x_{i,j,k} \quad \forall i \epsilon I$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i,j,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} + x_{j,i,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 2 breaks (idealmente 1)

$$\sum_{k} z_{i,k} + \sum_{k} v_{i,k} \leq 2 \ (1) \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + z_{i,k} \ \ \forall i\epsilon I, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + v_{i,k} \ \ \forall i\epsilon I, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i\epsilon I, \forall \ k\epsilon K$$

- Unión La Calera cruzado con San Luis y Concepción cruzado con Lota

$$\sum_{j} x_{ULAC,j,k} + x_{SLUIS,j,k} = 1 \ \ \forall k$$

$$\sum_{j} x_{CON,j,k} + x_{LOTA,j,k} = 1 \ \ \forall k$$

- Evitar malas dobles secuencias de partidos de visita, tanto en el Apertura como en el Clausura. Definimos para cada equipo i el conjunto cerca (i) que contiene los equipos que se consideran están cerca de i. La idea acá es que si hay 2 partidos seguidos de visita, al menos 1 es en un lugar cercano al del equipo que debe desplazarse.

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \ x_{i,j,k+1} \leq 1 + \sum_{j\epsilon cerca\ \ (i)} x_{i,j,k} + \ x_{i,j,k+1} \forall \ i, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + \ x_{j,i,k+1} \leq 1 + \sum_{j\epsilon cerca\ \ (i)} x_{j,i,k} + \ x_{j,i,k+1} \forall \ i, \forall k < |K|$$

- Balancear el viaje a los extremos del país

$$\sum_{j \in Extremo\ \ Sur,k} x_{j,i,k} = 1 \ \ \forall i \in Norte$$

$$\sum_{j\in Extremo\ Norte,k} x_{j,i,k} = 1 \ \ \forall i \in Sur$$

$$\sum_{j\in Extremos,k} x_{j,i,k} \leq 3 \ \ \forall i \in Centro$$

$$1 \leq \sum_{j\in Extremos,k} x_{j,i,k} \ \ \ \forall i \in Centro$$

- No hay breaks en la última fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,13} + x_{i,j,14} = 1 \ \forall i$$

- Coquimbo local en la fecha 7

$$\sum_{j} x_{COQ,j,7} = 1$$

- Cada uno de los equipos del grupo Norte (Sur) debe ser exactamente 3 veces local contra los otros equipos de su mismo grupo (esta restricción se introduce para permitir que luego en la fase de grupos se puedan invertir las localías y respetar el hecho de que en la fase de grupos un equipo es local 3 veces)

$$\sum_{j\in GrupoNorte\ (Sur),k} x_{i,j,k} = 3 \ \forall i \epsilon Grupo\ Norte\ (Sur)$$

- Evitar que se generen breaks. No puede ocurrir que los equipos de un grupo inicien esta fase con más de 4 localías, ya que por cómo termina la fase grupal, esto traería consigo la generación de más breaks que los deseados

$$\sum_{i\epsilon Grupo\ Norte,j,k} x_{i,j,1} \leq 4$$

$$3 \leq \sum_{i\epsilon Grupo\ \ Norte,j,k} x_{i,j,1}$$

Función Objetivo

- No hay

Fase Grupos: Grupo Norte

La situación en lo referente a la fecha libre y a la consideración de los breaks es igual que para el caso cuando se resuelve primero la fase de grupos

Conjuntos

$I \coloneqq \{AUX\ 1, ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$(todos\ los\ equipos\ del\ grupo\ norte\ más\ AUX\ 1)$

$J \coloneqq I$

$A \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$(todos\ los\ equipos\ grupo\ norte)$

$B \coloneqq A$

$Quinta \coloneqq \{ULAC, SLUIS, WDR\}$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_j x_{i,j,k} + \sum_j x_{j,i,k} = 1 \ \forall i\epsilon I, \forall k\epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_k x_{i,j,k} + \sum_k x_{j,i,k} = 1 \ \forall i\epsilon I, \forall j\epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 4 y menos de 3 localías (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j,k} x_{a,j,k} \leq 4 \ \ \forall a\epsilon A$$

$$3 \leq \sum_{j,k} x_{a,j,k} \ \ \forall a\epsilon A$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita (salvo por AUX 1)

$$\sum_j x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} + x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_j x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} + x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 1 break (salvo por AUX 1)

$$\sum_k z_{a,k} + \sum_k v_{a,k} \leq 1 \ \forall a\epsilon A$$

$$\sum_j x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} \leq 1 + z_{a,k} \ \ \forall a\epsilon A, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} \leq 1 + v_{a,k} \ \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i \epsilon I, \forall \ k \epsilon K$$

- El break de los equipos reales, sólo puede ocurrir si AUX1 está involucrado (los equipos no tienen breaks si no se toma en cuenta la fecha libre).

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{a,j,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{a,j,3} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{j,a,3} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{a,j,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{j,a,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

- Coquimbo no puede ser visita en la fecha 1 del Apertura

$$\sum_{a} x_{a,COQ,1} = 0$$

- Equipos de la quinta región (Unión La Calera, San Luis y Wanderers) no pueden ser local en la fecha 4.

$$\sum_{a,q \epsilon Quinta} x_{q,a,4} = 0$$

- Arica y Antofagasta juegan entre ellos en la primera fecha

$$x_{ARI,ANTF,1} + x_{ANTF,ARI,1} = 1$$

- Unión La Calera cruzado con San Luis

$$\sum_{j} x_{ULAC,j,k} + x_{SLUIS,j,k} = 1 \ \forall k$$

- Cada uno de los 6 equipos reales debe ser exactamente 3 veces local contra los otros equipos reales.

$$\sum_{b,k} x_{a,b,k} = 3 \ \forall a \epsilon A$$

- Se invierten las localías entre la fase de grupos y la fase regular. Si en la fase regular el equipo i jugaba como local contra el j, acá se incorpora la restricción:

$$\sum_{k} x_{i,j,k} = 0$$

- Además dependiendo de los resultados de la fase regular se incorporan restricciones para que el inicio de la fase regular sea concordante con la finalización de la fase anterior. Acá el punto principal es evitar que se generen más breaks de los permitidos

Función Objetivo

- Se utiliza para apoyar la restricción de que hay que invertir las localías de la fase regular. Acá lo que se hace es minimizar la suma de partidos en los cuales se repetiría la localía

$$min \sum_{(i,j) \in partidos\ \ jugados\ \ en\ fase\ regular\ ,k} x_{i,j,k}$$

Fase Grupos: Grupo Sur

Una vez más la situación en lo que hace alusión a la fecha libre y a los breaks es la misma anteriormente descrita.

Conjuntos

$I \coloneqq \{AUX\ 1, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$(todos\ los\ equipos\ del\ grupo\ sur\ más\ AUX\ 1)$

$J \coloneqq I$

$A \coloneqq \{USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$(todos\ los\ equipos\ grupo\ sur)$

$B \coloneqq A$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + \sum_{j} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_{k} x_{i,j,k} + \sum_{k} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 4 y menos de 3 localías (salvo por AUX 1)

$$3 \leq \sum_{j,k} x_{a,j,k} \leq 4 \ \ \forall a \epsilon A$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita (salvo por AUX 1)

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} + x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} + x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 1 break (salvo por AUX 1)

$$\sum_{k} z_{a,k} + \sum_{k} v_{a,k} \leq 1 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} \leq 1 + z_{a,k} \ \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} \leq 1 + v_{a,k} \ \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \ \forall \ i \epsilon I, \forall \ k \epsilon K$$

- El break de los equipos reales, sólo puede ocurrir si AUX1 está involucrado (los equipos no tienen breaks si no se toma en cuenta la fecha libre).

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{a,j,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{a,AUX1,k+1} + x_{AUX1,a,k+1} + \sum_{j} x_{j,a,k+2} \leq 2 \ \forall a \epsilon A, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{a,j,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{a,j,3} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,2} + x_{a,AUX1,1} + x_{AUX1,a,1} + \sum_{j} x_{j,a,3} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{a,j,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{j,a,5} + x_{a,AUX1,7} + x_{AUX1,a,7} + \sum_{j} x_{j,a,6} \leq 2 \ \forall a \epsilon A$$

- Melipilla parte libre

$$x_{MELI,AUX1,1} + x_{AUX1,MELI,1} = 1$$

- Unión San Felipe (equipo de la quinta región) no pueden ser local en la fecha 4.

$$\sum_{i \epsilon I,} x_{i,USF,4} + x_{USF,AUX1,4} = 1$$

- Concepción cruzado con Lota

$$\sum_{j} x_{CON,j,k} + x_{LOTA,j,k} = 1 \ \forall k$$

- Cada uno de los 6 equipos reales debe ser exactamente 3 veces local contra los otros equipos reales.

$$\sum_{b,k} x_{a,b,k} = 3 \ \forall a \epsilon A$$

- Se invierten las localías entre la fase de grupos y la fase regular. Si en la fase regular el equipo i jugaba como local contra el j, acá se incorpora la restricción:

$$\sum_{k} x_{i,j,k} = 0$$

- Además dependiendo de los resultados de la fase regular se incorporan restricciones para que el inicio de la fase regular sea concordante con la finalización de la fase anterior. Acá el punto principal es evitar que se generen más breaks de los permitidos

Función Objetivo

- Se utiliza para apoyar la restricción de que hay que invertir las localías de la fase regular. Acá lo que se hace es minimizar la suma de partidos en los cuales se repetiría la localía

$$min \sum_{(i,j) \in partidos \ jugados \ en \ fase \ regular \ ,k} x_{i,j,k}$$

El número de variables y restricciones de la Fase Nacional es 2912 y 1658 respectivamente, mientras que esas cifras para el problema del Grupo Norte y del Grupos sur son 560, 488, 560 y 487 respectivamente.

Se puede apreciar que aunque la Fase Nacional se resuelva en primera instancia igual es necesario incorporar ciertas restricciones que la conecten a la Fase de Grupos. En el enfoque anterior cuando se resolvía primero la Fase de Grupos, no era necesario acá agregar ninguna restricción pensando en lo que venía después.

Por su parte, el tamaño del problema de la fase nacional y su dificultad no son despreciables, es por ello que nuevamente el esquema de patrones ya descritos fue incorporado. Esto provoca que el nuevo problema pase a tener 1168 restricciones y 2744 variables.

Al igual que con el enfoque anterior 2 sets de patrones fueron usados, de hecho los mismos que se utilizaron en el primer enfoque. Luego para cada instancia se procedió fijando cada patrón a un equipo. Vale la pena recordar que cuando se hicieron estos patrones cada uno estaba pensado para un equipo en particular dadas las condiciones que había que satisfacer a la hora de resolver la fase regular con el primer enfoque. Pues bien acá cuando se fijó un patrón a un equipo se hizo teniendo en mente en qué equipo se estaba pensando a la hora de hacer ese patrón. De esta forma el modelo de la instancia 1 es resuelto en 1,249 segundos y el de la instancia 2 en 0,180 segundos.

Luego se procede a resolver los problemas de cada grupo. Acá no se hace el intento de resolverlos con patrones, ya que con el enfoque 1 cuando se intentó resolver el problema de los grupos con distintos conjuntos de patrones el resultado fue infactible, luego con el enfoque 2 el problema de los grupos es más restrictivo aún por lo que usar patrones no se justifica. Es así como se corrieron los modelos y el resultado fue infactible. Luego para cada instancia se generaron nuevos fixtures (se volvieron a correr los modelos impidiendo que se repitiese la solución anterior). Esto se hizo 4 veces y en todas ellas los resultados de la fase de grupos dieron infactible. Luego se probó liberando la restricción de que se invirtieran las localías y sólo considerando la función objetivo. Cuando se hacía esto, en general 8 partidos por cada grupo se repetían en relación a la fase nacional.

Ante tal resultado se evaluó qué pasaba si en la fase regular en lugar de fijar los patrones como fueron ideados inicialmente se fijaban cómo habían quedado en la solución del enfoque 1. Hay que tener en cuenta eso sí, que esto en cierta forma era una suerte de trampa, ya que si no se hubiese hecho el enfoque 1 jamás se hubiese pensado en fijar los patrones de esta forma. Sin embargo, el resultado nuevamente fue negativo. Una vez más alrededor de 8 partidos se repetían por grupo en relación a la Fase Nacional del torneo.

Después se probó correr el modelo de la Fase Nacional sin fijar patrones, pero los resultados fueron malos. Tras 48 horas de espera, para cada instancia, aún no aparecía una solución factible para el modelo. Ante tal situación se corrió el modelo con todos los patrones libres más una función objetivo. Al igual que para el fixture de Primera A se transformaron las restricciones de buenas doble secuencias de visitas en función objetivo (manteniéndolas también como restricciones). La función del problema quedo así:

$$\min \sum_{i,j,k\leq 12} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} - \sum_{i,j\epsilon cerca\ (i),k\leq 12} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}$$

$$+ \sum_{i,j,k\leq 12} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} - \sum_{i,j\epsilon cerca\ (i),k\leq 12} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}$$

Para la instancia 1 tras cerca de 90 minutos se obtiene solución, sin embargo, al ir a la fase de grupos nuevamente es imposible encontrar buenas soluciones 9 partidos se repiten para el grupo norte y 6 para el sur. El modelo en la Fase Nacional se ejecuta un par de veces más para obtener nuevas soluciones, pero al llegar a la Fase de Grupos ocurre lo mismo de antes. Por su parte, para la instancia 2 fue posible obtener una solución en menos de 3 minutos, más a la hora de llegar a la Fase de Grupos lo que sucede es lo mismo que en los casos anteriores.

Ante todo lo aquí expuesto es posible señalar que este enfoque es notoriamente peor que el anterior y no se logra obtener el resultado deseado. Lo que aquí ocurre es que el problema de los grupos se transforma en uno con demasiadas restricciones para un espacio tan pequeño de soluciones posibles. Al agregar a este problema el hecho de que se tengan que invertir las localías y la conexión entre los resultados para evitar que haya más breaks que los permitidos se produce que la región se haga infactible. En cambio cuando esas mismas restricciones se agregan al problema de la fase nacional, como este está inmerso en un espacio mayor esto hace posible que la probabilidad de que el problema de infactible por sumarle las ya citadas restricciones sea menor.

Tercer Enfoque

Ahora la idea es resolver toso el problema a través de un único modelo. El modelo es el siguiente:

Se incorporan los equipos ficticios AUX 1 y AUX 2 para poder sobrellevar el hecho de que en la fase de grupos el número de quipos presentes en cada uno de los 2 grupos es impar.

$I \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL,$

$OSO, PTOM\}$

$J \coloneqq I$

$II \coloneqq \{AUX1, AUX2, ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI, CON,$

$LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$JJ \coloneqq II$

$Grupo\ Norte \coloneqq \{AUX1, ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$Grupo\ Sur \coloneqq \{AUX2, USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$G\ N \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ, ULAC, SLUIS, WDR\}$

$G\ S \coloneqq \{USF, MELI, CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$Extremo\ Norte \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ\}$

$Norte \coloneqq \{ARI, ANTF, COPI, COQ\}$

$Centro \coloneqq \{ULAC, SLUIS, WDR, USF, MELI\}$

$Sur \coloneqq \{\ CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$Extremo\ Sur \coloneqq \{\ CON, LOTA, NAVAL, OSO, PTOM\}$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

$PF \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ \ (fechas\ fase\ grupos)$

$UF \coloneqq \{8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}\ \ (fechas\ fase\ nacional)$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1

Restricciones

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_j x_{i,j,k} + \sum_j x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos en la fase regular

$$\sum_{k\epsilon\ UF} x_{i,j,k} + \sum_{k\epsilon\ UF} x_{j,i,k} = 1\ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Los equipos de un mismo grupo juegan todos contra todos en las fechas de grupo

$$\sum_{k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} + \sum_{k\epsilon\ PF} x_{j,i,k} = 1\ \forall i\epsilon\ Grupo\ Norte\ (Sur), \forall j\epsilon Grupo\ Norte\ (Sur)$$

- Localías invertidas entre fase de grupos y regular

$$\sum_{k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} - \sum_{k\epsilon\ UF} x_{j,i,k} = 0\ \forall i\epsilon\ G\ N\ (S), \forall j\epsilon G\ N\ (S)$$

- En la fase de grupos cada equipo real es local 3 veces ante otros equipos reales

$$\sum_{j\epsilon GN\ (GS), k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} = 3\ \forall i\epsilon\ Grupo\ N\ (S)$$

- Ningún equipo real tiene más de 1 break en la fase de grupos

$$\sum_{k\epsilon\ PF} z_{a,k} + \sum_{k\epsilon\ PF} v_{a,k} \leq 1\ \forall a\epsilon A$$

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,j,k+1} \leq 1 + z_{a,k}\ \ \forall a\epsilon A, \forall k \leq |PK|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{j,a,k+1} \leq 1 + v_{a,k}\ \ \forall a\epsilon A, \forall k \leq |PK|$$

- El break de los equipos reales en la fase de grupos, sólo puede ocurrir si el equipo auxiliar está involucrado.

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + x_{a,AUX1(2),k+1} + x_{AUX1(2),a,k+1} + \sum_{j} x_{a,j,k+2} \leq 2\ \forall a\epsilon GN(S), \forall k < |PF|$$

$$\sum_{j} x_{j,a,k} + x_{a,AUX1(2),k+1} + x_{AUX1(2),a,k+1} + \sum_{j} x_{j,a,k+2} \leq 2\ \forall a\epsilon GN(S), \forall k < |PF|$$

$$\sum_j x_{a,j,2} + x_{a,AUX1(2),1} + x_{AUX1(2),a,1} + \sum_j x_{a,j,3} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(S)$$

$$\sum_j x_{j,a,2} + x_{a,AUX1(2),1} + x_{AUX1(2),a,1} + \sum_j x_{j,a,3} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(\text{S})$$

$$\sum_j x_{a,j,5} + x_{a,AUX1(2),7} + x_{AUX1(2),a,7} + \sum_j x_{a,j,6} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(\text{S})$$

$$\sum_j x_{j,a,5} + x_{a,AUX1(2),7} + x_{AUX1(2),a,7} + \sum_j x_{j,a,6} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(\text{S})$$

$$\sum_j x_{a,j,8} + x_{a,AUX1(2),7} + x_{AUX1(2),a,7} + \sum_j x_{a,j,9} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(S)$$

$$\sum_j x_{j,a,8} + x_{a,AUX1(2),7} + x_{AUX1(2),a,7} + \sum_j x_{j,a,9} \leq 2\ \forall a \epsilon GN(\text{S})$$

- Ningún equipo (real) tiene más de 10 y menos de 9 localías contra equipos reales

$$\sum_{j,k} x_{i,j,k} \leq 10\ \ \forall i \epsilon I$$

$$9 \leq \sum_{j,k} x_{i,j,k}\ \ \ \forall i \epsilon I$$

- Ningún equipo (real) puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita

$$\sum_j x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i,j,k+2} \leq 2\ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_j x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} + x_{j,i,k+2} \leq 2\ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo (real) tiene más de 2 breaks (idealmente 1) en la fase regular

$$\sum_{k \epsilon UF} z_{i,k} + \sum_{k \epsilon UF} v_{i,k} \leq 2\ (1)\ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_j x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + z_{i,k} \;\; \forall i \epsilon I, |PF| < \forall k < |K|$$

$$\sum_j x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + v_{i,k} \;\; \forall i \epsilon I, |PF| < \forall k < |K|$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \; \forall \; i \epsilon I, \forall \; k \epsilon K$$

- Unión La Calera cruzado con San Luis y Concepción cruzado con Lota

$$\sum_j x_{ULAC,j,k} + x_{SLUIS,j,k} = 1 \;\; \forall k$$

$$\sum_j x_{CON,j,k} + x_{LOTA,j,k} = 1 \;\; \forall k$$

- Evitar malas dobles secuencias de partidos de visita, tanto en el Apertura como en el Clausura. Definimos para cada equipo i el conjunto cerca (i) que contiene los equipos que se consideran están cerca de i. La idea acá es que si hay 2 partidos seguidos de visita, al menos 1 es en un lugar cercano al del equipo que debe desplazarse.

$$\sum_j x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + \sum_{j \epsilon cerca \; (i)} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \forall \; i, |PF| < \forall k < |K|$$

$$\sum_j x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + \sum_{j \epsilon cerca \; (i)} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \forall \; i, |PF| < \forall k < |K|$$

- Balancear el viaje a los extremos del país

$$\sum_{j \in Extremo \;\; Sur, k \epsilon UF} x_{j,i,k} = 1 \;\; \forall i \in Norte$$

$$\sum_{j \in Extremo\ Norte, k \in UF} x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \in Sur$$

$$\sum_{j \in Extremos, k \in UF} x_{j,i,k} \leq 3 \ \forall i \in Centro$$

$$1 \leq \sum_{j \in Extremos, k \in UF} x_{j,i,k} \quad \forall i \in Centro$$

- No hay breaks en la última fecha

$$\sum_{j} x_{i,j,19} + x_{i,j,20} = 1 \ \forall i$$

- Coquimbo local en la fecha 1 y 14

$$\sum_{j} x_{COQ,j,1} + \sum_{j} x_{COQ,j,14} = 2$$

- Equipos de la quinta región (Unión La Calera, San Luis, Wanderers y San Felipe) no pueden ser local en la fecha 4.

$$\sum_{i \in GN(S), q \in Quinta} x_{q,i,4} = 0$$

- Fechas Fase regular equipos auxiliares juegan entre ellos

$$x_{AUX1,AUX2,k} + x_{AUX2,AUX1,k} \quad \forall k \in UF$$

- Inicio Melipilla

$$x_{MELI,AUX2,1} + x_{AUX2,MELI,1} = 1$$

- Arica y Antofagasta juegan entre ellos en la primera fecha

$$x_{ARI,ANTF,1} + x_{ANTF,ARI,1} = 1$$

Función Objetivo

- No hay

El problema posee 5760 variables de decisión (todas binarias) y 2687 restricciones. Por lo tanto los patrones fueron incorporados al modelo por las razones ya expuestas anteriormente para problemas de esta magnitud. Es así como el modelo quedo en 5316 variables y 1889 restricciones. Es importante aclarar que los patrones sólo fueron incorporados para los equipos reales. Como los equipos auxiliares no tienen que cumplir en verdad ningún requisito en cuanto a sus secuencias de localías y visitas, no tiene sentido acotar el problema por esta arista. El acotar el problema por acá no facilita las cosas, sólo limita las posibilidades.

Para este problema también se usaron 2 instancias, que son la combinación de la secuencia de localías y visitas de la fase de grupo del primer enfoque con las instancias 1 y 2 ya usadas anteriormente. Esto dio pie a las 2 instancias que se usaron para analizar este enfoque.

En primer lugar se probó qué ocurría si se fijaban los 14 patrones a los 14 equipos de acuerdo a la solución que se obtuvo en el enfoque 1. Esto como se comentó anteriormente es una suerte de trampa ya que esa asignación jamás se hubiese hecho a priori si no estaban los resultados del primer enfoque. Los resultados que se obtuvieron con esta prueba fueron muy positivos para la instancia 1 se obtuvo la solución en 0,223 segundos, mientras que para la instancia 2 dicho valor fue 0,164.

Luego se vio qué ocurría si se dejaban todos los patrones libres y se ejecutaba el modelo (acá en contraposición al problema de Primera A son pocas las restricciones de localías asociadas a equipos particulares). Los resultados, a diferencia de lo expuesto en el párrafo anterior, fueron muy malos. Tras más de 48 horas no había solución. Ante tal situación se decidió evaluar qué pasaría si se agregaba una función objetivo (dejando todos los patrones libres) que encaminase de mejor manera el problema y que permitiese que el algoritmo de

Branch&Bound que ejecuta CPLEX se desarrollase de mejor forma. La función que se incorporó fue la siguiente:

$$min \sum_{i\epsilon GN, j\epsilon GN, k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} - \sum_{i\epsilon GN, j\epsilon GN, k\epsilon\ UF} x_{j,i,k} +$$

$$\sum_{i\epsilon GS, j\epsilon GS, k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} - \sum_{i\epsilon GS, j\epsilon GS, k\epsilon\ UF} x_{j,i,k}$$

Vale decir, se incorporó la restricción de que un equipo debe jugar un partido como local y otro como visita contra equipos de su mismo grupo. Se tomó esta restricción porque es una de las restricciones claves del modelo y había causado más de un dolor de cabeza en los enfoques anteriores y porque además no era difícil de agregar como función objetivo.

Sin embargo, los resultados no fueron positivos, nuevamente para cada instancia tras más de 48 horas de ejecución no habían soluciones. Así que se optó por seguir un procedimiento similar al de Primera A, es así como primero se correría el modelo con todas las restricciones salvo la de invertir localías, sin fijar ningún patrón y se incorporaría una función objetivo para acelerar las cosas. Los resultados que se han obtenido reflejan que el incorporar una función objetivo al modelo en general permite acelerar la obtención de resultados, esto es de suma utilidad cuando hay muchos patrones libres. Luego la función que se utilizó en esta etapa fue la siguiente:

$$max \sum_{i\epsilon GN, j\epsilon GN, k} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k}) + \sum_{i\epsilon GS, j\epsilon GS, k} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k})$$

Esta función se basa en la restricción que señala que los equipos juegan todos contra todos en la fase nacional y en la que dice que los equipos de un mismo grupo juegan todos contra todos en la fase de grupos, luego la función maximiza el número de veces que los equipos de un mismo grupo juegan a lo largo de todo el torneo, número que por las restricciones del problema está acotado superiormente por 2. Vale la pena señalar que esta función no toma en consideración que para equipos de un mismo grupo hay que invertir las localías entre la fase de grupos y la nacional.

Una vez que el modelo se corriese con las condiciones recién mencionadas, éste se volvería a ejecutar pero incorporando las restricciones que fueron excluidas, inicializándolo con la solución anterior, fijando además todos los patrones de acuerdo al resultado que se acaba de obtener y por último cambiando la función objetivo por la que hace alusión a que los equipos de un mismo grupo son locales una sola vez contra equipos del mismo grupo a lo largo del torneo:

$$min \sum_{i\epsilon GN, j\epsilon GN, k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} - \sum_{i\epsilon GN, j\epsilon GN, k\epsilon\ UF} x_{j,i,k} +$$

$$\sum_{i\epsilon GS, j\epsilon GS, k\epsilon\ PF} x_{i,j,k} - \sum_{i\epsilon GS, j\epsilon GS, k\epsilon\ UF} x_{j,i,k}$$

Luego si esto llegaba a dar infactible se procedería a liberar patrones.

Para la primera instancia (la con más breaks) la primera parte del procedimiento tardo 862,861 segundos. Al pasar a la segunda parte el problema dio infactible, por lo que 4 patrones fueron libreados, nuevamente el problema dio infactible, se probó 2 veces más liberando conjuntos de 4 patrones, pero los resultados fueron los mismos, es por eso que se pasó a probar con 6 patrones libres y ahí se obtuvieron resultados en muy poco tiempo: 50,803 segundos.

Por su parte, para la segunda instancia cuando se ejecutó el modelo sin todas las restricciones, sin patrones fijos y con la función objetivo incorporada, la tardanza fue de 581,174 segundos. Luego al agregar las restricciones faltantes, cambiar la función objetivo y fijar los patrones el problema dio infactible, ante esta situación 4 patrones fueron liberados obteniéndose una solución en tal sólo 1,242 segundos.

Es así como en poco más de 15 minutos para la instancia 1 y en menos de 15 minutos para la instancia 2 se encuentran fixtures factibles.

Los fixtures se muestran a continuación:

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
AUX1	COPI	@WDR	@ANTF	@ULAC	SLUIS	ARI	@COQ	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2
ARI	@ANTF	SLUIS	@COQ	WDR	@ULAC	@AUX1	COPI	@PTOM	COQ	@LOTA	ANTF	@SLUIS	OSO	@COPI	@NAVAL	ULAC	@CON	MELI	@WDR	USF
ANTF	ARI	@COPI	AUX1	SLUIS	@COQ	WDR	@ULAC	ULAC	@WDR	CON	@ARI	LOTA	@USF	NAVAL	@MELI	COQ	COPI	@SLUIS	PTOM	@OSO
COPI	@AUX1	ANTF	@SLUIS	COQ	@WDR	ULAC	@ARI	NAVAL	@CON	USF	@OSO	PTOM	@ULAC	ARI	SLUIS	@LOTA	@ANTF	WDR	@COQ	MELI
COQ	WDR	@ULAC	ARI	@COPI	ANTF	@SLUIS	AUX1	CON	@ARI	OSO	@NAVAL	ULAC	@WDR	MELI	@USF	@ANTF	SLUIS	@LOTA	COPI	@PTOM
ULAC	@SLUIS	COQ	@WDR	AUX1	ARI	@COPI	ANTF	@ANTF	USF	@MELI	WDR	@COQ	COPI	@CON	PTOM	@ARI	LOTA	@OSO	SLUIS	@NAVAL
SLUIS	ULAC	@ARI	COPI	@ANTF	@AUX1	COQ	@WDR	OSO	@MELI	WDR	@PTOM	ARI	@NAVAL	LOTA	@COPI	USF	@COQ	ANTF	@ULAC	CON
WDR	@COQ	AUX1	ULAC	@ARI	COPI	@ANTF	SLUIS	@USF	ANTF	@SLUIS	@ULAC	MELI	COQ	@OSO	CON	@PTOM	NAVAL	@COPI	ARI	@LOTA
USF	CON	@OSO	NAVAL	@LOTA	PTOM	@AUX2	@MELI	WDR	@ULAC	@COPI	MELI	@CON	ANTF	@PTOM	COQ	@SLUIS	OSO	@NAVAL	LOTA	@ARI
MELI	@AUX2	@CON	OSO	@NAVAL	LOTA	@PTOM	USF	@LOTA	SLUIS	ULAC	@USF	@WDR	CON	@COQ	ANTF	@OSO	PTOM	@ARI	NAVAL	@COPI
CON	@USF	MELI	AUX2	@OSO	NAVAL	@LOTA	PTOM	@COQ	COPI	@ANTF	LOTA	USF	@MELI	ULAC	@WDR	@NAVAL	ARI	@PTOM	OSO	@SLUIS
LOTA	NAVAL	@AUX2	@PTOM	USF	@MELI	CON	@OSO	MELI	@NAVAL	ARI	@CON	@ANTF	PTOM	@SLUIS	OSO	COPI	@ULAC	COQ	@USF	WDR
NAVAL	@LOTA	PTOM	@USF	MELI	@CON	OSO	@AUX2	@COPI	LOTA	@PTOM	COQ	@OSO	SLUIS	@ANTF	ARI	CON	@WDR	USF	@MELI	ULAC
OSO	@PTOM	USF	@MELI	CON	AUX2	@NAVAL	LOTA	@SLUIS	PTOM	@COQ	COPI	NAVAL	@ARI	WDR	@LOTA	MELI	@USF	ULAC	@CON	ANTF
PTOM	OSO	@NAVAL	LOTA	AUX2	@USF	MELI	@CON	ARI	@OSO	NAVAL	SLUIS	@COPI	@LOTA	USF	@ULAC	WDR	@MELI	CON	@ANTF	COQ
AUX2	MELI	LOTA	@CON	@PTOM	@OSO	USF	NAVAL	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1

Figura N°11: Fixture Tercer Enfoque Instancia 1

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
AUX1	COPI	@WDR	@ANTF	@SLUIS	ULAC	ARI	@COQ	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2	@AUX2	@AUX2	AUX2
ARI	@ANTF	ULAC	@COQ	WDR	@SLUIS	@AUX1	COPI	@COPI	ANTF	@CON	COQ	@USF	PTOM	@ULAC	NAVAL	@LOTA	MELI	@OSO	SLUIS	@WDR
ANTF	ARI	@COPI	AUX1	ULAC	@COQ	WDR	@SLUIS	SLUIS	@ARI	COPI	CON	@PTOM	COQ	@NAVAL	USF	@ULAC	LOTA	@WDR	OSO	@MELI
COPI	@AUX1	ANTF	@ULAC	COQ	@WDR	SLUIS	@ARI	ARI	@MELI	@ANTF	PTOM	@CON	ULAC	@COQ	WDR	@OSO	NAVAL	@USF	LOTA	@SLUIS
COQ	WDR	@SLUIS	ARI	@COPI	ANTF	@ULAC	AUX1	OSO	@WDR	MELI	@ARI	SLUIS	@ANTF	COPI	@PTOM	CON	ULAC	@LOTA	NAVAL	@USF
ULAC	SLUIS	@ARI	COPI	@ANTF	@AUX1	COQ	@WDR	LOTA	@NAVAL	WDR	@SLUIS	MELI	@COPI	ARI	@CON	ANTF	@COQ	PTOM	USF	@OSO
SLUIS	@ULAC	COQ	@WDR	AUX1	ARI	@COPI	ANTF	@ANTF	CON	@PTOM	ULAC	@COQ	USF	@LOTA	OSO	@NAVAL	WDR	@MELI	@ARI	COPI
WDR	@COQ	AUX1	SLUIS	@ARI	COPI	@ANTF	ULAC	@CON	COQ	@ULAC	NAVAL	@OSO	LOTA	@USF	@COPI	MELI	@SLUIS	ANTF	@PTOM	ARI
USF	OSO	@NAVAL	CON	AUX2	@PTOM	MELI	@LOTA	NAVAL	@OSO	LOTA	@MELI	ARI	@SLUIS	WDR	@ANTF	PTOM	@CON	COPI	@ULAC	COQ
MELI	@AUX2	@LOTA	OSO	@NAVAL	CON	@USF	PTOM	@PTOM	COPI	@COQ	USF	@ULAC	NAVAL	@OSO	LOTA	@WDR	@ARI	SLUIS	@CON	ANTF
CON	NAVAL	@AUX2	@USF	PTOM	@MELI	LOTA	@OSO	WDR	@SLUIS	ARI	@ANTF	COPI	OSO	@PTOM	ULAC	@COQ	USF	@NAVAL	MELI	@LOTA
LOTA	@PTOM	MELI	AUX2	@OSO	NAVAL	@CON	USF	@ULAC	PTOM	@USF	OSO	@NAVAL	@WDR	SLUIS	@MELI	ARI	@ANTF	COQ	@COPI	CON
NAVAL	@CON	USF	@PTOM	MELI	@LOTA	OSO	@AUX2	@USF	ULAC	@OSO	@WDR	LOTA	@MELI	ANTF	@ARI	SLUIS	@COPI	CON	@COQ	PTOM
OSO	@USF	PTOM	@MELI	LOTA	AUX2	@NAVAL	CON	@COQ	USF	NAVAL	@LOTA	WDR	@CON	MELI	@SLUIS	COPI	@PTOM	ARI	@ANTF	ULAC
PTOM	LOTA	@OSO	NAVAL	@CON	USF	@AUX2	@MELI	MELI	@LOTA	SLUIS	@COPI	ANTF	@ARI	CON	COQ	@USF	OSO	@ULAC	WDR	@NAVAL
AUX2	MELI	CON	@LOTA	@USF	@OSO	PTOM	NAVAL	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1	AUX1	AUX1	@AUX1

Figura N°12: Fixture Tercer Enfoque Instancia 2

Los tiempos de ejecución se sintetizan en la siguiente tabla:

	Instancia 1	**Instancia 2**
Patrones Libres + FO	más de 2 días y no hay solución	más de 2 días y no hay solución
Primer Grupo	862,861	581,174
Todas	50,803	1,242

Tabla N°9: Comparación resultados Enfoque 3

Es importante mencionar, que si bien los tiempos son bajos, en este procedimiento a diferencia de los anteriores fue necesario dejar libres algunos patrones para poder llegar a la solución y ahí hay una suerte de riesgo ya que a priori no se sabe qué patrones conviene o no liberar, en particular en este caso en el que no hay muchas restricciones asociadas a localías.

A su vez, vale la pena recalcar la relevancia de la restricción asociada a invertir localías. Cuando se ejecuta el modelo en su totalidad, sin fijar patrones y con la función objetivo que hace alusión a que un equipo del grupo norte (sur) es local una vez contra cada otro equipo de su mismo grupo, tras más de 48 horas no hay solución. Sin embargo, cuando se ejecuta el modelo sin la restricción asociada a invertir localías, sin fijar patrones y con la función objetivo que señala que los equipos de un mismo grupo se enfrentan 2 veces a lo largo de todo el torneo (primer paso del procedimiento ideado) se obtienen resultados en menos de 15 minutos, lo que refleja el peso que trae consigo la restricción antes mencionada.

Por último se analizó qué ocurría si es que se fijaban los 14 patrones de la forma en que éstos estaban originalmente pensados. Acá además se usó la función objetivo antes descrita (la de invertir localías). El resultado se obtuvo en pocos segundos, pero fue que ambas instancias eran infactibles.

Comparación de Enfoques

Claramente los enfoques 1 y 3 superan al número 2. Con este último no se logró conseguir un fixture que cumpliese con todo. La principal razón por la cual este enfoque falla es que en un espacio reducido de posibilidades se incorporan demasiadas restricciones, las que terminan contradiciéndose y provocan que el problema no se pueda resolver.

En relación a los otros enfoques en lo que a tiempo se refiere la mejor opción es la alternativa 3, con esta opción los tiempos de ejecución son bastante menores que los que se obtienen con el enfoque número 1. Pero la alternativa 1 posee una ventaja en comparación con la alternativa 2 que es que no hay que entrar a "jugar" con los patrones, es decir, liberar algunos para poder llegar a la solución final.

Que el enfoque 3 haya sido el que mejor rindió, a pesar de que ese enfoque traía consigo el problema más grande, muestra que la carga que acompaña el separar el problema en 2, es decir, las restricciones que hay que usar para conectar los 2 problemas terminan siendo más gravitantes que el tamaño del problema original. Luego al menos este caso refleja, que al parecer no es conveniente separar un problema en 2 si es que las restricciones que hay que incorporar para hacer esto son muy restrictivas y el problema original se puede resolver en un tiempo razonable a través de ciertas técnicas. En todo caso la alternativa 1 sigue siendo recomendable de usar.

FIXTURE ARGENTINO

Con el objetivo de darle mayor validez a las técnicas de solución propuestas y en particular ver la relevancia de incorporar patrones “bien pensados” es que se analizo el caso del fixture argentino, para su torneo de Apertura 2009 (segundo semestre de 2009).

Es importante dejar en claro que este es un caso ficticio, es decir, la liga argentina no se programa usando modelos matemáticos, su fixture se hace al azar. Las restricciones que se presentarán a continuación no fueron solicitadas por la Asociación de Fútbol Argentino (AFA), sino que fueron inventadas teniendo en cuenta elementos que se podrían incorporar en la confección del fixture del torneo argentino que permitiesen que el campeonato fuese más atractivo, más justo deportivamente hablando y que también le permitiesen a los equipos generar ahorros y balancear sus gastos. También se consideraron peticiones ficticias que podrían haber hecho los equipos más poderosos de Argentina (Boca Juniors y River Plate).

Como se señalo en la introducción, el sistema de campeonato argentino consta de 2 torneos al año: Apertura y Clausura. Cada torneo posee una única rueda en la que se enfrentan todos los equipos entre si una única vez. El campeón de cada torneo es el equipo que saca un mayor puntaje. Se hace el supuesto de que el Clausura no tiene que ser el espejo del Apertura.

En el torneo de Apertura 2009 participan 20 equipos (por lo tanto son 19 fechas). Estos equipos son: Banfield, River Plate, Huracán, Lanús, Rosario Central, Racing Club, Chacarita, Tigre, Boca Juniors, Argentinos Juniors, Colón, Vélez Sarfield, Arsenal, Estudiantes, Gimnasia y Esgrima, Godoy Cruz, San Lorenzo, Atlético Tucumán, Independiente y Newell´s Old Boys.

EL MODELO

Para resolver el problema del torneo de Apertura 2009 del fútbol argentino se genera en primer lugar un modelo de programación entera, en el cual todas sus variables son binarias.

A continuación se presenta el modelo con una explicación lógica de cada una de sus restricciones:

Conjuntos

A diferencia de lo que ocurre en Chile, la mayoría de los equipos argentinos de primera división se concentran en una misma zona geográfica. 15 equipos se ubican en Buenos Aires o la Provincia de Buenos Aires, 3 son locales en la provincia de Santa Fe (colindante a la provincia de Buenos Aires), un equipo es local en la provincia de Mendoza y otro en la de Tucumán, sin embargo, igual se generan conjuntos que indican a que zona del país pertenece cada equipo.

Los siguientes son los conjuntos del modelo:

$I \coloneqq \{BAN, RIV, HUR, LAN, RC, RAC, CHA, TIG, BOC, AJ, COL, VS, ARS, EST, GyE,$

$GC, SL, AT, IND, NOB\}\ \ (todos\ los\ equipos)$

$J \coloneqq I$

$K \coloneqq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17{,}18, 19\}\ \ (todas\ las\ fechas)$

$BA \coloneqq \{BAN, RIV, HUR, LAN, RAC, CHA, TIG, BOC, AJ, VS, ARS, EST, GyE$

$SL, IND\}\ \ (los\ equipos\ de\ Buenos\ Aires)$

$SF \coloneqq \{\ RC, COL, NOB\}\ (los\ equipos\ de\ Santa\ Fe)$

$T \coloneqq \{AT\}\ (el\ equipo\ de\ Tucumán)$

$M \coloneqq \{GC\}\ (el\ equipo\ de\ Mendoza)$

$Capital \coloneqq \{\ RIV, HUR, CHA, BOC, AJ, VS, SL\}\ (equipos\ ubicados\ en\ la\ capital)$

$SBA \coloneqq \{\ BAN, LAN, RAC, ARS, IND\}\ (equipos\ del\ sur\ del\ Gran\ Buenos\ Aires)$

$Interior \coloneqq \{\ RC, COL, NOB, AT, GC\}\ (los\ equipos\ que\ no\ son\ de\ Buenos\ Aires)$

$Grandes \coloneqq \{RIV, RAC, BOC, SL, IND\}$

$Más\ Grandes \coloneqq \{RIV, BOC\}$

Variables de Decisión

Todas las variables son binarias:

$x_{i,j,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local con el equipo j en la fecha k

$z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de local en la fecha k+1 (es local en k y k+1)

$v_{i,k}$ vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k+1 (es visita en k y k+1)

$w_{i,k}$ variable que se utiliza para obtener viajes buenos para los equipos de Mendoza y Tucumán. Vale 1 cuando permite que un viaje bueno ocurra

El número total de variables es 8740 (todas binarias) aunque de estas algunas pueden ser inicializadas inmediatamente en 0.

Restricciones: Al igual que el Fixture de Primera A del fútbol chileno, las restricciones han sido agrupadas en diversas categorías de acuerdo a las circunstancias que las motivan.

Restricciones Básicas

- Un equipo juega de local o visita en cada fecha

$$\sum_j x_{i,j,k} + \sum_j x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k \epsilon K$$

- Los equipos juegan todos contra todos

$$\sum_k x_{i,j,k} + \sum_k x_{j,i,k} = 1 \ \forall i \epsilon I, \forall j \epsilon J$$

- Ningún equipo tiene más de 10 o menos de 9 localías

$$\sum_{j,k} x_{i,j,k} \leq 10 \ \ \forall i \epsilon I$$
$$9 \leq \sum_{j,k} x_{i,j,k} \quad \forall i \epsilon I$$

- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos de local o visita.

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i,j,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} + x_{j,i,k+2} \leq 2 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K| - 1$$

- Ningún equipo tiene más de 2 breaks de local y 2 breaks de visita. Como máximo un equipo tiene 3 breaks.

$$\sum_{k} z_{i,k} \leq 2 \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{k} v_{i,k} \leq 2 \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{k} z_{i,k} + v_{i,k} \leq 3 \ \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{j} x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} \leq 1 + z_{i,k} \ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

$$\sum_{j} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 + v_{i,k} \ \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

- Ningún equipo tiene un break en la fecha 2. Tampoco en la última.

$$\sum_{j} x_{i,j,1} + x_{i,j,2} = 1 \; \forall i \epsilon I$$

$$\sum_{j} x_{i,j,18} + x_{i,j,19} = 1 \; \forall i \epsilon I$$

- Inicialización variable

$$x_{i,i,k} = 0 \; \forall \; i \epsilon I, \forall \; k \epsilon K$$

La razón detrás de las restricciones aquí expuestas ya fue expresada en los casos anteriores.

Restricciones de localías y partidos preestablecidos

- El clásico entre Boca y River se debe jugar en la fecha 10.

$$x_{BOC,RIV,10} + x_{RIV,BOC,10} = 1$$

Este es el partido más importante del año y por ende lo ideal es que ocurra a mitad de campeonato.

- Los clásicos: los partidos que enfrentan a los 5 grandes, San Lorenzo V/S Huracán, Estudiantes V/S Gimnasia y Esgrima, Rosario Central V/S Newell´s y Lanús V/S Banfield deben ocurrir entre las fechas 2 y 18

$$\sum_{i \epsilon Grandes \;, j \epsilon Grandes \;, i \neq j} x_{i,j,1} + x_{SL,HUR,1} + x_{HUR,SL,1} + x_{EST,GyE,1} + x_{GyE,EST,1} + x_{RC,NOB,1} + x_{NOB,RC,1} + x_{LAN,BAN,1} + x_{BAN,LAN,1} = 0$$

$$\sum_{i \epsilon Grandes \;, j \epsilon Grandes \;, i \neq j} x_{i,j,19} + x_{SL,HUR,19} + x_{HUR,SL,19} + x_{EST,GyE,19} + x_{GyE,EST,19} + x_{RC,NOB,19} + x_{NOB,RC,19} + x_{LAN,BAN,19} + x_{BAN,LAN,19} = 0$$

Esta restricción se argumenta en el hecho de que es poco atractivo iniciar y cerrar el torneo con partidos muy importantes ya que se han jugado muy pocos partidos en un caso y en el otro es muy probable que el torneo ya esté resuelto para esas alturas.

- Ninguno de los más grandes viaja al interior en la fecha 1

$$\sum_{i \epsilon Interior} x_{i,BOC,1} + x_{i,RIV,1} = 0$$

Sería muy probable que River y Boca exijan no viajar fuera de Buenos Aires en la fecha 1 para estar lo más cerca de casa posible y que esta petición sea tomada en cuenta dada la relevancia de ambos equipos.

- River y Boca no partan enfrentando rivales que hicieron un muy buen torneo anterior

$$x_{BOC,LAN,1} + x_{LAN,BOC,1} + x_{BOC,HUR,1} + x_{HUR,BOC,1} + x_{BOC,EST,1} + x_{EST,BOC,1} + \\ x_{RIV,LAN,1} + x_{LAN,RIV,1} + x_{RIV,HUR,1} + x_{HUR,RIV,1} + x_{RIV,EST,1} + x_{EST,RIV,1} = 0$$

River y Boca tienen mucho peso en la AFA, luego es lógico que ellos no quieran tener un complicado inicio de torneo y que aquello sea aceptado

- Estudiantes V/S Gimnasia y Esgrima no ocurra en la fecha 2

$$x_{EST,GyE,2} + x_{GyE,EST,2} = 0$$

Estudiantes ganó la última Copa Libertadores, luego no es recomendable que se enfrente a su archirrival en las 2 primeras fechas porque puede haber mucha tensión en el ambiente (lo primero se logra por otra restricción ya impuesta).

- Las siguientes parejas de equipos deben estar cruzados, es decir, cuando un equipo de la pareja es local el otro es visita. Las parejas son River y Boca, Chacarita y Argentinos Juniors, Lanús e Independiente, Estudiantes y Gimnasia y Esgrima y por ultimo Rosario Central y Newell´s Old Boys.

$$\sum_{j} x_{a,j,k} + \sum_{j} x_{b,j,k} = 1 \ \forall (a,b) \epsilon \ equipos \ cruzados, \forall k \epsilon K$$

Los cruces se deben a razones de seguridad y estadios compartidos

Restricciones de Equidad Deportiva, Balance de Fechas y Atractivo.

- Distanciar los partidos contra los equipos grandes, que además son los más fuertes.

$$\sum_{j \epsilon Grandes} x_{i,j,k} + x_{j,i,k} + x_{i,j,k+1} + x_{j,i,k+1} \leq 1 \ \forall i \epsilon I, \forall k < |K|$$

2 o 3 partidos seguidos ante los equipos más populares significa tener 2 o 3 partidos extremadamente difíciles de forma seguida, lo cual con el fin de tener un fixture más balanceado se desea evitar.

- Cada Fecha del Apertura debe haber entre 3 y 4 partidos en la capital, así se garantiza un número adecuado de partidos en esta zona.

$$\sum_{i \epsilon Capital, j} x_{i,j,k} \leq 4 \ \forall k \epsilon K$$

$$3 \leq \sum_{i \epsilon Capital, j} x_{i,j,k} \ \ \forall k \epsilon K$$

- Cada Fecha del Apertura debe haber entre 2 y 3 partidos en el sur del Gran Buenos Aires, así se garantiza un número adecuado de partidos en esta zona.

$$\sum_{i \epsilon SBA, j} x_{i,j,k} \leq 3 \ \forall k \epsilon K$$

$$2 \leq \sum_{i \epsilon SBA, j} x_{i,j,k} \ \ \forall k \epsilon K$$

- Los equipos de Buenos Aires van entre 2 y 3 veces al interior.

$$\sum_{j \epsilon Interior\ ,k} x_{j,i,k} \leq 3 \ \ \forall i \ \epsilon \ BA$$

$$2 \leq \sum_{j \epsilon Interior\ ,k} x_{j,i,k} \ \ \forall i \ \epsilon \ BA$$

Así se genera un balance en lo que refiere al número de salidas de Buenos Aires que tienen los equipos que están en esa zona.

- En cada torneo un equipo juega 2 o 3 veces como local contra los 5 más populares.

$$\sum_{j \epsilon Grandes\ ,k} x_{i,j,k} \leq 3 \ \ \forall i$$

$$2 \leq \sum_{j \epsilon Grandes\ ,k} x_{i,j,k} \ \ \forall i$$

$$\sum_{j \epsilon Grandes\ ,k} x_{i,j,k} = 2 \ \ \forall i \ \epsilon \ Grandes$$

Jugar en un solo torneo los partidos contra los grandes como local genera que todas las recaudaciones más importantes se concentren en un torneo, además en el torneo siguiente sería mucho más difícil conseguir puntos contra los más populares ya que es complicado ganarles cuando juegan de local.

La tercera restricción que dice que un grande es local exactamente 2 veces contra otros grandes, no es necesaria ya que se cumple con las 2 primeras, pero igual se incorporo.

- No pueden haber más de 2 clásicos por fecha

$$\sum_{i\epsilon Grandes\ ,j\epsilon Grandes\ ,i\neq j} x_{i,j,k} + x_{SL,HUR,k} + x_{HUR,SL,k} + x_{EST,GyE,k} + x_{GyE,EST,k}$$
$$+x_{RC,NOB,k} + x_{NOB,RC,k} + x_{LAN,BAN,k} + x_{BAN,LAN,k} \leq 2\ \ \forall\ k\ tal\ que\ 2 \leq k \leq 18$$

De esta forma se garantiza que los partidos emocionantes se distribuyan a lo largo del torneo

Restricciones asociadas a viajes buenos

- Hay 2 equipos (Godoy Cruz y Atlético Tucumán) que están alejados del resto. A estos 2 equipos se les debe armar un viaje bueno. Estos pueden ocurrir en las siguientes fechas domingo-miércoles: 3-4, 8-9, y 11-12 o en la fecha miércoles-domingo 12-13. No es posible armar viajes buenos entre las fechas 4-5 y 9-10 debido a que tanto la fecha 5 como la 10 ocurren una semana y media después que la fecha de día miércoles que las antecede, esto ocurre porque después de la fecha 4 y 9 hay partidos de la selección Argentina.

$$\sum_{j\epsilon BA\ \ U\ SF} x_{j,i,3} + x_{j,i,4} \geq 2 *\ w_{i,1}\ \forall\ i\ \epsilon\ \{GC, AT\}$$

$$\sum_{j\epsilon BA\ \ U\ SF} x_{j,i,8} + x_{j,i,9} \geq 2 *\ w_{i,2}\ \forall\ i\ \epsilon\ \{GC, AT\}$$

$$\sum_{j\epsilon BA\ \ U\ SF} x_{j,i,11} + x_{j,i,12} \geq 2 *\ w_{i,3}\ \forall\ i\ \epsilon\ \{GC, AT\}$$

$$\sum_{j\epsilon BA\ \ U\ SF} x_{j,i,12} + x_{j,i,13} \geq 2 *\ w_{i,4}\ \forall\ i\ \epsilon\ \{GC, AT\}$$

$$\sum_{k} w_{i,k} \geq 1\ \ \forall\ i$$

$$\sum_{k\geq 5} w_{i,k} = 0\ \ \forall\ i\ \epsilon\ \{GC, AT\}$$

$$w_{i,k} = 1\ \forall\ i\ \ \notin \{GC, AT\},\ \ \forall\ k\epsilon K$$

De esta forma estos equipos, se benefician con los ahorros económicos que significa un viaje bueno.

Restricciones asociadas a evitar malas dobles secuencias de local o visita

- Se desea que cuando un equipo tenga 2 partidos seguidos de visita al menos uno de ellos sea contra un rival cercano (salvo la situación antes descrita de los viajes buenos).

$$\sum_{j \notin BA} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 \ \forall \ i \in BA \ \forall k < |K|$$

$$\sum_{j \notin SF} x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1} \leq 1 \ \forall \ i \in SF \quad \forall k < |K|$$

Godoy Cruz y Atlético Tucumán no tienen rivales cercanos, luego es imposible que en 2 partidos seguidos de visita les toque jugar al menos uno de ellos contra un rival de la misma zona. Luego para estos equipos se permite sólo un break de visita, break que se aprovecha para realizar el viaje bueno. Por lo tanto, no es necesario preocuparse porque vayan a tener 2 partidos seguidos de visita domingo-domingo lejos de casa.

La idea de esta restricción es que los equipos no tengan que hacer grandes desembolsos en fechas seguidas del campeonato, además de evitar el desgaste de los jugadores.

El número total de restricciones es: 4025

El problema no posee función objetivo.

El problema recién descrito es uno complicado, de hecho el número de variables y restricciones supera a las del caso de Primera A del fútbol de Chile. Si se corre este problema en un computador con 4 GB de memoria RAM y procesador Intel Core 2 Duo 2.20 GHz utilizando GAMS y como solver CPLEX 10.2 después de varios días de ejecución no se obtienen resultados.

Por lo tanto se hace necesario incorporar patrones al modelo, lo que se consigue agregando la variable $y_{i,p}$ más las restricciones que la deben acompañar todas ya descritas en las secciones anteriores. De esta forma el problema se reduce a uno con 8380 variables y 2905 restricciones

RESULTADOS

La idea entonces fue aprovechar la similitud de este problema con el de la primera división chilena y utilizar el procedimiento ideado para este último problema para el caso argentino.

Luego, lo primero que se hizo fue generar un conjunto de 20 patrones usando el modelo generador de patrones. Acá cada patrón se generó siendo pensado para un equipo en particular desde un comienzo. Esto permite eliminar aún más restricciones del problema original, ya que además de eliminar las restricciones asociadas a breaks, cantidad máxima de partidos que un equipo puede ser local, etc. es posible eliminar la restricción de cruzar a los equipos y la del número máximo y mínimo de partidos en Capital y en el Sur de Buenos Aires, esto significa poder sacar otras 171 restricciones del problema original.

Las consideraciones que se tuvo en cuenta a la hora de armar los patrones son las siguientes:

- Máximo y mínimo de partidos que un equipo puede ser local
- Ningún equipo puede tener 3 o más partidos seguidos como local o visita
- Los equipos como máximo pueden tener 2 breaks de local y 2 breaks de visita. La suma total de breaks no puede ser mayor que 3
- Ningún equipo posee breaks al inicio y final del torneo
- Equipos cruzados
- Los equipos que pueden tener viajes buenos, posean su break de visita en fecha que les permita armar este tipo de viajes
- En ninguna fecha hay más de 4 ni menos de 3 equipos de capital jugando como local

- En ninguna fecha hay más de 3 ni menos de 2 equipos del sur del Gran Buenos Aires jugando como local

El modelo generador una vez más tardó poco tiempo en entregar resultados, el tiempo de espera eso sí, fue levemente superior al de los casos anteriores, alcanzando los 122,675 segundos

Una vez que los patrones estaban listos se corrió el modelo fijando los patrones y con todas las restricciones salvo las asociadas a viajes buenos y a evitar malas dobles secuencias. En pocos segundos se obtuvieron resultados. Luego se volvió a correr el modelo inicializándolo con la solución anterior e incorporando las restricciones de viajes buenos. Nuevamente se obtuvieron resultados positivos en pocos segundos. Después se agregaron las restricciones que faltaban y se corrió una vez más el modelo inicializándolo con la solución anterior, esto último dio pie al resultado final, el cual se obtuvo en segundos.

La siguiente tabla resume el tiempo de las corridas recién señaladas:

	Tiempo
Primer Grupo	9,294
Primer y Segundo Grupo	19,801
Todas	9,616

Tabla N°10: Resultados Fixture Argentina Instancia 1

Por lo tanto en menos de 5 minutos se obtiene un fixture que cumple con todas las peticiones.

El fixture generado es el siguiente (en amarillo los viajes buenos):

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
BAN	@AJ	HUR	@COL	RAC	@GyE	RIV	@LAN	ARS	@BOC	RC	NOB	@SL	GC	@IND	CHA	@AT	TIG	@VS	EST
RIV	RC	@VS	ARS	@IND	EST	@BAN	@SL	AT	@COL	BOC	@GC	AJ	@GyE	LAN	@HUR	NOB	RAC	@CHA	TIG
HUR	IND	@BAN	AJ	LAN	@COL	GyE	@BOC	CHA	@TIG	@SL	EST	@AT	NOB	@GC	RIV	@ARS	VS	@RAC	RC
LAN	GC	@CHA	BOC	@HUR	AJ	@RC	BAN	@EST	RAC	@AT	SL	@NOB	ARS	@RIV	TIG	@VS	COL	GyE	@IND
RC	@RIV	COL	@CHA	TIG	@SL	LAN	@RAC	NOB	GC	@BAN	IND	@VS	AT	@EST	ARS	BOC	@GyE	AJ	@HUR
RAC	CHA	@AT	GC	@BAN	BOC	@VS	RC	@IND	@LAN	AJ	@GyE	TIG	SL	@NOB	EST	@COL	@RIV	HUR	@ARS
CHA	@RAC	LAN	RC	@EST	IND	@TIG	VS	@HUR	AT	ARS	@BOC	GC	@COL	GyE	@BAN	SL	@NOB	RIV	@AJ
TIG	BOC	@EST	IND	@RC	@ARS	CHA	@GyE	COL	HUR	@GC	AT	@RAC	VS	@SL	@LAN	AJ	@BAN	NOB	@RIV
BOC	@TIG	SL	@LAN	GyE	@RAC	COL	HUR	@AJ	BAN	@RIV	CHA	@EST	IND	@AT	VS	@RC	@ARS	GC	@NOB
AJ	BAN	@GC	@HUR	SL	@LAN	NOB	@COL	BOC	@GyE	@RAC	VS	@RIV	EST	@ARS	IND	@TIG	AT	@RC	CHA
COL	AT	@RC	BAN	@GC	HUR	@BOC	AJ	@TIG	RIV	@EST	ARS	@IND	CHA	@VS	NOB	RAC	@LAN	SL	@GyE
VS	@GyE	RIV	@NOB	ARS	@AT	RAC	@CHA	SL	EST	@IND	@AJ	RC	@TIG	COL	@BOC	LAN	@HUR	BAN	@GC
ARS	@SL	NOB	@RIV	@VS	TIG	@EST	GC	@BAN	IND	@CHA	@COL	GyE	@LAN	AJ	@RC	HUR	BOC	@AT	RAC
EST	@NOB	TIG	@SL	CHA	@RIV	ARS	@AT	LAN	@VS	COL	@HUR	BOC	@AJ	RC	@RAC	GyE	@GC	IND	@BAN
GyE	VS	@IND	AT	@BOC	BAN	@HUR	TIG	@GC	AJ	@NOB	RAC	@ARS	RIV	@CHA	SL	@EST	RC	@LAN	COL
GC	@LAN	AJ	@RAC	COL	@NOB	SL	@ARS	GyE	@RC	TIG	RIV	@CHA	@BAN	HUR	AT	@IND	EST	@BOC	VS
SL	ARS	@BOC	EST	@AJ	RC	@GC	RIV	@VS	NOB	HUR	@LAN	BAN	@RAC	TIG	@GyE	@CHA	IND	@COL	AT
AT	@COL	RAC	@GyE	NOB	VS	@IND	EST	@RIV	@CHA	LAN	@TIG	HUR	@RC	BOC	@GC	BAN	@AJ	ARS	@SL
IND	@HUR	GyE	@TIG	RIV	@CHA	AT	@NOB	RAC	@ARS	VS	@RC	COL	@BOC	BAN	@AJ	GC	@SL	@EST	LAN
NOB	EST	@ARS	VS	@AT	GC	@AJ	IND	@RC	@SL	GyE	@BAN	LAN	@HUR	RAC	@COL	@RIV	CHA	@TIG	BOC

Figura N°13: Fixture Argentina Instancia 1

Por su parte, se analizó qué ocurría si se incorporaban los 2 primeros conjuntos de restricciones al mismo tiempo y el resultado fue bastante positivo, en ese caso el modelo tardaba 15,479 segundos, tiempo menor que si se suman las 2 primeras corridas que aparecen en la tabla 10.

Luego dado los buenos tiempos de ejecución se evaluó cuánto tarda el modelo en ejecutarse si se incorporan todas las restricciones al mismo tiempo y como siempre teniendo todos los patrones fijos. La demora en este caso alcanza los 29,478 segundos, un tiempo bastante bajo.

Finalmente se decidió estudiar qué ocurría si se era más exigente en lo que a número de breaks se refiere, es decir, si se tolera como máximo un break de local y un break de visita. Para llevar a cabo lo recién mencionado se corrió el modelo generador de patrones con todas las indicaciones señaladas anteriormente y modificando el número de breaks permitidos (sólo 1 de local y 1 de visita). Esta vez la tardanza fue superior a la de los casos anteriores, esto ocurrió probablemente debido al hecho de que el problema era más grande (20 equipos) y lo que se solicitaba era muy exigente en lo que a breaks se refiere. Sin embargo el modelo igual demoró poco, tras 16,46 minutos ya había resultados.

Después se procedió exactamente igual a como se había hecho antes, los tiempos para esta segunda instancia fueron:

	Tiempo
Primer Grupo	35,211
Primer y Segundo Grupo	39,535
Todas	9,391

Tabla N°11: Resultados Fixture Argentina Instancia 2

Es así como, en menos de 20 minutos se obtiene el nuevo fixture.

Si comparamos los tiempos con los de la primera instancia, es posible apreciar que para los 2 primeros grupos de restricciones, la instancia más restrictiva en lo que a breaks se refiere, toma un poco más de tiempo. A su vez cuando se ejecuta el modelo con todas las restricciones e inicializando con la solución anterior los tiempos son prácticamente iguales.

El fixture que se obtuvo es el siguiente:

equipos \ fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
BAN	@GC	LAN	@AJ	@SL	EST	@VS	COL	@RIV	CHA	@NOB	AT	GyE	@RC	RAC	@ARS	BOC	@TIG	IND	@HUR
RIV	AT	@ARS	VS	@IND	HUR	@CHA	@RAC	BAN	@EST	BOC	@LAN	AJ	@TIG	RC	@GC	GyE	SL	@COL	NOB
HUR	ARS	@VS	IND	@AT	@RIV	LAN	@GyE	BOC	@RC	TIG	COL	@EST	CHA	@GC	NOB	@SL	AJ	@RAC	BAN
LAN	SL	@BAN	AT	@BOC	CHA	@HUR	NOB	@VS	COL	@EST	RIV	@GC	@RAC	TIG	@RC	AJ	@IND	GyE	@ARS
RC	@AJ	GC	@GyE	TIG	@NOB	RAC	VS	@IND	HUR	@CHA	ARS	@COL	BAN	@RIV	LAN	@AT	BOC	@EST	SL
RAC	CHA	@BOC	EST	@COL	VS	@RC	RIV	@GyE	GC	@AT	NOB	@SL	LAN	@BAN	@AJ	IND	@ARS	HUR	@TIG
CHA	@RAC	GyE	@COL	NOB	@LAN	RIV	@GC	AJ	@BAN	RC	@BOC	VS	@HUR	IND	@TIG	ARS	AT	@SL	EST
TIG	VS	@IND	ARS	@RC	COL	@BOC	@AJ	GC	GyE	@HUR	SL	@NOB	RIV	@LAN	CHA	@EST	BAN	@AT	RAC
BOC	@GyE	RAC	@NOB	LAN	@AJ	TIG	IND	@HUR	ARS	@RIV	CHA	@AT	COL	@SL	EST	@BAN	@RC	GC	@VS
AJ	RC	@SL	BAN	@EST	BOC	@ARS	TIG	@CHA	IND	@COL	GC	@RIV	NOB	@AT	RAC	@LAN	@HUR	VS	@GyE
COL	EST	@AT	CHA	RAC	@TIG	NOB	@BAN	SL	@LAN	AJ	@HUR	RC	@BOC	ARS	@IND	VS	@GyE	RIV	@GC
VS	@TIG	HUR	@RIV	GyE	@RAC	BAN	@RC	LAN	AT	@ARS	IND	@CHA	GC	@EST	SL	@COL	NOB	@AJ	BOC
ARS	@HUR	RIV	@TIG	GC	@GyE	AJ	@SL	EST	@BOC	VS	@RC	@IND	AT	@COL	BAN	@CHA	RAC	@NOB	LAN
EST	@COL	NOB	@RAC	AJ	@BAN	SL	@AT	@ARS	RIV	LAN	@GyE	HUR	@IND	VS	@BOC	TIG	@GC	RC	@CHA
GyE	BOC	@CHA	RC	@VS	ARS	@IND	HUR	RAC	@TIG	@GC	EST	@BAN	SL	@NOB	AT	@RIV	COL	@LAN	AJ
GC	BAN	@RC	SL	@ARS	IND	@AT	CHA	@TIG	@RAC	GyE	@AJ	LAN	@VS	HUR	RIV	@NOB	EST	@BOC	COL
SL	@LAN	AJ	@GC	BAN	AT	@EST	ARS	@COL	NOB	@IND	@TIG	RAC	@GyE	BOC	@VS	HUR	@RIV	CHA	@RC
AT	@RIV	COL	@LAN	HUR	@SL	GC	EST	@NOB	@VS	RAC	@BAN	BOC	@ARS	AJ	@GyE	RC	@CHA	TIG	@IND
IND	@NOB	TIG	@HUR	RIV	@GC	GyE	@BOC	RC	@AJ	SL	@VS	ARS	EST	@CHA	COL	@RAC	LAN	@BAN	AT
NOB	IND	@EST	BOC	@CHA	RC	@COL	@LAN	AT	@SL	BAN	@RAC	TIG	@AJ	GyE	@HUR	GC	@VS	ARS	@RIV

Figura N°14: Fixture Argentina Instancia 2

Se analizó también para esta situación qué ocurría si se incorporaban los 2 primeros conjuntos de restricciones al mismo tiempo y el resultado nuevamente fue positivo, el modelo demora 19,145 segundos, lo que es menos que si sumamos las 2 primeras corridas de la tabla 11.

Por último, se vio cuánto tarda el modelo si todas las restricciones se incorporan al mismo tiempo. La tardanza fue de tan solo 23,390 segundos.

Los tiempos de ejecución del modelo del fútbol argentino dejan en evidencia el positivo efecto que trae consigo el incorporar patrones de forma inteligente al modelo.

CONCLUSIONES

El presente trabajo muestra que la investigación operativa puede aplicarse en áreas quizás algo impensadas como lo es la del entretenimiento deportivo. A través de las restricciones de los modelos se pueden apreciar las diversas ventajas de utilizar herramientas matemáticas a la hora de confeccionar los fixtures. Ventajas tales como: torneos más justos deportivamente hablando y menos desgastantes para los jugadores, campeonatos más atractivos para los hinchas, ahorros en gastos operacionales para los equipos y suavizar los ingresos y gastos a través del año.

Esta tesis también deja a relucir que problemas grandes con muchas variables binarias son muy difíciles de resolver si es que no se emplean técnicas para acelerar la obtención de soluciones. Acá tanto para el caso de Primera A como el de Primera B del fútbol chileno y el caso del torneo de Apertura argentino era imposible tener soluciones en tiempos razonables si es que se dejaba el modelo tal cual estaba, es por ello que el introducir patrones predefinidos (secuencias que indican si un equipo es local o visita en una fecha) al modelo es una gran idea, ya que permite reducir considerablemente el espacio de soluciones.

Ahora bien, el introducir patrones tiene sus riesgos, ya que se puede estar reduciendo demasiado la región factible al punto de llegar a infactibilidad, esto ocurrió cuando se estaba resolviendo del problema de Primera A y también cuando se intentaba resolver el problema de la fase grupal de Primera B tanto para el enfoque 1 como para el 2. La situación recién descrita aconteció en Primera B debido a que el espacio de soluciones ya de por si era pequeño (no era un problema grande) luego incorporar patrones no era un apoyo, ya que el problema se solucionaba en un tiempo prudente sin éstos. Por su parte, la situación de Primera A se debía al hecho de que habían muchas restricciones de localías en juego, por lo tanto no bastaba con incorporar cualquier conjunto de patrones.

Luego para problemas pequeños de *scheduling* el incorporar patrones no es un aporte, cosa que sí ocurre en problemas más grandes, en los que hay que tener en cuenta también el número de restricciones alusivas a localías que poseen los equipos ya que si éstas son muchas, hay que tener cuidado a la hora de generar los patrones y es ahí donde el modelo de programación entera que genera patrones es un gran aporte, debido a que permite tomar en cuenta diversos elementos del problema original lo que termina facilitando la resolución del mismo. Sin lugar a dudas, los buenos tiempos que se obtienen a la hora de solucionar el problema de Primera A se deben en una gran medida a este modelo generador de patrones, el cual permite llegar al modelo de Primea A con la certeza de que un gran número de restricciones se van a cumplir si o si.

A su vez, de esta tesis también se desprende que resolver un problema más pequeño y tomar la solución de ése como punto de partida para uno más grande no tiene porque acelerar la obtención de resultados en el problema de mayor tamaño. Cuando se soluciona el problema de Primera B según el enfoque 1, para la primera instancia el inicializar con la solución anterior (4 patrones fijos) permitía obtener mejoras de un 38,2% en los tiempos con respecto a cuando no se inicializaba, mientras que en esa misma situación, pero con la instancia 2 los tiempos empeoraban en un 45,17%. A la hora de solucionar el problema de Primera A también se vio que el inicializar no siempre es la mejor opción, ejemplo de ello es la tabla número 2. Misma situación acontece con el problema del fixture argentino, por ejemplo resulta más rápido partir con los 2 primeros conjuntos de restricciones al mismo tiempo, que resolver primero el primer grupo y luego incorporar el segundo.

Eso sí, el encaminar también tiene una utilidad que va más allá del tiempo final de ejecución, que es el hecho de ir evaluando cómo se están dando las cosas, es decir, si un problema menos restrictivo está tomando mucho tiempo o más que el esperado significa que algo hay que hacer para acelerar la obtención de soluciones o que hay algún problema en la modelación.

Por su parte, de esta tesis es posible concluir la importancia de incorporar una función objetivo en el modelo utilizando las restricciones mismas del problema, si es que éste no presenta una función objetivo propio. El utilizar una función objetivo mejora los tiempos de prácticamente todas las corridas en comparación a cuando no se usa. Y no son sólo mejoras marginales, sino que son significativas.

Estas mejoras se deben a que al incorporar una función objetivo el algoritmo de Branch&Bound que ejecuta CPLEX se puede orientar de mejor forma. Además es probable que los problemas relajados que se resuelven en cada nodo del algoritmo también se puedan solucionar de mejor manera, ya que existe una función objetivo que guía la resolución del problema relajado.

También se puede señalar que a la hora de ejecutar los modelos con algunos patrones fijos a equipos y otros sin fijar, no da lo mismo cuales son los equipos que tienen patrones preasignados y cuáles no. La recomendación es fijarle patrones a las escuadras con más restricciones asociadas a localías, sin embargo, cuando el número de restricciones de esta índole es similar entre 2 equipos a priori no se puede señalar a cual conviene fijarle patrones y a cuáles no.

Sobre el problema de Primera A se puede señalar que la técnica de resolución de 5 pasos aquí propuesta resultó ser exitosa, ya que se logra obtener un fixture que cumple con todas las peticiones de la ANFP en menos de 5 minutos. El procedimiento final de solución que se recomienda seguir para esta problemática es el siguiente:

1. Generar tantos patrones como equipos, pero no cualquier conjunto de patrones, sino que un set inteligente, a través de un modelo IP, que tome en cuenta las múltiples restricciones asociadas a las localías de los equipos.
2. Ejecutar el modelo del fixture del fútbol chileno, pero sólo con las restricciones más relevantes, las que se tienen que cumplir si o si (se

podrían fijar equipos a patrones, si es que las escuadras tienen demasiadas restricciones asociadas a localías).

3. Incorporar al modelo un grupo de las restricciones aún no consideradas (las más importantes que aún no han sido tomadas en cuenta). Resolver inicializando con la solución del paso 2. (se podrían fijar equipos a patrones, si es que las escuadras tienen demasiadas restricciones asociadas a localías).
4. Resolver el modelo con todas sus restricciones. Se inicializa con la solución del paso anterior, pero esta vez además se fijan los patrones de la solución que recién se obtuvo.
5. si los resultados del paso 4 son malos porque están tomando mucho tiempo se recomienda agregar la función objetivo (esto podría hacerse desde un comienzo). Si el problema es de infactibilidad, lo que se recomienda hacer es liberar patrones e incorporar una función objetivo al modelo. Y si esto aún no funciona lo que se recomienda es que algunos equipos, los que estén asociados a un menor número de restricciones de localías, no tengan que estar asociados a ningún patrón y que sea el mismo modelo el que arme sus secuencias de localías y visitas. Todo este proceso puede estar acotado por un cierto límite de tiempo tras el cual se acepta ir buscando soluciones que no respeten el 100% de las restricciones.

Por su parte, en relación a Primera B, vale la pena mencionar que el número de restricciones solicitadas por la ANFP es menor que para el caso de Primera A. Esto es esperable debido a que al ser un torneo de menor envergadura y trascendencia es lógico que surjan menos “inconvenientes”. Sin embargo, debido a las características del torneo el obtener una solución para este problema termina tomando más tiempo que el de resolver el de Primera A.

En Primera B se probaron 3 enfoques de resolución: el resolver la fase de grupos y luego la nacional, solucionar primero la fase nacional y luego la de grupos (ir del final al comienzo) e intentar dar solución a todo el problema en un solo modelo. Si bien el problema tenía un menor número de restricciones y variables que el de Primera A, igual era un problema grande. Además poseía ciertas restricciones que eran bastante “estrictas” como lo eran las de invertir las localías entre las fases y que en la fase de grupos cada equipo es local exactamente 3 veces. Esto provocó llevar a cabo la alternativa de dividir el problema, ya que así se resolvía un problema muy pequeño (fase de grupos) y uno grande, pero igual más chico que todo al mismo tiempo (fase nacional). Mas la división también tenía sus consecuencias, ya que había que conectar ambos problemas.

El enfoque 1 probó dar buenos resultados, en cambio el 2 no anduvo bien, las razones de esto es que con el enfoque 2 la carga que traía consigo el conectar los 2 problemas se la llevaba el problema más chico, pero el espacio de soluciones factibles de éste ya de por si era pequeño, luego el agregar más restricciones generaba infactibilidad. Por su parte, el enfoque 3 sin función objetivo no funcionaba bien y cuando se incorporó este elemento los resultados tampoco fueron satisfactorios, así que fue necesario idear un esquema similar al de Primera A. Este proceder trajo consigo buenos resultados, obteniéndose soluciones en el orden de los 15 minutos. Eso sí, cuando se aplicó este esquema fue necesario liberar patrones arbitrariamente, lo que representa una desventaja de esta alternativa ya que no había un criterio claro para decidir qué patrones liberar debido a que la mayoría de los equipos no poseen restricciones asociadas a localías. Luego es posible concluir que para el caso de Primera B la dificultad que acompaña el separar el problema en 2 le termina ganando a las ventajas que trae consigo resolver 2 problemas más pequeños.

A su vez, el estudio del caso del fixture del torneo de Apertura argentino permite validar el enfoque de resolución expuesto en esta tesis, ya que es otro ejemplo en el cual usar patrones ideados de manera inteligente permite que un problema que tarda mucho tiempo en ser resuelto (ni siquiera se sabe cuánto tiempo) pase a ser solucionado en menos de 20 o 5 minutos, dependiendo de cuan estricto se sea en el número de breaks permitidos. Esto último no es menor si se tiene en cuenta además que es un problema con más de 8500 variables binarias y alrededor de 4000 restricciones.

Por último, esta tesis cumplió con los objetivos que se propuso ya que los problemas fueron modelados de forma exitosa, se logró obtener fixtures, para todos los problemas, que cumplían con todas las restricciones y lo hacían además en muy poco tiempo y también se generó conocimiento que permitirá enfrentar con más herramientas este tipo de problemas en el futuro.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Armstrong, J., RJ. Willis. 1993. Scheduling the cricket World Cup - a case-study. Journal of the Operational Research Society Vol. 44. 1067-1072.

[2] Asociación de Fútbol Profesional. 2009. BASES DE CAMPEONATOS NACIONALES APERTURA Y CLAUSURA PRIMERA B 2009. [en línea]
<http://www.anfp.cl/descargas/3.pdf>
[31 de agosto de 2009]

[3] Asociación de Fútbol Profesional. 2009. BASES DE CAMPEONATOS NACIONALES APERTURA Y CLAUSURA PRIMERA DIVISIÓN 2009. [en línea]
<http://www.anfp.cl/descargas/5.pdf>
[31 de agosto de 2009]

[4] Bartsch T., A. Drexl, S. Kröger. 2006. Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany. Computers and Operations Research Vol. 33. 1907-1937.

[5] Bonomo, F., A. Burzyn, A. Cardemil , G. Durán G, J. Marenco. 2008. An application of the traveling tournament problem: the Argentine volleyball league. The 7th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, PATAT (2008).

[6] Cain. 1977. Computer-aided heuristic approach used to schedule the major league baseball clubs.

[7] Challenge Traveling Tournament Instances. 2009. [en línea]
<http://mat.gsia.cmu.edu/TOURN/>
[14 de septiembre de 2009]

[8] De Werra D. 1981. Studies on graphs and discrete programming. Scheduling in sports. 381-395.

[9] Della Croce, F., R. Tadei, PS. Asioli. 1999. Scheduling a round robin tennis tournament under courts and players availability constraints. Annals of Operations Research Vol. 92. 349-361.

[10] Duran G., M. Guajardo, J. Miranda, D. Saure, S. Souyris, A. Weintraub, R. Wolf. 2007. Scheduling the Chilean soccer league by integer programming. INTERFACES Vol. 37. 539-552.

[11] Easton, K., G. Nemhauser, M. Trick. 2001. The traveling tournament problem: Description and Benchmarks. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2239. 580-584.

[12] Easton, K., G. Nemhauser, M. Trick. 2003. Solving the traveling tournament problem: A combined integer programming and constraint programming approach. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2740. 100-109.

[13] Ferland, Fleurent. 1991. Computer aided scheduling for a sport league. INFOR Vol. 29. 14-25.

[14] Gobierno de Chile. 2009. Estadios Bicentenario en más ciudades.[en línea]
<http://www.gobiernodechile.cl/viewEjeSocial.aspx?idarticulo=26260&idSeccionPadre=18>
[31 de agosto de 2009]

[15] Goossens D., F. Spieksma. 2009. Scheduling the Belgian Soccer League. INTERFACES Vol. 39. 109-118.

[16] Kyngäs, J., K. Nurmi. 2009. Scheduling the finnish 1st division ice hockey

[17] Knust S. 2010. Scheduling non-professional table-tennis leagues European Journal of Operational Research Vol. 200. 358-367.

[18] Matías Chomali Kattan. 2009. Tras seis años al aire, el Canal del Fútbol facturó en 2008 unos US$ 40 millones. El Mercurio Online. 22 de febrero de 2009
<http://diario.elmercurio.cl/detalle/index.asp?id={dbb34e0c-6086-45ee-9ef9d90c0299ab59}>
[31 de agosto de 2009]

[19] Nemhauser, G., M. Trick. 1998. Scheduling a major college basketball conference. Oper. Res. 46(1) 1-8.

[20] Rasmussen, R., M. Trick. 2007. Round robin scheduling – a survey. European Journal of Operations Research, Vol. 188. 617-636

[21] Rasmussen RV. 2008. Scheduling a triple round robin tournament for the best Danish soccer league. European Journal of Op. Research Vol. 185. 795-810.

[22] Schreuder J. 1992. Combinatorial aspects of construction of competition Dutch Professional Football Leagues. Discrete Applied Mathematics Vol. 35. 301-312.

[23] Truls, F., E. Nilssen. 2009. Scheduling the topmost football leagues of Norway. En: 23rd European Conference on Operation Research, Bonn, Alemania, del 5 al 8 de julio de 2009.

[24] Urrutia, S., C. Ribeiro. 2009. Scheduling the Brazilian soccer tournament by integer programming maximizing audience shares under fairness constraints. En: 23rd European Conference on Operation Research, Bonn, Alemania, del 5 al 8 de julio de 2009.

[25] Van Voorhis. 2005. College basketball scheduling with travel swings. Computers & Industrial Engineering, Vol. 48. 163-172.

[26] Van Weert, A. J. Schreuder. 1997. Construction of Basic Match Schedules for Sports Competitions by Using Graph Theory. Lecture Notes in Computer Science Vol. 1408. 201-210.

[27] Willis, R.J., B.J. Terrill. 1994. Scheduling the Australian state cricket season using simulated annealing. Journal of the Operational Research Society Vol.45. 276-280.

[28] Wright, M. 1994. Timetabling county cricket fixtures using a form of tabu search. Journal of the Operational Research Society Vol. 45. 758-770.

[29] Wright, M. 2005. Scheduling fixtures for New Zealand cricket. IMA Journal of Management Mathematics Vol. 16. 99-112.

[30] Wright. 2006. Scheduling fixtures for basketball New Zeland