



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN AGUA-MAR DE
UNA EMPRESA SALMONERA DE PUERTO MONTE
USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE
OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MATEMÁTICO

DIEGO ALEJANDRO MORÁN RAMÍREZ

PROFESOR GUÍA:
GUILLERMO DURÁN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ANDRÉS WEINTRAUB
MARTIN MATAMALA
DANIEL ESPINOZA

SANTIAGO DE CHILE
AGOSTO 2009

Agradecimientos :D

En primer lugar agradezco a mi familia por aguantarme durante todos estos años, en particular, el largo período de tiempo que me demoré en terminar esta tesis y titularme y por sobretodo por darme su apoyo infinito (no numerable!!). Especialmente a mi madre, María Soledad Ramírez, a mi padre, Mario Morán, a mi *EQDA*¹ Camila, a mi hermano Carlos, a mi tía-madrina Carmen, a mi tía Marta (R.I.P.), a mi tía Sylvia, a mi Tata, Carlos Ramírez, a mi abuela “Lala” y a la Nenita (R.I.P.).

Por supuesto que no puedo dejar de agradecer a mis amigos, por tantos buenos momentos compartidos: conversaciones notables, los carretes, el mechoneo, las pruebas infinitas, el infaltable “jugo”, y un largo etc. Procederé a nombrarlos cronológicamente, primero el Club de Toby: Gerardo, Loncho, Danilo, Lito, Pedro, Felipe, el Cifu, el Valdy (?). Mis amigos de plan común: Esteban “Cabrón” Morales, Carlos “Tollero” Aravena, Patricio “Patosoto” Soto, el Tuno y Gerardo “Cepech” Vieyra (again), quienes me acompañaron en los primeros años de sufrimiento en la república independiente de Beauchef. Y, siguiendo con el ámbito universitario especiales gracias mis compañeros y amigos del DIM, quienes fuimos lo suficientemente masoquistas como para tomar el gran curso de *Análisis* con R. Correa y luego seguir en la altamente no trivial especialidad de Ingeniería civil matemática: Mauricio Duarte, Gustavo Angulo, Roberto Cortez, Rodrigo López. Y al resto de mis compañeros: Sofía Moroni, Sebastián Reyes, El “Loco Lucho”, Sánchez, Silva, Bolivar, Gonzalo, Jorge Lemus, entre otros (si Ud. está leyendo esto y me olvidé de mencionarlo no se enoje). También a mis amigos del MGO: Francisco Cisternas, Fernanda Bravo. Y a Sebastián Astroza, el Gemelo malvado² y muy buen amigo, por acompañarme en varias oportunidades en las aventuras de ser auxiliar de nuestros ramos favoritos, Matemáticas II y Álgebra, en conjunto casi siempre con la Profesora María Leonor Varas, a quien también le doy las gracias. Y también, gracias totales a APM!! Dejo para el final a mis amigas de “toda la vida”, María Ignacia Becerra Osorio y Vanessa Natalia Toledo Cabezas y a sus familias. Gracias por apoyarme todo este tiempo :)

Finalmente, esta tesis no hubiera sido posible si no hubiera contado con el apoyo del encargado de la planificación de la producción en agua-mar, Benjamín Holmes y los profesores Guillermo Durán, Andrés Weintraub, Daniel Espinoza, Martín Matamala, Javier Marengo y Abilio Lucena. Muchas gracias por su buena voluntad y paciencia y por sus consejos respectivos al doctorado (por algo elegimos Gatech xD). Agradecimientos también a Julie (secretaria del MGO) y de Eterín (secretaria del DIM), por el apoyo en las postulaciones al Ph.D. y con los procedimientos administrativos para mi titulación.

¹Edmanita Querida Del Alma :)

²El otro también es malvado.

Índice general

Agradecimientos :D	II
Resumen	IX
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. La industria salmonicultora en Chile	1
1.1.2. Ciclo de producción del salmón	1
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Problema a resolver	3
1.2.2. Nuestro trabajo	3
1.3. Metodología usada	4
1.3.1. Herramientas teóricas	4
1.3.2. Herramientas computacionales	5
2. Descripción del Problema	6
2.1. Descripción de la planificación agua-mar actual	6
2.1.1. Modelos de apoyo a la planificación	6
2.1.2. Etapa 1: existencias en agua-mar	8
2.1.3. Etapa 2: siembras futuras	10
2.1.4. Etapa 3: uso de concesiones, generación de la carta Gantt	12
2.2. Modelación abstracta	13
2.2.1. Supuestos	13
2.2.2. Parámetros	15
3. Formulación principal	18
3.1. Descripción de la formulación principal	18
3.1.1. Notación índices	18
3.1.2. Variables	18

3.1.3.	Restricciones	19
3.1.4.	Función Objetivo	23
3.2.	Estudio de la formulación	24
3.2.1.	El subproblema <i>Node Packing</i>	24
3.2.2.	Restricción ciclos disjuntos	30
3.2.3.	Eliminación de simetrías	30
3.2.4.	Restricciones que ligan centros y jaulas	31
3.3.	Procedimiento para reducir tiempos de ejecución	32
3.3.1.	Idea general del procedimiento	32
3.3.2.	Calculando valores factibles de W_{cts} , A_{cts} y S_{cts}	33
3.3.3.	Descripción de las formulaciones auxiliares	35
3.4.	Notaciones y comentarios	39
3.4.1.	Sobre las formulaciones	39
3.4.2.	Comentarios	39
3.4.3.	Resumen algoritmo	40
4.	Resultados computacionales	41
4.1.	Preliminares	41
4.1.1.	Instancia	41
4.1.2.	Sobre las tablas	43
4.2.	Formulaciones <i>Node packing</i>	43
4.3.	Formulaciones de ciclos disjuntos	45
4.4.	Formulación con reducción de simetrías	48
4.5.	Formulaciones auxiliares	49
4.6.	Formulación principal con método de reducción de tiempos	52
5.	Análisis y comparación de soluciones	57
5.1.	Análisis de soluciones	57
5.1.1.	Instancia <i>A</i>	58
5.1.2.	Instancia <i>B</i>	62
5.1.3.	Instancia <i>C</i>	66
5.2.	Comparación soluciones con y sin uso del modelo	70
5.2.1.	Metodología	70
5.2.2.	Resultados comparaciones	70
6.	Otras formulaciones	76
6.1.	Flujo en redes. Variables de jaulas.	76

6.1.1. Formulación de estado vacío	76
6.1.2. Formulación cosecha variable	81
6.2. Flujo en redes. Variables de centros.	85
6.2.1. Formulación cosecha variable	85
6.2.2. Formulación cosecha constante	89
7. Conclusiones y trabajo futuro	91
7.1. Conclusiones y comentarios	91
7.2. Sugerencias de trabajo futuro	92
7.2.1. Formulación principal	92
7.2.2. Otras formulaciones	94
Bibliografía	95

Índice de tablas

4.1. Comparación tamaño de F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM}	44
4.2. Comparación desempeño de P_{NP} , P_{BNP} y P_{CM}	44
4.3. Soluciones de F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM}	45
4.4. Comparación tamaño de F_{BNP} y F_J^{BNP}	46
4.5. Comparación desempeño de F_{BNP} y F_J^{BNP}	46
4.6. Soluciones de F_{BNP} y F_J^{BNP}	46
4.7. Comparación tamaño de F_{CM} y F_J^{CM}	47
4.8. Comparación desempeño de F_{CM} y F_J^{CM}	47
4.9. Soluciones de F_{CM} y F_J^{CM}	47
4.10. Comparación tamaño de F_{CM} y F_S^{CM}	48
4.11. Comparación desempeño de F_{CM} y F_S^{CM}	48
4.12. Soluciones de F_{CM} y F_S^{CM}	48
4.13. Comparación tamaño de Q_1^{BNP} , Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}	49
4.14. Comparación desempeño de Q_1^{BNP} , Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}	50
4.15. Soluciones de Q_1^{BNP} , Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}	50
4.16. Comparación tamaño de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}	51
4.17. Comparación desempeño de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}	51
4.18. Soluciones de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}	51
4.19. Desempeño metodo por etapas	52
4.20. Comparación formulación principal con y sin método	53
4.21. Soluciones de F_{BNP} y F_{BNP}^+	53
4.22. Desempeño metodo por etapas	54
4.23. Comparación formulación principal con y sin método	54
4.24. Soluciones de F_{CM} y F_{CM}^+	54
4.25. Desempeño metodo por etapas	55
4.26. Comparación formulación principal con y sin método	55
4.27. Soluciones de F_{CM} y F_{CM}^+	56

5.1. Biomasa cosechada para instancia A	59
5.2. Biomasa cosechada para instancia B	63
5.3. Biomasa cosechada para instancia C	67

Índice de figuras

5.1. Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia A	61
5.2. Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia B	65
5.3. Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia C	69
5.4. Biomasa cosechada usando el modelo	71
5.5. Largo ciclo de cosecha, centros con existencias en agua-mar	72
5.6. Largo ciclo de cosecha, siembras futuras	73
5.7. Peso mínimo, centros con existencias en agua-mar	74
5.8. Peso máximo, centros con existencias en agua-mar	74

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MATEMÁTICO Y AL GRADO DE
MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES
POR: DIEGO MORÁN RAMÍREZ
FECHA: JULIO 2009
PROF. GUÍA: Sr. GUILLERMO DURÁN

PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN AGUA-MAR DE UNA EMPRESA SALMONERA DE PUERTO MONTT USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

En este trabajo nos concentramos en optimizar el proceso de la planificación de la producción en la etapa de agua-mar en una empresa salmonera. La planificación de la producción en agua-mar consiste en programar las fechas futuras de ingreso y salida de salmones de cada uno de los centros de engorda en agua-mar que posee la salmonera, considerando un horizonte de planificación de 5 años. El objetivo de la planificación es maximizar la biomasa recolectada en un horizonte de tiempo considerado, sujeto a cumplir con diversas restricciones de carácter biológico, económico y sanitario.

Para resolver el problema proponemos una formulación de programación lineal enteramixta y se estudian algunas de sus propiedades teóricas, llegándose a la conclusión de que es una buena formulación. Además, como los tiempos de ejecución del modelo deben ser pequeños, diseñamos un algoritmo *ad-hoc*, que permite reducir notablemente los tiempos de corrida del modelo. Se presentan experimentos numéricos que permiten ilustrar el buen comportamiento de la formulación y los resultados obtenidos por la metodología de reducción de tiempos. Por otro lado se realiza un análisis de las soluciones del modelo y una comparación entre las decisiones que se toman con la metodología actual de planificación y las decisiones que sugiere el modelo.

Basados en el trabajo realizado, se puede concluir que estas metodologías empleadas para resolver el problema de planificación de la salmonera, en instancias de tamaño real, resultan ser eficientes, pues se mejora la calidad del programa de siembras en agua-mar aumentando la cantidad de biomasa total cosechada y logrando el cumplimiento de buenas prácticas que, dada la complejidad del problema son difícil de cumplir con la metodología actual. Finalmente, como se puede ver en la sección de resultados computacionales, se logran reducir notablemente los tiempos asignados a la planificación misma.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo introductorio describimos los aspectos principales de la industria salmonicultora y del ciclo productivo del salmón, luego detallamos los objetivos de esta tesis y finalmente describimos las herramientas teóricas y computacionales fundamentales para el desarrollo de este trabajo.

1.1. Antecedentes

1.1.1. La industria salmonicultora en Chile

La industria salmonicultora es una de las actividades económicas más importantes en Chile. Como se puede observar en [9] esta actividad económica posee una participación, en el año 2005, de un 20.2% en las exportaciones de alimentos, de un 9.5% en las exportaciones distintas de cobre y de un 4.5% en las exportaciones totales. En los últimos años Chile se mantuvo como el segundo productor a nivel mundial, tras Noruega.

El país posee ventajas competitivas para el desarrollo de esta industria como lo son el clima y geografía, que permiten el cultivo en grandes extensiones y por la calidad de las aguas, que por su pureza y temperatura, son ideales para el cultivo del salmón. La industria se encuentra establecida principalmente en la regiones australes (las antes llamadas X y XI regiones), constituyéndose en una importante fuente de empleo y desarrollo económico para el sector sur del país.

1.1.2. Ciclo de producción del salmón

A continuación, basados en [1], [2] y [8], describiremos brevemente cada una de las etapas del ciclo de producción del salmón:

Reproducción: en esta primera etapa, que dura entre uno y dos meses, se seleccionan los reproductores, los cuales son llevados a centros especializados en la producción de ovas. Las ovas también pueden ser adquiridas a un proveedor externo. Una vez que se tiene una cantidad adecuada de ovas, éstas son fertilizadas por medio de un proceso de fecundación artificial. Posteriormente, se procede a seleccionar las ovas que tienen mayores posibilidades de convertirse en salmones saludables. Estas ovas son incubadas en agua-dulce, durante aproximadamente 4 meses, hasta el momento de la eclosión, en el cual los alevines rompen el huevo y pueden comenzar a nadar.

Piscicultura: esta etapa dura entre 10 y 18 meses. En este período, que transcurre en las pisciculturas de agua-dulce, los alevines comienzan a recibir alimento de alta calidad. Es en esta etapa en que los peces crecen más rápidamente, pues sus requerimientos nutricionales son mayores. Una vez que los salmones realizan el proceso de adaptación fisiológica a agua salada (que se conoce como smoltificación) son llevados a estuarios (desembocadura de río en mar abierto) o directamente a los centros de agua-mar.

Engorda Mar: esta etapa toma lugar en los centros de agua-mar de la empresa y suele durar en promedio 19 meses. Durante este tiempo los salmones son controlados y alimentados con dietas especiales de engorda, hasta que alcanzan el peso de cosecha óptimo. Una vez que esto ocurre los salmones son trasladados con sumo cuidado a la planta faenadora en barcos-depósito (también conocidos como *wellboats*).

Procesamiento: luego de su estadía en los centros de agua-mar los salmones son trasladados en contenedores con agua y hielo a la planta de proceso en Puerto Montt. Una vez en la planta se comienza a dar forma a la gran variedad de productos, de acuerdo a los requerimientos específicos de cada cliente. Finalmente, los productos finales son trasladados a alguno de los más de 30 mercados de destino.

Los dos primeros eslabones de la cadena de producción, es decir, Reproducción y Piscicultura ocurren en agua dulce. Es por esta razón que a la combinación de estos dos eslabones se le llama etapa de agua-dulce. De igual manera, se le llama etapa de agua-mar al período de engorda, pues ocurre en los centros de agua-mar.

La duración del ciclo productivo del salmón, desde que se fertilizan las ovas hasta que los salmones son llevados a la planta de producción, es de aproximadamente 36 meses. El tamaño del horizonte de planificación de la producción, que es de 5 años, está influido, en parte, por la duración del ciclo del salmón. A modo de ejemplo, el 2009 se tiene una planificación para el período 2009-2013. Más precisamente, para cierta cantidad de

biomasa para el año 2013 los salmones deben ser sembrados en agua-mar durante los años 2011-2012, por lo tanto se deben desovar las ovas el 2010 y, para lograr este último objetivo, se debe comenzar la selección de los reproductores que desovarán esas ovas el año 2009 y, de ser necesario, la compra de ovas importadas durante ese mismo año.

1.2. Objetivos

1.2.1. Problema a resolver

En esta tesis nos concentramos en la planificación de la producción en la etapa de agua-mar. La planificación de la producción en agua-mar consiste básicamente en programar las fechas futuras de ingreso y salida de salmones de cada uno de los centros de engorda en agua-mar que posee la salmonera, considerando un horizonte de planificación de 5 años. El objetivo de la planificación es maximizar la biomasa recolectada en el horizonte de planificación, sujeto a cumplir con diversas restricciones de carácter biológico, económico y sanitario.

1.2.2. Nuestro trabajo

El objetivo de nuestro trabajo es proponer un modelo de programación matemática y/o sistema optimizador que permita mejorar el proceso de planificación de la producción en agua-mar de una salmonera. Este sistema debe entregar sugerencias de fechas de siembra y cosecha en los centros que permitan obtener una planificación óptima. Además, como el encargado de la planificación necesita simular varios posibles escenarios, el sistema debe entregar los resultados en un tiempo que no sobrepase cierta cantidad máxima de tiempo.

Para cumplir con este objetivo debemos entender en detalle el problema que enfrenta el tomador de decisiones. De esta manera podremos hacer los supuestos que nos permitan crear un modelo matemático que se aproxime lo mejor posible a la realidad. Una vez obtenido un modelo satisfactorio, debemos realizar experimentos numéricos para validar los resultados obtenidos por nuestro sistema. De ser necesario se deben aplicar metodologías matemáticas o computacionales que permitan que el sistema entregue resultados razonables en tiempos de corrida pequeños.

1.3. Metodología usada

1.3.1. Herramientas teóricas

En esta sección describiremos muy brevemente programación lineal entera, que es la técnica de programación matemática que usamos para modelar y resolver el problema de planificación de la producción en agua-mar.

Programación lineal entera

Una gran cantidad de problemas prácticos pueden ser resueltos usando la técnica de programación lineal entera, por ejemplo: ruteo de vehículos, planificación de la producción, manejo de contenedores de empresas navieras, *scheduling* de trenes, asignación de salas de clases, etc.

Informalmente, un problema de programación lineal entera es un problema de programación lineal al que se le agrega la restricción adicional de que algunas variables deben tomar valores enteros. Más precisamente, un problema de programación lineal entera se escribe

$$\begin{aligned}
 & \max && c^t x \\
 & \text{s.a.} && \\
 & && Ax \leq b \\
 & && x \geq 0 \\
 & \forall i \in R, && x_i \in \mathbb{R} \\
 & \forall i \in I, && x_i \in \mathbb{Z} \\
 & \forall i \in B, && x_i \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

donde $x, c \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$, $b \in \mathbb{R}^m$ y $R, I, B \subseteq \{1, \dots, n\}$, son disjuntos 2 a 2 y tal que $R \cup I \cup B = \{1, \dots, n\}$.

Si $R \neq \emptyset$ y $I \cup B \neq \emptyset$ el problema se dice de programación lineal entera mixta. Si $R = \emptyset$ el problema se dice de programación lineal entera y si $R = I = \emptyset$ el problema se dice de programación lineal entera binaria.

El caso $B \neq \emptyset$ es de particular interés, pues en este caso las variables x_i , $i \in B$ permiten modelar decisiones binarias (sí/no, se construye/no se construye, acepto/rechazo, cosecho/no cosecho, etc.).

Las metodologías más importantes para resolver un problema de programación lineal entera se basan en las siguientes ideas: programación lineal (*linear programming*), algoritmos de planos cortantes (*cutting planes algorithms*), el método de ramificación y acotamiento (*branch&bound*), teoría de desigualdades válidas (*valid inequalities theory*),

teoría poliedral (*polihedral theory*). La descripción específica de cada uno de estos métodos puede encontrarse fácilmente en la literatura, por ejemplo se puede ver [3] o [4].

En el modelo que propondremos se tiene $R \neq \phi$, $I = \phi$ y $B \neq \phi$, por lo que trabajaremos con un problema de programación lineal entera mixta.

1.3.2. Herramientas computacionales

En esta subsección describimos brevemente los principales *softwares* usados en esta tesis.

Lenguaje de modelamiento: *GAMS*

GAMS (General Algebraic Modeling System) es una herramienta que facilita el traspaso desde la modelación matemática del problema a la representación requerida por el *software* específico que resuelve el problema (*solver*). Entre los *solvers* con los que se puede comunicar *GAMS* se encuentran: *CPLEX*, *XPRESS*, *MINOS*, *CONOPT*, entre otros.

Las especificaciones de la versión de *GAMS* que usaremos se detallan en la siguiente tabla

<i>GAMS</i> IDE	2.0.36.7
Module	<i>GAMS</i> Rev 148
Lic date	Jun 1, 2007
Build	VIS 22.5 148

Para aprender el uso de *GAMS* estudiamos [6].

Optimizador: *CPLEX*

El *solver* *CPLEX* es una herramienta computacional que combina sofisticados algoritmos y heurísticas para resolver problemas de programación lineal, de programación lineal entera mixta y de programación cuadrática. *CPLEX* es uno de los *solvers* más usados tanto a nivel de aplicaciones en la industria como en el ámbito académico. Para mayor información se puede ver [7]

En nuestro trabajo ocupamos *CPLEX* para todos los experimentos computacionales realizados. La versión de *GAMS* que usamos nos provee con *CPLEX* versión 10.2.0.

Capítulo 2

Descripción del Problema

En este capítulo explicaremos en detalle el problema a resolver. Primero describiremos cada una de las etapas en las que se divide la toma de decisiones en agua-mar, posteriormente haremos un modelamiento abstracto del problema, explicitando los supuestos y consideraciones contempladas, de manera de contar con todos los elementos para formular un modelo de programación lineal entera mixto que se ajuste a la realidad.

2.1. Descripción de la planificación agua-mar actual

En esta sección, que está basada en [10], describiremos el proceso de planificación comenzando con una breve descripción de los modelos de apoyo a la planificación, para luego enumerar los aspectos más importantes de cada una de las tres etapas en las que podemos dividir la planificación de la producción en agua-mar.

2.1.1. Modelos de apoyo a la planificación

Para poder hacer una buena planificación se necesitan modelos que permitan estimar la biomasa a extraer para todos los períodos del horizonte de planificación. Se cuenta con un modelo de crecimiento y un modelo de mortalidad, que nos permiten proyectar a futuro el peso y número de salmones en cada centro y jaula, respectivamente. El ajuste de los parámetros de estos modelos debe ser lo más adecuado posible. Para ello se realizan muestreos una vez al mes para controlar los parámetros correspondientes y, en caso de ser necesario, modificarlos.

Modelo Crecimiento

Se tiene un modelo de crecimiento que dice cuánto puede crecer un pez de un cierto peso, a una cierta temperatura y bajo cierta cantidad de luz solar (que a su vez depende de día del año).

Uno de los parámetros importantes del modelo es el *SGR* (*Specific Growth Rate*), que se puede calcular según la siguiente relación:

$$\frac{1}{SGR(P, \tau, D)} = \sum_{\substack{i,j,k \in \{0,1,2,3\} \\ i+j+k=3}} c_{ijk} P^i \tau^k D^k$$

donde P es peso, τ es temperatura, D el día del año y $c_{ijk} \in \mathbb{R}$ son constantes propias del modelo.

Además, existen factores de ajuste de crecimiento, que permiten experimentar con versiones más conservadoras de los datos. Denotamos $AJP_j \in [0, 1]$ al ajuste de la jaula j y $AJP_c \in [0, 1]$ al ajuste del centro c .

El *SGR* y los parámetros de ajuste se usan para calcular el peso promedio que la jaula j del centro c tendrá en algún período a futuro. Más precisamente, si la jaula no será cosechada en el mes t y posee en D_t , el primer día de t , un peso promedio en jaula de $PJAU_t$ y una temperatura de τ_t , entonces su peso promedio en jaula $PJAU_{t+1}$ en D_{t+1} , el primer día del mes $t + 1$, se calcula como:

$$PJAU_{t+1} = PJAU_t \left[1 + AJP_j \cdot AJP_c \cdot \frac{SGR(P_t, \tau_t, D_t)}{100} \right]^{|t|}$$

donde $|t|$ es el número de días del mes t .

Por otro lado, si la jaula será cosechada en el día d del mes t , su peso promedio de cosecha en $t + 1$, $PCOS_{t+1}$, se puede calcular usando la siguiente fórmula:

$$PCOS_{t+1} = FC \cdot PJAU_t \left[1 + AJP_c \frac{SGR(P_t, \tau_t, D_t)}{100} \right]^d$$

donde FC es el factor de peso de cosecha, es decir, el porcentaje de peso del salmón que efectivamente será procesado en la planta de producción, una vez descontadas las pérdidas debidas al preprocesamiento del pescado. Típicamente $FC = 0,93$.

Los valores proyectados por el modelo se actualizan mensualmente según el crecimiento real que posea cada jaula o centro en el mes respectivo.

Estimación mortalidad

Se tienen los porcentajes de mortalidad esperada para cada mes del año, es decir, se conoce el porcentaje de la población de salmones que no sobrevive durante ese mes.

Similar a lo que ocurre con el modelo de crecimiento, existen factores de ajuste de mortalidad, que permiten experimentar con versiones más conservadoras de los datos. Denotamos $AJN_j \in [-1, 1]$ al ajuste de la jaula j y $AJN_c \in [-1, 1]$ al ajuste del centro c .

Para una jaula j del centro c , si M_t y N_t son el porcentaje de mortalidad y el número de salmones en el mes t , respectivamente, entonces se tiene la siguiente fórmula que permite calcular el número de salmones en el mes $t + 1$:

$$N_{t+1} = N_t[1 - M_t \cdot (1 + AJN_j) \cdot (1 + AJN_c)]$$

En la práctica estos parámetros se van comparando mensualmente a la mortalidad real, de manera de poder tomar acciones en cada centro o jaula, que permitan realizar ajustes a los parámetros, según corresponda.

2.1.2. Etapa 1: existencias en agua-mar

En esta primera etapa se toman decisiones sobre las jaulas de centros que al inicio del horizonte de planificación poseen salmones que están en agua-mar. Se conocen los pesos promedio y número de peces en cada jaula en el instante inicial, se cuenta con los modelos de crecimiento y mortalidad para estimar crecimientos y número de peces, respectivamente, y se conoce también la cantidad de biomasa demandada en cada mes del horizonte de planificación.

La decisión a tomar en esta etapa es simple: se debe elegir cuáles jaulas cosechar en cada mes, es decir, se deben proyectar fechas de cosecha específica para cada una de las jaulas que se encuentran con salmones en agua-mar, sujeto a restricciones de peso mínimo y máximo, restricciones de carácter sanitario y al cumplimiento del plan de producción.

Procedimiento actual

Actualmente este proceso se realiza con el apoyo de una planilla *Excel* para poder ordenar los datos, modificar el porcentaje de ajuste a los modelos de crecimiento y considerar algunos escenarios de demanda y cosecha, para así poder tomar decisiones informadas. Este trabajo se hace “a mano”, no se cuenta con aplicaciones computacionales que permitan automatizar la toma de decisiones, por lo que el proceso es engorroso y toma bastante tiempo.

Además, es usual que se realicen al mes varias modificaciones a la planificación. Los motivos de estos cambios se relacionan directamente con el comportamiento en el tiempo de los parámetros biológicos que influyen en la planificación, por ejemplo, madurez sexual de los peces, mortalidad, crecimiento, enfermedades, etc. Estos parámetros, dado su carácter biológico, presentan bastante aleatoriedad. Si las modificaciones son pequeñas el análisis y toma de decisiones en el nuevo escenario puede durar una o dos tardes. Cuando se analizan completamente uno o dos escenarios el tiempo de análisis y toma de decisiones es de aproximadamente una semana.

Algunas características y restricciones

Los factores que hay que tener en cuenta al momento de planificar están relacionados con la logística del negocio, relaciones entre centros y jaulas, cotas en los pesos promedio de cosecha, los rangos de tiempo recomendados de permanencia en el agua de los peces, entre otros que detallaremos a continuación.

Una de las restricciones a tener en cuenta es el que se debe cosechar una jaula de una sola vez pues existen problemas logísticos para mantener y alimentar jaulas con pocos peces. Existe la posibilidad de cosechar jaulas parcialmente, pero sólo en casos puntuales, para atacar problemas específicos como enfermedades, bajas de oxígeno, entre otras. Una jaula demora, aproximadamente, entre 3 y 15 días en cosecharse por completo. En principio no existe un máximo para el número de jaulas cosechadas diariamente, pues esto depende del número de barcos destinados a la recolección que posee y/o arrienda la empresa.

Adicionalmente, por razones de carácter sanitario, en cada centro se deben sembrar todas sus jaulas durante el mismo mes. Por otra parte, por los altos costos que significa mantener un centro funcionando, no deberían existir centros activos con sólo una pequeña cantidad de jaulas con salmones durante un período largo, así que se impone que las jaulas de un centro deben ser cosechadas en fechas cercanas, lo que se llamará período de cosecha, que idealmente debe durar entre 3 y 5 meses.

Con respecto a los pesos promedio de cosecha se sabe que el peso promedio objetivo está definido en 4500 [gr]. Este peso es el que mejora el retorno de la materia prima desde el punto de vista comercial. Por esta razón se imponen restricciones sobre el peso promedio de cosecha, por ejemplo cotas inferiores o superiores, con el fin de realizar análisis de diferentes posibles escenarios. Un valor razonable de peso mínimo es 3200 [gr] y un valor razonable de peso máximo es 5300 [gr]. Estas cotas inferiores y superiores son factibles de ser modificadas, por ejemplo, para analizar diferentes escenarios de crecimiento.

Relativos al tiempo de permanencia en agua-mar de los salmones, se sabe que desde el punto de vista biológico y productivo llega un momento en que empieza a ser muy caro

mantener un pez en el agua ya que sus tasas de crecimiento y conversión de alimento disminuyen con el tiempo. Además, a medida que transcurre el tiempo los peces maduran sexualmente, lo que perjudica radicalmente la calidad de la carne y el riesgo de mortalidad se crece. Los motivos recién expuestos justifican el que se establezca un rango fijo de permanencia de los salmones en el agua. Los salmones podrán permanecer en los centros de engorda una cantidad de 13 meses como mínimo y 22 meses como máximo.

Finalmente, por razones comerciales, de factibilidad de producción en planta y de buenas prácticas se necesita que las cantidades cosechadas mes a mes sean similares, es decir, la cantidad total de biomasa cosechada no debe variar mucho de un mes a otro.

2.1.3. Etapa 2: siembras futuras

En esta etapa se debe planificar, para cada uno de los meses del horizonte de planificación, cuándo y cuántos salmones se deben sembrar en el mar, con el fin de cumplir con el plan de producción. Estos requerimientos se transmiten al área de agua-dulce que administra las etapas anteriores de la cadena del salmón.

Algunas características y restricciones

Esta planificación no se puede hacer individualmente, jaula por jaula, pues no se conocerán las características de los salmones en cada jaula hasta el momento de la siembra. Esto se explica pues en el momento en que los salmones llegan desde agua-dulce al centro, el jefe de centro distribuye los salmones en las jaulas, dependiendo de sus características: tamaño, peso promedio y de las cepas asociadas a la siembra. Por ejemplo, podría ser que una misma siembra esté conformada por salmones de las cepas *sundalsora* y *mowi*, por lo que en ese caso las diferentes cepas deben ir a jaulas distintas, no se pueden mezclar. El tamaño de los salmones al momento de la siembra tampoco se puede controlar con certeza pues al momento de sembrar se separan los salmones en las jaulas según el peso. De esta manera los peces del mismo tamaño quedan juntos, pudiendo así clasificar las jaulas del centro por peso promedio de siembra. Luego, al no poder anticipar determinísticamente el estado de cada jaula en el futuro, es imposible hacer una planificación en detalle.

Por las razones anteriores la planificación se hace en cantidades equivalentes a un módulo, es decir, un conjunto de 14 jaulas. Esta simplificación se traduce en que la planificación de siembras futuras corresponde a decidir, para cada mes, la cantidad de módulos a sembrar.

Para efectos de lograr una buena planificación, para cada módulo sembrado se proyectan las posibles fechas de cosechas, que dependen de la fecha de siembra. De esta manera se

puede cuantificar y/o estimar, usando los modelos de crecimiento y mortalidad, la cantidad de biomasa que podrá ser cosechada en el módulo a futuro.

En resumen, en esta etapa, que se conoce como planificación de siembras futuras, se debe decidir, para cada mes, cuántos módulos se deben sembrar en el mar, definiendo para cada uno de ellos sus posibles fechas de cosecha.

Tipos de siembras

Los desoves de salmón se producen naturalmente entre los meses de mayo y agosto, pero se pueden hacer algunos manejos para que empiece el desove en el mes de marzo, incluso a veces en febrero. En particular, las últimas ovas del desove se cultivan a temperaturas muy bajas, de manera de alargar el período de ovas. De esta manera se pueden tener ovas durante casi todo el año.

Se pueden clasificar las siembras según el origen de las ovas:

Ovas normales: se obtienen del desove que ocurre naturalmente entre los meses de mayo y agosto.

Ovas adelantadas: se obtienen a través de someter a los reproductores a un régimen de luz especial (fotoperíodo). De esta manera se les “adelanta” el invierno, lo que hace que se gatille el desove. Estas ovas se obtienen entre los meses de marzo y abril.

Ovas importadas: se obtienen entre los meses de noviembre y enero y corresponden a ovas del desove normal en el hemisferio norte.

Ovas frías: son ovas del desove normal que se cultivan a bajas temperaturas ($2^{\circ}C$). Esto hace que el desarrollo sea más lento, de manera de postergar la obtención de ovas desde septiembre a diciembre.

Siembras fijas

Por las características del ciclo biológico del salmón, para los primeros meses del horizonte de planificación hay siembras que ya están definidas, que son prácticamente imposibles de modificar, ya sea por compromisos con agua-dulce, compras de ovas a empresas externas o por la misma naturaleza biológica de los salmones. Sin embargo, los requisitos no son completamente rígidos para todo este primer período. Los meses en este período se pueden clasificar en tres grupos, dependiendo de las restricciones impuestas. Para el primero de ellos, que corresponden a los primeros meses, las siembras fijas no se pueden modificar. En cambio para los meses que siguen, que conforman el segundo grupo, las siembras se pueden retrasar en a lo más un mes. Para los últimos meses de este período,

que conforman el tercer grupo, las siembras fijas se pueden modificar, ya sea adelantado o retrasando la siembra, en a lo más un mes. Así, para estos primeros meses del horizonte de planificación se tiene una determinada cantidad de siembras (módulos) que se deben sembrar en las fechas establecidas.

2.1.4. Etapa 3: uso de concesiones, generación de la carta Gantt

Una vez proyectadas las siembras futuras se debe decidir en qué centros sembrar los salmones. La empresa cuenta con 46 centros de engorda en agua-mar, que están conformados por un total de 994 jaulas.

Sobre los centros

Como vimos en la subsección anterior, la unidad básica de siembras en cada centro son los módulos. De acuerdo a esto, los centros que posee la empresa se pueden clasificar en:

Centros simples: compuestos por sólo un módulo. La cantidad de salmones en un centro de este tamaño varía entre 860000 y 1000000.

Centros dobles: compuestos por 2 módulos. La cantidad de salmones en un centro de este tamaño varía entre 1500000 y 2000000.

Es importante observar que los centros se ubican en diferentes lugares de la costa de las zonas sur y austral de Chile, por esto las condiciones de temperatura y de luz no son las mismas para todos los centros. Como el crecimiento y nivel de supervivencia de los salmones depende de la luz solar y de la temperatura, se concluye que los modelos de crecimiento y mortalidad deben ser dependientes de la zona geográfica donde se encuentre el centro. La modificación apropiada de los parámetros de ajuste de centros y jaulas definidos en la subsección 2.1.1 cumplen con este rol diferenciador.

Algunas características y restricciones

Por otro lado para esta etapa existen varios requerimientos, que describiremos a continuación.

Se debe sembrar en centros disponibles, es decir, que estén activos y que posean algún módulo libre.

Además, se debe respetar el período de descanso de cada uno de los centros entre un ciclo de siembra-cosecha y el siguiente. En este período, que dependiendo del centro puede

tener una duración de 1,2 ó 6 meses¹, no se pueden sembrar salmones. El objetivo de esta restricción es mantener de mejor forma los fondos marinos.

Por otro lado, de sembrarse los dos módulos de un centro doble se deben sembrar en meses consecutivos. Idealmente la siembra de un centro completo no debería demorarse más de dos meses. Finalmente, si es necesario sembrar más biomasa que la capacidad dada por los centros activos disponibles, entonces se considera activar nuevos centros, lo que tiene un costo altísimo (1,5 - 2 millones de dólares).

Carta Gantt

Las decisiones anteriores generan el estado² de todos los centros para cada uno de los meses del horizonte de planificación. En otras palabras, se genera una carta Gantt para todo el horizonte de planificación, con la información asociada a los estados de todos los centros. Algo que ocurre con frecuencia es que esta carta Gantt puede ser modificada, ya sea por cambios en la planificación, problemas sanitarios u otros.

En resumen, las decisiones a tomar en esta etapa corresponden a asignarle los centros donde se sembrarán cada una de las siembras proyectadas en la Etapa 2.

2.2. Modelación abstracta

Es esta sección explicaremos la modelación matemática del problema expuesto en la sección anterior. En particular, describiremos los supuestos realizados, los parámetros que definen al modelo abstracto y haremos algunos comentarios con respecto a los valores que toman algunos de los parámetros más importantes en la instancia de prueba.

2.2.1. Supuestos

Horizonte de planificación

La empresa realiza la planificación en agua-mar a un horizonte de cinco años. Las decisiones y proyecciones de demanda se hacen mes a mes. Acorde con esto, para nuestro modelo consideraremos que los períodos del horizonte de planificación son meses.

Siembra y cosecha en centros

Supondremos que todas las jaulas pertenecientes al mismo centro se deben sembrar el mismo mes, es decir, el período de siembra tiene duración de un mes. Esto no es realista,

¹No se le ha dado un valor definitivo a este parámetro.

²Estos estados pueden ser: Centro vacío, Centro en período de descanso o Centro sembrado.

pues en la práctica el período de siembra puede durar hasta 3 meses. Sin embargo, esta hipótesis no parece ser tan restrictiva, siempre que se tenga en cuenta que los salmones sembrados en meses consecutivos en el mismo centro, sin importar el mes de siembra, deben ser de tamaños similares.

Por otro lado, las jaulas pertenecientes al mismo centro deben ser cosechadas en fechas cercanas. Más precisamente imponemos que el período de cosecha de cada centro tenga una duración exacta de 3 meses. Esto quiere decir que todas las jaulas de un centro deben ser cosechadas en alguno de los 3 meses del ciclo de cosecha.

Rangos válidos de cosecha

Se impone una cota inferior y una cota superior para el peso promedio de cosecha de una jaula. El peso mínimo de cosecha permitido será de $P_{min} = 3200$ [gr] y el peso máximo de cosecha será de $P_{max} = 5200$ [gr]. En la práctica estos valores pueden ser modificados ya sea porque no representan a la población de salmones o porque se quieren probar distintos escenarios de rango de peso³.

Para cumplir con las restricciones de tiempo de permanencia en el agua, se supone que si un centro es sembrado en t y su período de cosecha comienza en s , entonces se debe cumplir que $s \in [t + m, t + M]$. Con esto, si una jaula de un centro se siembra en t , entonces se debe cosechar en un mes s tal que $s \in [t + m, t + M + 2]$.

Datos para proyección pesos y mortalidad

Para las jaulas de centros sembrados con salmones al inicio del horizonte de planificación se poseen los datos exactos sobre su estado. Es decir, se conoce exactamente el peso promedio y el número de salmones que hay en cada una de estas jaulas.

Por otro lado, como al planificar las siembras futuras no conocemos el estado inicial de cada jaula al momento de la siembra, tenemos que hacer un supuesto sobre los pesos y cantidad de salmones iniciales en cada jaula. Supondremos que todas las jaulas son sembradas con una cantidad N_0 de salmones, siendo esta cantidad elegida como una fracción de la capacidad máxima de la jaula. Con el fin de reflejar lo que ocurre en la práctica, supondremos una distribución de pesos promedio iniciales para los salmones en las jaulas. Esto tiene sentido puesto que al momento de la siembra los salmones son distribuidos en las jaulas según el peso y tamaño. Esta distribución será uniforme para todos los centros. Supondremos que el 25 % de las jaulas se siembran con un peso P_{inf} ,

³Con respecto a esta restricción, en todos las formulaciones que siguen sólo consideraremos las variables que permiten cumplir con esta condición sobre el peso promedio de cosecha, es decir, se restringen los índices temporales de las variables de jaulas de manera de no considerar jaulas cosechadas fuera de ese rango de peso.

que un 50 % de las jaulas se siembran con un peso P_{med} y que el 25 % restante se siembra a un peso P_{sup} .

Función objetivo

La unidad de medida de la demanda es en biomasa de salmones. Esta demanda es por la cantidad de salmón que debe llegar procesado a la planta de producción.

Supondremos que el objetivo a conseguir es lograr cosechar el máximo de biomasa durante todo el horizonte de planificación. Además, el incumplimiento de demanda será penalizado en la función objetivo.

Observar que no consideramos costos en la función objetivo. Esto se debe principalmente al hecho de que estos costos que se relacionan con el *trade off* de mantener un pez en el agua versus el costo de operación del centro, son muy difíciles de estimar. Por otro lado, hay costos asociados a comenzar a abrir un centro nuevo, que tampoco son considerados, esta última frase quiere decir que estamos suponiendo que es conveniente pagar el precio de abrir un centro con tal de poder cosechar más biomasa. Ninguno de estas suposiciones parece razonable.

2.2.2. Parámetros

Horizonte de planificación

Siendo consecuentes con los supuestos, consideramos un horizonte de planificación de T meses. Denotaremos \mathcal{T} al conjunto de los períodos de interés, es decir, $\mathcal{T} = \{1, 2, 3, \dots, T\}$.

Siembras fijas

De acuerdo a lo discutido en 2.1.3 definimos $SFR \subseteq \mathcal{T}$ el conjunto de los meses en que las siembras futuras no son modificables con respecto a su fecha estipulada originalmente, $SFS \subseteq \mathcal{T}$ el conjunto de los meses en que las siembras futuras tienen la posibilidad de retrasarse un mes con respecto a su fecha planificada y $SFY \subseteq \mathcal{T}$ el conjunto de los meses en que las siembras futuras se pueden adelantar o retrasar en un mes. En los meses del conjunto $\mathcal{T} \setminus (SFR \cup SFS \cup SFY)$ no hay que cumplir ninguna restricción relativa a siembras, pues no se tienen compromisos con agua-dulce.

Para $t \in SFR$ se define el parámetro SFR_t correspondiente al número de módulos que, según la planificación, se deben sembrar durante el mes t . Análogamente, para $t \in SFS$, se define el parámetro SFS_t como la cantidad de módulos que deben ser sembrados en el mes t . Finalmente, para $t \in SFY$ el parámetro SFY_t indica el número de módulos que ya están planificados para sembrarse durante el mes t .

Centros y jaulas

Denotaremos \mathcal{C} el conjunto de los centros de engorda de salmones que posee la empresa. Particionaremos $\mathcal{C} = \mathcal{C}_f \cup \mathcal{C}_e$, donde $\mathcal{C}_f \subseteq \mathcal{C}$ será el conjunto de los centros que poseen salmones al comienzo del horizonte de planificación y $\mathcal{C}_e \subseteq \mathcal{C}$ el conjunto de centros que están desocupados al inicio.

Cada centro $c \in \mathcal{C}$ posee un período de descanso, en meses, de d_c . Esto quiere decir que si el centro $c \in \mathcal{C}$ se termina de cosechar en $t \in \mathcal{T}$, entonces su próximo ciclo de siembra-cosecha no puede comenzar antes del mes $t + d_c$.

Por otro lado, a $c \in \mathcal{C}$ se le asocia el conjunto J_c de las jaulas que pertenecen al centro. Si el centro c está en \mathcal{C}_f , el conjunto $J_c^f \subseteq J_c$ denotará al conjunto de jaulas de c que poseen salmones al inicio de la planificación. Además, particionamos $J_c = J_c^{inf} \cup J_c^{med} \cup J_c^{sup}$ donde el conjunto J_c^{inf} será el conjunto de jaulas que son sembradas a peso inicial P_{inf} , J_c^{med} las jaulas que se siembran con peso promedio de P_{med} y el conjunto J_c^{sup} denotará al conjunto de las jaulas de c que al inicio de cada siembra son sembradas con peso inicial P_{sup} .

Adicionalmente, para $c \in \mathcal{C}$ se define el parámetro Tam_c , que indica el número de módulos en ese centro. Consideraremos $Tam_c \in \{1, 2\}$, es decir existirán sólo dos clases de centros, lo que concuerda con la realidad.

Rangos válidos cosecha

Consideremos $m, M \in \mathbb{N}$, con $0 < m < M$, los parámetros que definen los largos máximos y mínimos de los ciclos de siembra-cosecha de un centro. Además, denotamos el intervalo de enteros positivos entre s y t como $I(s, t)$, i.e. $I(s, t) = [s, t] \cap \mathbb{N}$. Se define el conjunto de pares (s, t) factibles para los centros $\mathcal{F} = \mathcal{F}(m, M, T)$ como

$$\mathcal{F}_C = \left\{ (t, s) \in \mathbb{N}^2 : \begin{array}{l} s \in I(t + m, t + M) \\ t, s \in I(1, T) \end{array} \right\}$$

De manera similar, consideramos el conjunto de tripletas factibles para las jaulas

$$\mathcal{F}_J = \left\{ (t, s, t') \in \mathbb{N}^3 : \begin{array}{l} (t, t') \in \mathcal{F}_C \\ s \in I(t', t' + 2) \end{array} \right\}$$

La interpretación de este conjunto es que si un centro siembra en t y su ciclo de cosecha comienza en t' entonces todas sus jaulas deben cosechar en $\{t', t' + 1, t' + 2\}$.

Parámetros relativos a la biomasa

Denotaremos P_t la cantidad de biomasa que se requiere para el mes $t \in \mathcal{T}$, en otras palabras, P_t representan las proyecciones de demanda para el mes t .

Definimos Cap_t la capacidad máxima de procesamiento de la planta en $t \in \mathcal{T}$, medido en cantidad de biomasa.

El parámetro $\eta \in [0, 1]$ es el porcentaje máximo de la cosecha de un mes en particular que puede ser guardada para ser llevado a planta el mes siguiente.

Además, definimos $\delta \in [0, 1]$ como la fracción mínima de demanda que se debe satisfacer cada mes, ε_{sup} el porcentaje máximo de crecimiento permitido para lo entregado a la planta de producción en un mes, relativo al mes anterior y ε_{inf} el porcentaje máximo de decrecimiento permitido para lo entregado a la planta de producción en un mes, relativo al mes anterior.

Para todo centro $c \in \mathcal{C}_f$ y para toda jaula $i \in J_c^f$ el parámetro β_{cit} indica la cantidad de biomasa de la jaula i que efectivamente será procesada en planta el mes t cuando la jaula se cosecha ese mismo mes. De la misma manera, para todo centro $c \in \mathcal{C}$, y para toda jaula $i \in J_c$, el parámetro β_{cits} representa la cantidad de biomasa de la jaula i que será procesada en la planta el mes t cuando la jaula fue sembrada en s y cosechada en t .

Finalmente, α_p es un coeficiente de penalización por no cumplimiento de demanda que es usado en la función objetivo.

Capítulo 3

Formulación principal

Este capítulo trata sobre la formulación de programación lineal entera que planteamos como metodología de solución al problema de planificación de la producción en aguamar. En primer lugar describimos en detalle cada una de las variables, restricciones y función objetivo que definen a la formulación, luego estudiamos algunas propiedades de la formulación y finalmente proponemos un método que permite disminuir los tiempos de corrida.

3.1. Descripción de la formulación principal

3.1.1. Notación índices

Consideramos la siguiente notación para los índices de acuerdo a los conjuntos que se detallan a continuación:

- * $c \in \mathcal{C}$: representan a los centros.
- * $i \in J_c$, con $c \in \mathcal{C}$: las jaulas de cada centro.
- * $t, s, t', s' \in T$: los meses del horizonte de planificación.

3.1.2. Variables

Siguiendo la notación introducida en la parte anterior, se definen las variables que nos permiten formular un modelo de programación lineal entera mixta para resolver el problema. Primero describiremos las variables binarias:

$$\begin{aligned}
 X_{ct} &= \begin{cases} 1 & \text{si centro } c \in \mathcal{C}_f \text{ se comienza a cosechar en mes } t \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 x_{cit} &= \begin{cases} 1 & \text{si jaula } i \in J_c^f \text{ es cosechada en el mes } t \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 W_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si en el centro } c \text{ se siembran todas sus jaulas en mes } t \text{ y comienza el} \\ & \text{período de cosecha en mes } s \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 w_{cits't'} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \in J_c \text{ es sembrada en mes } t \text{ y cosechada en mes } s \text{ cuando el} \\ & \text{centro } c \text{ comienza a cosechar en mes } t' \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 S_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si en el centro } c \in \mathcal{C} \text{ se siembra en mes } s \in \{t, t+1\} \text{ para cumplir una} \\ & \text{siembra prefijada para el mes } t \in SFS \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 A_{cts} &= \begin{cases} 1 & c \text{ se siembra en } s \in \{t-1, t, t+1\} \text{ para cumplir una siembra prefijada} \\ & \text{para el mes } t \in SFY \\ 0 & \sim \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ahora describiremos las variables reales positivas:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \text{cantidad de biomasa entregada en el mes } t \\
 h_t &= \text{cantidad de biomasa guardada en el mes } t \text{ para ser entregada a la planta} \\
 &\quad \text{en el mes } t+1 \\
 HG_t &= \text{variable de holgura que mide la diferencia entre la cantidad de biomasa} \\
 &\quad \text{demandada y biomasa efectivamente entregada a planta en mes } t
 \end{aligned}$$

3.1.3. Restricciones

Todo centro no vacío al inicio del horizonte de planificación debe comenzar su período de cosecha en algún mes que no sobrepase el período máximo de permanencia de salmones en agua-mar

$$\forall c \in \mathcal{C}_f \quad \sum_{t \leq M} X_{ct} = 1 \tag{3.1}$$

Cada jaula que tenga salmones al inicio debe ser cosechada completamente en algún mes que no sobrepase el período máximo de permanencia

$$\forall c \in \mathcal{C}_f \forall i \in J_c^f \quad \sum_{t \leq M+2} x_{cit} = 1 \quad (3.2)$$

La elección de fecha de cosechas para las jaulas deben estar relacionadas con las fechas de los ciclos de cosecha de los centros

$$\forall c \in \mathcal{C}_f, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq M, \forall i \in J_c^f \quad X_{ct} \leq x_{cit} + x_{cit+1} + x_{cit+2} \quad (3.3)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_f, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq M+2, \forall i \in J_c^f \quad x_{cit} \leq X_{ct-2} + X_{ct-1} + X_{ct} \quad (3.4)$$

Sólo se permite un máximo de 3 ciclos de siembra-cosecha para cada centro en el horizonte de planificación

$$\forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{(t,s) \in \mathcal{F}} W_{cts} \leq 3 \quad (3.5)$$

las jaulas de cada centro también deben ajustarse a esta última condición

$$\forall c \in \mathcal{C} \forall i \in J_c \quad \sum_{(t,s,s') \in \mathcal{F}_J} w_{citss'} \leq \sum_{(t,s) \in \mathcal{F}_C} W_{cts} \quad (3.6)$$

Un centro $c \in \mathcal{C}_f$ no puede comenzar un nuevo ciclo de siembra-cosecha antes de haber terminado su período de cosecha, además se deben respetar los períodos de descanso

$$\forall c \in \mathcal{C}_f, \forall t, t' \in \mathcal{T} : t' \leq t + 2 + d_c \quad X_{ct} + \sum_{(t',s) \in \mathcal{F}_C} W_{ct's} \leq 1 \quad (3.7)$$

En cada centro los ciclos de siembra-cosecha no se deben traslapar, además se debe respetar el período de descanso establecido

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} : 1 + (m+2+d_c) \leq t \leq T - (m+2+d_c) \quad \sum_{\substack{(t',s') \in \mathcal{F}_C \\ t \in I(t',s'+2+d_c)}} W_{ct's'} \leq 1 \quad (3.8)$$

Las jaulas de un centro se pueden cosechar sólo en los meses que conforman cada período de cosecha establecido para el respectivo centro

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C \quad W_{cts} = w_{citss} + w_{cits+1s} + w_{cits+2s} \quad (3.9)$$

Se puede guardar parte de la biomasa cosechada en un mes para entregarla a planta al mes siguiente. No obstante esta cantidad no puede superar cierto porcentaje η de lo cosechado.

$$\forall t \in \mathcal{T} : t < m \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}_f} \sum_{i \in J_c^f} \beta_{cit} x_{cit} \right) \quad (3.10)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M+2 \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}_f} \sum_{i \in J_c^f} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{(s,t') \in \mathcal{F}_J} \beta_{cist} w_{cistt'} \right) \quad (3.11)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t > M+2 \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{(s,t') \in \mathcal{F}_J} \beta_{cist} w_{cistt'} \right) \quad (3.12)$$

La cantidad de biomasa que es entregada a planta se calcula en función de las jaulas de cada centro que son cosechadas en cada mes

$$y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}_f} \sum_{i \in J_c^f} \beta_{ci1} x_{ci1} - h_1 \quad (3.13)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : 1 < t < m \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}_f} \sum_{i \in J_c^f} \beta_{cit} x_{cit} + h_{t-1} - h_t \quad (3.14)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M+2 \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}_f} \sum_{i \in J_c^f} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{(s,t') \in \mathcal{F}_J} \beta_{cist} w_{cistt'} + h_{t-1} - h_t \quad (3.15)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t > M+2 \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{(s,t') \in \mathcal{F}_J} \beta_{cist} w_{cistt'} + h_{t-1} - h_t \quad (3.16)$$

La variable y_t tiene algunas restricciones particulares, que describimos a continuación. Se debe respetar la capacidad de producción de la planta en cada mes

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t \leq Cap_t \quad (3.17)$$

Además, se debe cumplir con la planificación mensual

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t + HG_t \geq P_t \quad (3.18)$$

la variable de holgura HG_t permite incumplimiento de la demanda, que luego será penalizada en la función objetivo.

Sin embargo, se debe al menos cumplir con una fracción mínima de la demanda mensual, δ , con $0 \leq \delta \leq 1$.

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t \geq \delta P_t \quad (3.19)$$

Adicionalmente, la cantidad de biomasa entregada durante todo el horizonte de planificación no puede variar mucho entre meses consecutivos

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t \geq (1 - \varepsilon_{inf})y_{t-1} \quad (3.20)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t \leq (1 + \varepsilon_{sup})y_{t-1} \quad (3.21)$$

Por otro lado, para cumplir los requerimientos de agua-dulce, para los primeros meses del horizonte de planificación, necesitamos las variables S_{cts}, A_{cts} . Las variables S_{cts} están definidas a partir de las siguientes restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFS, t-1 \notin SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = S_{ctt} \quad (3.22)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = S_{ctt} + S_{ct-1t} \quad (3.23)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = S_{ctt} + S_{ct-1t} + A_{ct+1t} \quad (3.24)$$

Por otro lado, las variables A_{cts} están definidas a partir de las restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFY, t-1 \in SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + S_{ct-1t} \quad (3.25)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + A_{ct-1t} \quad (3.26)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFY, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = A_{ctt} + A_{ct-1t} \quad (3.27)$$

$$\forall t \in \mathcal{T}, t-1 \in SFY, t, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} W_{cts} = A_{ct-1t} \quad (3.28)$$

Para cada uno de los primeros meses del horizonte de planificación, se deben sembrar exactamente la cantidad de meses prefijada por la planificación de agua-dulce

$$\forall t \in SFR \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} Tam_c W_{cts} = SFR_t \quad (3.29)$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFS \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} Tam_c W_{cts} = SFS_t \quad (3.30)$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas o adelantadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFY \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} Tam_c W_{cts} = SFY_t \quad (3.31)$$

3.1.4. Función Objetivo

El objetivo del modelo es definir fechas de siembras y cosechas en cada centro, de tal manera de maximizar la biomasa cosechada en el período, penalizando los meses en que no se haya podido cumplir con la demanda. De esta manera la función objetivo es:

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{t \leq M+2} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{(s,t,t') \in \mathcal{F}_J} \beta_{cistt'} w_{cistt'} - \alpha_p \cdot \sum_t HG_t \quad (3.32)$$

3.2. Estudio de la formulación

El objetivo de esta sección es estudiar algunas características de la formulación. En particular se comparan formas alternativas de establecer algunas restricciones, se argumenta teóricamente que la formulación propuesta es una buena formulación y se proponen algunas restricciones que eliminan simetrías. Los experimentos numéricos que acompañan a este estudio se presentan en el capítulo de resultados computacionales.

3.2.1. El subproblema *Node Packing*

Node Packing problem

Dado un grafo $G = (V, E)$, el conjunto factible del *Node Packing problem* asociado a G es:

$$S = \{x \in \{0, 1\}^{|V|} : x_i + x_j \leq 1, \forall (i, j) \in E\}$$

De la teoría de desigualdades válidas, sabemos que si C es un *clique* de G , es decir, $\forall i, j \in C, \{i, j\} \in E$, entonces la desigualdad

$$\sum_{j \in C} x_j \leq 1$$

es válida para S .

Más aún si el clique C es maximal, es decir, ningún otro clique lo contiene, entonces la desigualdad define una faceta de $\text{conv}(S)$.

Por último, las facetas asociadas a los cliques maximales describen a $\text{conv}(S)$ sí y sólo sí G es un grafo perfecto.

Subproblema *Node Packing* asociado a la formulación

Consideremos un centro $c \in \mathcal{C}$ y $(t, s) \in \mathcal{F}_C$. Si c es sembrado en t y su período de cosecha asociado a esa siembra comienza en s , entonces como se debe cumplir con el período de descanso d_c se tiene que el próximo ciclo de siembra-cosecha asociado a c no puede intersectar $I(t, s + 2 + d)$. En términos de las variables esto es equivalente a:

$$\forall (t', s') \in \mathcal{F}_c : t \leq t' \leq s + 2 + d_c \quad W_{cts} + W_{ct's'} \leq 1$$

Denotamos $m' = m + 2 + d_c$, $M' = M + 2 + d_c$ y para $t \in \mathcal{T}$, $t_{dc} = t + 2 + d_c$.

Se define el conjunto de pares (t, s) que representan el inicio y duración de un ciclo completo de siembra-cosecha, incluyendo descansos, como

$$\mathcal{F}_C^{d_c} = \left\{ (t, s) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : \begin{array}{l} s \in I(t + m', t + M') \\ t, s \in I(1, T) \end{array} \right\}$$

Entonces la restricción es equivalente a decir que

$$\forall (t', s'_{dc}) \in \mathcal{F}_C^{d_c} : [t, s_{dc}] \cap [t', s'_{dc}] \neq \emptyset \quad W_{cts} + W_{ct's'} \leq 1$$

Definición 1. El grafo de ciclos de siembra-cosecha es el grafo $G = (V, E)$, donde

$$\begin{aligned} V &= \{I(t, s) : (t, s_{dc}) \in \mathcal{F}_C^{d_c}\} \\ E &= \{\{i, j\} \subseteq V : i \cap j \neq \emptyset; i \neq j\} \end{aligned}$$

Luego, para cada centro c aparece naturalmente como subproblema el, *node packing problem*, cuyo conjunto factible en este caso es:

$$S = \{W \in \{0, 1\}^{|V|} : W_i + W_j \leq 1, \forall (i, j) \in E\}$$

Mejoras a la formulación clásica del *Node Packing*

Proponemos 3 formulaciones para S . La primera de ellas, P_{NP} , es la formulación clásica del node packing

$$P_{NP} = \left\{ \{W_{cts}\}_{(t,s) \in \mathcal{F}_C} \in [0, 1]^{|\mathcal{F}_C|} : \begin{array}{l} \forall (t, s_{dc}), (t', s'_{dc}) \in \mathcal{F}_C^{d_c} \\ (t, s) \neq (t', s') \quad W_{ts} + W_{t's'} \leq 1 \\ I(t, s_{dc}) \cap I(t', s'_{dc}) \neq \emptyset \end{array} \right\}$$

La segunda formulación, P_{BNP}^1 , proviene de mejorar P_{NP} agregando a la suma todas las posibles intersecciones

¹Note que para que en el caso general P_{BNP} sea formulación se necesita $M' < 2m'$. Este será nuestro supuesto a lo largo de este capítulo.

$$P_{BNP} = \left\{ \begin{array}{l} \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C, \quad \sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ t', s'_{dc} \in I(t, s_{dc})}} W_{ct's'} \leq 1 \\ \{W_{cts}\}_{(t,s) \in \mathcal{F}_C} \in [0, 1]^{|\mathcal{F}_C|} : \\ \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C, \quad \sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ t' \in I(t, s_{dc}); s'_{dc} \geq s_{dc}}} W_{ct's'} \leq 1 \end{array} \right\}$$

y finalmente, P_{CM} es la formulación que proviene de observar que si dos intervalos se intersectan entonces deben tener algún punto en común.

$$P_{CM} = \left\{ \begin{array}{l} \{W_{cts}\}_{(t,s) \in \mathcal{F}_C} \in [0, 1]^{|\mathcal{F}_C|} : \\ \forall t \in \{1 + m', \dots, T - m'\}, \quad \sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ t \in I(t', s'_{dc})}} W_{ct's'} \leq 1 \end{array} \right\}$$

Recordemos la definición de *better formulations* que se puede encontrar en [4]: sean P_1 y P_2 dos formulaciones del mismo problema. Se dice que P_1 es mejor formulación que P_2 si $P_1 \subseteq P_2$.

Queremos ver cómo se comparan las formulaciones antes definidas. Se tiene el siguiente resultado:

Proposición 1. *Si $T > m' + 2$ y $M' < 2m'$, entonces*

$$P_{CM} = P_{BNP} \subsetneq P_{NP}$$

Demostración. Probar que $P_{BNP} \subsetneq P_{NP}$ es fácil, pues por la hipótesis $T > m' + 2$ se tiene que $|\{(s', t') \in \mathcal{F} : t' \in I(1, 1 + m); s' \geq 1 + m\}| > 3$.

Veamos ahora que $P_{CM} \subseteq P_{BNP}$. Sean $W \in P_{CM}$ y $(t, s) \in \mathcal{F}_C^{dc}$. Tenemos que

$$\{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t' \in I(t, s_{dc}); s'_{dc} \geq s_{dc}\} \subseteq \{(t', s') \in \mathcal{F}_C : s \in I(t', s'_{dc})\}$$

luego, como $W \geq 0$ y $s \geq 1 + m$ se debe cumplir que

$$\sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ t' \in I(t, s_{dc}); s'_{dc} \geq s_{dc}}} W_{t's'} \leq \sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ s \in I(t', s'_{dc})}} W_{t's'} \leq 1$$

Para ver que la otra desigualdad que define a P_{BNP} es cierta para W debemos utilizar la propiedad $0 < M' < 2m'$, pues de esta manera

$$\{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t', s' \in I(t, s_{dc})\} \subseteq \{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t + m' \in I(t', s'_{dc})\}$$

Luego,

$$\sum_{\substack{(t',s') \in \mathcal{F}_C \\ t',s' \in I(t,s_{dc})}} W_{t's'} \leq \sum_{\substack{(t',s') \in \mathcal{F}_C \\ t+m' \in I(t',s'_{dc})}} W_{t's'} \leq 1$$

Para probar la otra inclusión, es decir, $P_{BNP} \subseteq P_{CM}$, consideremos $t \in \{1+m', \dots, T-m'\}$ y observemos que si $t - M' < 1$ entonces

$$\{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t \in I(t', s'_{dc})\} = \{(t', s') \in \mathcal{F}_C^{dc} : t' \in I(1, t_{dc}), s'_{dc} \geq t_{dc}\}$$

Y que si $t - M' \geq 1$

$$\{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t \in I(t', s'_{dc})\} = \{(t', s') \in \mathcal{F}_C : t' \in I(t - M', t_{dc}), s'_{dc} \geq t_{dc}\}$$

De estas igualdades de conjuntos es trivial probar que $P_{BNP} \subseteq P_{CM}$. □

De lo anterior se podría probar que la formulación que considera para el subproblema *node packing* las restricciones de P_{CM} es mejor o igual formulación que la que considera las restricciones de P_{BNP} (o viceversa) y que a su vez estas dos formulaciones son mejores o iguales que la que considera a P_{NP} . Este hecho depende fuertemente de las restricciones adicionales que tiene el modelo.

Caracterizando la envoltura convexa del *Node Packing*

A continuación vamos a caracterizar completamente los cliques maximales de G . Comenzaremos demostrando una proposición auxiliar:

Proposición 2. *Si $C \subseteq V$, con $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ es un clique de G , entonces*

$$\bigcap_{i=1}^n c_i \neq \phi$$

Demostración. Demostremos la propiedad por inducción en el número de elementos de C que estamos intersectando.

El caso base, $k = 2$, es trivial, pues por definición de C , $c_1 \cap c_2 \neq \phi$.

Ahora supongamos que $\bigcap_{i=1}^k c_i \neq \phi$ y probemos que $\bigcap_{i=1}^{k+1} c_i \neq \phi$

Supongamos que $c_i = I(t_i, s_i)$ y consideremos $t = \max\{t_i : i = 1, \dots, k\}$ y $s = \min\{s_i : i = 1, \dots, k\}$. Claramente se cumple que

$$\bigcap_{i=1}^k c_i = I(t, s)$$

Por otro lado, como $\forall i = 1, \dots, k, c_{k+1} \cap c_i \neq \phi$ necesariamente $t_{k+1} \leq s$ y $t \leq s_{k+1}$.
Luego,

$$\bigcap_{i=1}^{k+1} c_i = I(t, s) \cap I(t_{k+1}, s_{k+1}) \neq \phi$$

Lo que concluye la demostración. □

Ahora definiremos los subconjuntos de V que serán nuestros candidatos a clique maximal.

Definición 2. Dado $t \in \mathcal{T}$ definimos el clique asociado a t como

$$C(t) = \{i \in V : t \in i\}$$

Proposición 3. $\forall t \in \mathcal{T}, C(t)$ es un clique de G .

Demostración. Es trivial, pues $\forall c \in C(t), t \in c$. □

En las siguientes dos proposiciones probamos que para ciertos valores de t , $C(t)$ es un clique maximal de G .

Proposición 4. $\forall t \in \{1 + m', \dots, T - m'\}, C(t)$ es un clique maximal.

Demostración. Veamos la maximalidad de $C(t)$, supongamos que existe C un clique de G tal que $C(t) \subsetneq C$.

Podemos elegir $I(t_C, s_C) \in C$ tal que $t \notin I(t_C, s_C)$.

En el caso que $t < t_C$, podemos decir que $I(t - m, t) \in C(t)$ y por lo tanto $I(t - m, t) \in C$. Pero esto nos lleva a una contradicción, pues $I(t_C, s_C) \cap I(t - m, t) = \phi$, lo que contradice la definición de clique para C .

Análogamente, en el único otro caso, $s_C < t$, podemos decir que $I(t, t + m) \in C$ pero como $I(t_C, s_C) \cap I(t, t + m) = \phi$ llegamos a una contradicción, pues C es clique.

En conclusión, para cualquier $t \in \{1 + m', \dots, T - m'\}, C(t)$ es un clique maximal. □

Proposición 5. Si $C(t)$ es un clique maximal, entonces $t \in \{1 + m', \dots, T - m'\}$

Demostración. Haremos la demostración usando la propiedad contrarrecíproca.

Supongamos $t < 1 + m'$. En ese caso se cumple

$$C(t) = \{I(t, s) : t + m' \leq s \leq t + M'\}$$

que es subconjunto estricto de $C(t + m)$, luego $C(t)$ no es clique maximal.

Por otro lado, si $t > T - m$, entonces

$$C(t) = \{I(t, s) : t - M' \leq s \leq t - m'\}$$

que es subconjunto propio de $C(t - m)$.

En conclusión, si $C(t)$ es maximal, necesariamente $t \in \{1 + m', \dots, T - m'\}$.

□

En la siguiente proposición vemos que si $C \subseteq V$ es un clique maximal, necesariamente debe ser un clique asociado a algún $t \in \mathcal{T}$.

Proposición 6. *Si C es un clique maximal de G , entonces $\exists! t^* \in \{1 + m', \dots, T - m'\}$ tal que $C = C(t^*)$.*

Demostración. Por la proposición 2, $\bigcap_{i \in C} i \neq \emptyset$, entonces podemos elegir sin problemas algún t^* tal que $t^* \in \bigcap_{i \in C} i$. Así, podemos ver que se cumple $C \subseteq C(t^*)$. Pero, como C es clique maximal, se concluye $C = C(t^*)$. Además, por la proposición 5, necesariamente $t^* \in \{1 + m', \dots, T - m'\}$.

La unicidad de t^* es consecuencia de que $I(t^* - m', t^*), I(t^*, t^* + m') \in C$, pues esto implica que $\bigcap_{i \in C} i \subseteq \{t^*\}$.

□

De las propiedades anteriores, podemos decir que las restricciones que definen a P_{CM} son exactamente las restricciones de clique maximal asociadas a resolver el problema *node packing* en el grafo G . Esto significa que P_{CM} es una buena formulación para S , más aún, se tiene que

Proposición 7. *P_{CM} es la mejor formulación posible para el conjunto S , i.e.*

$$P_{CM} = \text{conv}(S)$$

Demostración. El grafo G es isomorfo a un *interval graph*, luego G es un grafo perfecto. Para mayor información acerca de los *interval graphs* se puede ver [5].

Por lo tanto, $\text{conv}(S)$ está descrito por las desigualdades válidas asociadas a los clique maximales de G .

□

Algunas observaciones

Esta idea, nos dice que, al menos intuitivamente, considerar las restricciones de P_{CM} en la formulación original es una buena idea desde el punto de vista teórico. Este resultado teórico se ve reflejado en la práctica, lo que se puede ver en la sección de resultados computacionales.

Más aún tiene la ventaja de que hay sólo $T - 2m'$ restricciones asociadas a cliques maximales en cambio la formulación original del *node packing* posee $|E|$ restricciones.

3.2.2. Restricción ciclos disjuntos

En esta sección comparamos dos formas de expresar una misma condición. Considere las restricciones

$$\forall c \in C^f, \forall t, t' \in \mathcal{T} : t' \leq t + 2 + d_c \quad X_{ct} + \sum_{(t',s) \in \mathcal{F}_C} W_{ct's} \leq 1$$

$$\forall c \in C^f, \forall i \in J_c^f, \forall t, t' \in \mathcal{T} : t' \leq t + 2 + d_c \quad x_{cit} + \sum_{(t',s,s') \in \mathcal{F}_J} w_{cit'ss'} \leq 1$$

Claramente se puede considerar cualquiera de las restricciones anteriores en la formulación principal.

La primera restricción está indexada por centros mientras que la segunda está indexada por jaulas, lo que implica un mayor número de restricciones. En el capítulo de de resultados computacionales se muestran los experimentos numéricos realizados.

3.2.3. Eliminación de simetrías

Restricción en períodos de cosecha

Para eliminar soluciones distintas que tengan el mismo valor de la objetivo agregamos la restricción

$$\forall (t, s) \in \mathcal{F}_C, \forall c \in \mathcal{C} \quad W_{cts} \leq \sum_{i \in J_c} w_{citss}$$

En el capítulo de resultados computacionales se puede ver que esta modificación mejora ligeramente el valor óptimo obtenido en la relajación lineal, pero los tiempos de ejecución se mantienen similares, no hay un gran cambio.

3.2.4. Restricciones que ligan centros y jaulas

En un principio modelábamos estas restricciones usando 3 tipos de variables. Primero el tipo asociado a las jaulas, las variables w_{cits} , que indicaban si la jaula $i \in c$ era sembrada en el mes t y cosechada exactamente en el mes s . Además, estaban las variables, ms_{ct}, mc_{cs} , indicando si el centro c sembraba en t e iniciaba el período de cosecha en s , respectivamente. Usando estas variables las restricciones que relacionan a los centros con sus jaulas puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad |J_c| \cdot ms_{ct} &\leq \sum_{i \in J_c} \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} \sum_{k \in \{s, s+1, s+2\}} w_{cits} \\ \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad |J_c| \cdot mc_{ct} &\leq \sum_{i \in J_c} \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (s,t) \in \mathcal{F}_C}} \sum_{k \in \{t, t+1, t+2\}} w_{cisk} \end{aligned}$$

O bien, escribirlas como

$$\begin{aligned} \forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad ms_{cs} &\leq \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (t,s) \in \mathcal{F}_C}} \sum_{k \in \{s, s+1, s+2\}} w_{cits} \\ \forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad mc_{ct} &\leq \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ (s,t) \in \mathcal{F}_C}} \sum_{k \in \{t, t+1, t+2\}} w_{cisk} \end{aligned}$$

que definen una mejor formulación, pero que no lograron mejorar los tiempos de corrida.

El problema es que estas restricciones son complicadas, en el sentido de que si se comparan los tiempos de resolución del modelo con estas restricciones y los tiempos de resolución sin ellas, se observa que el agregar las restricciones los tiempos de corrida aumentaban notablemente.

Es por esta idea que reemplazamos las variables ms_{ct}, mc_{cs} por las variables W_{cts} , que indica si el centro c es sembrado en t y su período de cosecha comienza en s . De esta manera podemos escribir las restricciones

$$\begin{aligned} \forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C \quad W_{cts} &\leq w_{its} + w_{its+1} + w_{its+2} \\ \forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C \forall k \in \{s, s+1, s+2\} \quad w_{itk} &\leq W_{cts-2} + W_{cts-1} + W_{cts} \end{aligned}$$

Esto mejoró los tiempos de corrida de esta formulación. Sin embargo, de acuerdo a [11] decidimos reemplazar las variables w_{cits} por las variables $w_{cist'}$, para así lograr escribir las restricciones anteriores, que con las variables anteriores sólo se pueden escribir como desigualdades, como restricciones de igualdad, tal como se observa a continuación:

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall (t, s) \in \mathcal{F} \quad W_{cts} = w_{citss} + w_{cits+1s} + w_{cits+2s}$$

esta última mejora también ayudó en la disminución de los tiempos de corrida del modelo, razón por la cual dejamos estas restricciones como parte de la formulación final.

3.3. Procedimiento para reducir tiempos de ejecución

Sin embargo, aún con las mejoras en la formulación los tiempos de corrida del modelo, para instancias de tamaño similar al real (994 jaulas) son de 2 horas o más. De hecho a veces en 2 horas ni siquiera se encuentran soluciones factibles. Como el encargo de la planificación necesita considerar varios escenarios de planificación a la semana, necesitamos reducir los tiempos de ejecución del modelo. En esta sección, describimos el procedimiento que usamos para lograr este objetivo.

3.3.1. Idea general del procedimiento

Según los experimentos computacionales, gran parte del tiempo de ejecución de *CPLEX* al resolver el modelo corresponde a encontrar alguna solución entera factible. Más aún, podemos observar que las soluciones enteras factibles son encontradas mediante heurísticas de *CPLEX*, más que obtenerse como solución a un subproblema del árbol de *Branch&Bound*. Luego, para reducir los tiempos de ejecución, debemos contar con una metodología que nos permita encontrar rápidamente soluciones enteras factibles razonables, es decir, que tengan un buen valor de la función objetivo.

Para obtener una solución entera factible, observamos empíricamente que cuando el modelo se modifica fijando las variables de centros W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} en valores factibles, el modelo resultante, que sólo decide sobre las variables de jaulas $w_{citst'}$, se ejecuta en pocos segundos. Esto nos sugiere buscar un método que permita calcular valores iniciales razonables para estas variables y usando esto encontrar una buena solución factible del modelo original.

En resumen, el procedimiento que proponemos para reducir los tiempos de ejecución es el siguiente:

1. Calcular valores \widetilde{W}_{cts} , \widetilde{A}_{cts} y \widetilde{S}_{cts} factibles y razonables para las variables W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} , respectivamente.

2. Resolver el modelo original, pero fijando las variables de centro $W_{cts} = \widetilde{W}_{cts}$, $A_{cts} = \widetilde{A}_{cts}$ y $S_{cts} = \widetilde{S}_{cts}$. Obtener como resultado una solución entera factible para el modelo original.
3. Usar la solución encontrada en 2 como solución inicial para el modelo original.

3.3.2. Calculando valores factibles de W_{cts} , A_{cts} y S_{cts}

Para encontrar estos valores \widetilde{W}_{cts} , \widetilde{A}_{cts} y \widetilde{S}_{cts} , la idea es modificar el modelo original. En particular, eliminamos las variables $w_{cistt'}$, pues esto reduce sustancialmente el número de variables y restricciones. Pero como estas variables se utilizan en el cálculo de la biomasa entregada en cada mes, necesitamos efectuar este cálculo de alguna otra manera. Más precisamente, para $c \in \mathcal{C}$ y $(t, s) \in \mathcal{F}_C$ debemos calcular o aproximar la biomasa que es cosechada y entregada a planta si el centro c se siembra en s y se comienza a cosechar en t , es decir, cuando la variable $W_{cst} = 1$.

Observamos que si $W_{cst} = 1$, el centro c tiene la posibilidad de entregar biomasa en los períodos t , $t + 1$ y $t + 2$. Consideremos M_{cst} una constante que aproxima la cantidad de biomasa total que puede entregar el centro c en los 3 meses que dura su período de cosecha y la variable y_h^{cst} que mide la cantidad de biomasa aportada en $h = t, t+1, t+2$ por el centro c , cuando se siembra en s y cosecha en t . Obviamente se quiere que $\sum_{h=0}^2 y_h^{cst} = M_{cst}$.

Existen varias formas de hacer esta estimación, que describiremos a continuación.

Estimación constante realista

La idea es encontrar valores para y_h^{cst} , $h = t, t + 1, t + 2$ que se parezcan a los que corresponderían a un centro real. Imponemos entonces que y_t^{cst} sea la cantidad de biomasa total que entregarían en t las jaulas de peso promedio mayor en el centro, al momento de la siembra; y_{t+1}^{cst} sea la cantidad de biomasa total que entregarían en $t + 1$ las jaulas de peso promedio intermedio en el centro al momento de la siembra y y_{t+2}^{cst} sea la cantidad de biomasa total que entregarían en $t + 2$ las jaulas de peso promedio menor en el centro, al momento de la siembra.

Esto es razonable pues, en la práctica, las jaulas de un centro que al inicio poseen mayor peso promedio se cosechan antes y las últimas jaulas cosechadas son las que al momento de la siembra tenían el menor peso promedio.

En términos del parámetro de biomasa β_{cits} obtenemos:

$$\begin{aligned} y_t^{cst} &= \sum_{i \in J_c^{sup}} \beta_{cits} \\ y_{t+1}^{cst} &= \sum_{i \in J_c^{med}} \beta_{cit+1s} \\ y_{t+2}^{cst} &= \sum_{i \in J_c^{inf}} \beta_{cit+2s} \end{aligned}$$

Estimación constante uniforme

En este caso calculamos M_{cts} según la fórmula:

$$M_{cts} = \sum_{i \in J_c} \beta_{cits+1}$$

La cantidad de biomasa entregada, para cada uno de estos 3 meses, se distribuye homogéneamente:

$$\forall h \in \{t, t+1, t+2\} \quad y_h^{cst} = \frac{M_{cst}}{3}$$

Esta aproximación, más que ser realista se propone por su simplicidad.

Estimación variable

En este caso calculamos M_{cts} según la fórmula:

$$M_{cts} = \sum_{i \in J_c^{sup}} \beta_{cits} + \sum_{i \in J_c^{med}} \beta_{cit+1s} + \sum_{i \in J_c^{inf}} \beta_{cit+2s}$$

La cantidad de biomasa entregada, para cada mes de cosecha, será calculada en el modelo modificado usando la variable real positiva B_h^{cst} , sujeta a restricciones de biomasa mínima y máxima :

$$0 \leq B_h^{cst} \leq M_{cst}$$

$$B_{min} M_{cst} \leq B_h^{cst}$$

donde B_{min} es el porcentaje mínimo de cosecha en cada mes.

Con esta idea, la cantidad de biomasa aportada por el centro en cada mes se puede calcular como:

$$y_h^{cst} = B_h^{cst}, \quad h = t, t + 1, t + 2$$

Esta aproximación intenta ser realista, pues calcula M_{cts} de forma similar a lo que ocurre en la práctica. Por otro lado, la idea de que y_h^{cst} sean variables proviene del hecho de querer elegir valores \widetilde{W}_{cts} que posean un buen valor objetivo en el modelo original.

3.3.3. Descripción de las formulaciones auxiliares

Para cada una de las estimaciones anteriores podemos escribir un modelo de programación lineal entera auxiliar que nos permita encontrar valores factibles razonables para las variables W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} . Estos modelos se obtienen de eliminar la formulación principal las variables $w_{cist'}$ y sus restricciones asociadas. Además, no se deben considerar las variables W_{cts} para los cuales exista una jaula en c que por restricciones de peso no pueda ser cosechada en $s, s + 1, s + 2$, cuando es sembrada en t . Esto es para ser consistente con el modelo original. Sin embargo, se mantienen las variables x_{cits} , X_{ct} , W_{cts} , HG_t , h_t , y_t , A_{cts} , S_{cts} con el mismo significado que para el modelo principal y las restricciones 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.7, 3.8, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27, 3.28, 3.29, 3.30 y 3.31. La característica que diferencia a cada modelo auxiliar es el cómo se calcula la biomasa cosechada. En las tres subsecciones siguientes especificamos cada uno de los tres modelos auxiliares.

Formulación auxiliar 1: estimación constante realista

Consideramos el parámetro $B_{cst'}$, que representa la estimación realista de la cantidad de biomasa que se puede extraer del centro c en s cuando la fecha de siembra es el mes t y su ciclo de cosecha comienza en t' que discutimos en la sección anterior. Es decir, $B_{ctt'}$ se calcula como el total de biomasa aportada por todas las jaulas sembradas en t con peso P_{sup} y cosechadas en t' , $B_{ctt'+1t'}$ se calcula como el total de biomasa aportada por todas las jaulas sembradas en t con peso P_{med} y cosechadas en $t' + 1$ y $B_{ctt'+2t'}$ se calcula como el total de biomasa aportada por todas las jaulas sembradas en t con peso P_{inf} y cosechadas en $t' + 2$.

Usando este parámetro podemos escribir la restricción que acota lo que se puede guardar para el mes siguiente como

$$\forall t \in \mathcal{T} : t < m \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M + 2 \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t, t') \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} W_{cst'} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M + 2 < t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t, t') \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} W_{cst'} \right)$$

Además, las restricciones que definen lo entregado en planta

$$y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{ci1} x_{ci1} - h_1$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : 1 < t < m \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M + 2 \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t, t') \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} W_{cst'} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M + 2 < t \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t, t') \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} W_{cst'} + h_{t-1} - h_t$$

De la misma forma que en la fomulación principal, la función objetivo es la cantidad total de biomasa cosechada, penalizando el incumplimiento de demanda

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T} \\ t \leq M+2}} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s, t, t') \in \mathcal{F}_J} B_{cstt'} W_{cst'} - \alpha_p \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} HG_t$$

Formulación auxiliar 2: estimación constante uniforme

Consideremos M_{cts} , el parámetro que definimos en la sección anterior para aproximar la biomasa aportada por el centro c cuando $W_{cts} = 1$.

Podemos escribir las restricciones sobre h_t como

$$\forall t \in \mathcal{T} : t < m \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M+2 \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{l=1}^3 \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,t-l) \in \mathcal{F}_C} \frac{M_{cst-l}}{3} W_{cst-l} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M+2 < t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{l=1}^3 \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,t-l) \in \mathcal{F}_C} \frac{M_{cst-l}}{3} W_{cst-l} \right)$$

La biomasa entregada en el mes t se calcula en función del parámetro M_{cts}

$$y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_i \beta_{ci1} x_{ci1} - h_1$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : 1 < t < m \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M+2 \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{l=1}^3 \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,t-l) \in \mathcal{F}_C} \frac{M_{cst-l}}{3} W_{cst-l} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M+2 < t \quad y_t = \sum_{l=1}^3 \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,t-l) \in \mathcal{F}_C} \frac{M_{cst-l}}{3} W_{cst-l} + h_{t-1} - h_t$$

La función objetivo, que maximiza la biomasa cosechada y penaliza la demanda insatisfecha se describe a continuación

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T} \\ t \leq M+2}} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(t,s) \in \mathcal{F}_C} \frac{M_{cts}}{3} W_{cts} - \alpha_p \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} HG_t$$

Formulación auxiliar 3: estimación variable

Junto con el parámetro M_{cts} se considera la variable $B_{ctst'}$, real positiva que representa la cantidad de biomasa cosechada por el centro c , en el mes $s \in \{t', t' + 1, t' + 2\}$, cuando el centro se siembra en t y se comienza a cosechar en t' .

Veamos las restricciones que definen a esta formulación.

Se puede cosechar biomasa sembrada en el mes t en el centro c , entre los meses s y $s + 2$ sólo cuando el centro fue sembrado en t y su ciclo de cosecha comienza en s

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C \quad W_{cts} M_{cts} = B_{ctss} + B_{cts+1s} + B_{cts+2s}$$

En todo los centros se debe cosechar al menos cierta cantidad mínima de biomasa en cada mes

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t, s, t' \in \mathcal{T} : s \in \{t', t' + 1t' + 2\} \quad B_{min} M_{ctt'} W_{ctt'} \leq B_{cstt'}$$

con $0 \leq B_{min} \leq 1$, la mínima fracción del total de biomasa factible de cosechar en ese período.

Además, no se puede guardar más de cierta cantidad de biomasa para el mes siguiente

$$\forall t \in \mathcal{T} : t < m \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_i \beta_{cit} x_{cit} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M + 2 \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t', t) \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} \right)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M + 2 < t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t', t) \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} \right)$$

Las cantidad de biomasa entregada a la planta en el mes t se puede calcular como

$$y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_i \beta_{i1} x_{i1} - h_1$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : 1 < t < m \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : m \leq t \leq M + 2 \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t', t) \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} + h_{t-1} - h_t$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : M + 2 < t \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{\substack{s, t' \\ (s, t', t) \in \mathcal{F}_J}} B_{cstt'} + h_{t-1} - h_t$$

La función objetivo está definida de la misma forma que en los modelos anteriores

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{\substack{t \in \mathcal{T} \\ t \leq M+2}} \beta_{cit} x_{cit} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,t,t') \in \mathcal{F}_J} B_{cstt'} - \alpha_p \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} HG_t$$

3.4. Notaciones y comentarios

3.4.1. Sobre las formulaciones

Denotaremos F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM} , que están dadas por reemplazar la restricción 3.8 por la definidas en P_{NP} , P_{BNP} y P_{CM} , respectivamente.

Llamaremos F_J^{BNP} y F_J^{CM} a las formulaciones que provienen de F_{BNP} y F_{CM} , respectivamente, en las cuales reemplazamos las restricciones 3.7, indexadas por centros, por la restricciones indexadas por jaulas, tal como se vió en 3.2.2.

F_S^{CM} denotará a la formulación obtenida al agregarle a F_{CM} la restricción sobre períodos de cosecha que evita simetrías, según lo discutido en 3.2.3.

Por otro lado, llamaremos \tilde{F}_{BNP} y \tilde{F}_{CM} a las formulaciones que se obtienen de F_{BNP} y F_{CM} al fijar los valores de las variables W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} en los valores factibles \tilde{W}_{cts} , \tilde{A}_{cts} y \tilde{S}_{cts} , respectivamente.

La formulación auxiliar 1 será denotada por Q_1^{BNP} , Q_1^{CM} , dependiendo de la restricción que se use en lugar de 3.8. Las otras dos formulaciones auxiliares usadas se denotan de manera similar.

3.4.2. Comentarios

La formulación auxiliar Q_3^{BNP} (o Q_3^{CM}), que usa las variables B_h^{cts} posee un gran número de variables, pero éstas son de tipo real positivo, por lo que la cantidad de variables enteras se reduce con respecto a la cantidad de variables enteras que tiene la formulación principal.

Observemos que si las restricciones de peso de cosecha permiten que sea factible una distribución de jaulas como en 3.3.2, entonces la formulación F_{BNP} (o F_{CM}) es una relación de la formulación auxiliar Q_1^{BNP} (o Q_1^{CM}). En ese caso cualquier asignación factible de las variables W_{cts}, y_t para Q_1^{BNP} (o Q_1^{CM}) es factible para F_{BNP} . Esto nos garantiza que fijando los valores \tilde{W}_{cts} , \tilde{A}_{cts} y \tilde{S}_{cts} obtenidos al resolver la formulación auxiliar 1 siempre podremos encontrar al menos una solución factible para el problema original. Lamentablemente, las formulaciones auxiliares Q_2^{BNP} (o Q_2^{CM}), Q_3^{BNP} (o Q_3^{CM}) no cumplen con esta propiedad. Por este motivo, para los experimentos numéricos relativos al método de reducción de tiempos sólo trabajaremos con la formulación Q_1^{BNP} (o Q_1^{CM}). Sin embargo, de

todas maneras haremos una comparación detallada entre las tres formulaciones auxiliares, con el fin de comparar su desempeño.

3.4.3. Resumen algoritmo

Con la notación y comentarios discutidos anteriormente, el algoritmo se escribe:

1. (Q_1^{CM}) Calcular valores \widetilde{W}_{cts} , \widetilde{A}_{cts} y \widetilde{S}_{cts} factibles y razonables para las variables W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} , respectivamente.
2. (\widetilde{F}_{CM}) Resolver el modelo original, pero fijando las variables de centro $W_{cts} = \widetilde{W}_{cts}$, $A_{cts} = \widetilde{A}_{cts}$ y $S_{cts} = \widetilde{S}_{cts}$. Obtener como resultado una solución entera factible para el modelo original.
3. (F_{CM}^+) Usar la solución encontrada en 2 como solución inicial para el modelo original.

Capítulo 4

Resultados computacionales

en este capítulo mostramos algunos resultados computacionales que relativos a la formulación propuesta en el capítulo 3. Más precisamente, comparamos diferentes versiones de la formulación sugeridas en la sección 3.2 y estudiamos el comportamiento de las formulaciones auxiliares y el algoritmo propuesto en 3.3.

4.1. Preliminares

4.1.1. Instancia

En esta subsección describimos el computador en que fueron realizadas las pruebas, el *software* utilizado y explicamos de dónde provienen los datos.

Computador

Todas los experimentos numéricos se realizaron en un notebook Dell Inspiron 6400, con procesador Intel(R)Core(TM)2 CPU T5600 @ 1.83 GHz. con 3 GB de memoria RAM. El sistema operativo es Windows Vista de 32 bits.

Software

Para todas las pruebas utilizamos *GAMS* con el *solver CPLEX*.

Datos

Se consideró una instancia de tamaño real de 46 centros y casi 1000 jaulas.

En esta subsección damos a conocer los parámetros del modelo con los valores que son usados en las instancias de prueba.

Como la planificación es a 5 años se considera un horizonte de planificación de 60 meses, es decir, $\mathcal{T} = \{1, \dots, 60\}$. Los conjuntos de los meses para los cuales hay siembras fijas para la instancia que estamos considerando son $SFR = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $SFS = \{9, 10, 11\}$ y $SFY = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$.

Los rangos de permanencia en el agua están dados por $m = 13$, $M = 20$.

El número de centros que posee la empresa es de $|\mathcal{C}| = 46$. El número total de jaulas es $\sum_{c \in \mathcal{C}} |J_c| = 994$ y el número de jaulas sembradas al inicio del horizonte de planificación es $\sum_{c \in \mathcal{C}_f} |J_c^f| = 353$. Por otro lado, consideramos un período de descanso homogéneo para todos los centros de $d_c = 1$.

La capacidad real de la planta es $cap_t = 8000$ toneladas. Además, se impone que al menos se satisfaga un 60 % de la demanda, es decir, $\delta = 0,6$. Los porcentajes de variación de cosecha en meses contiguos son de $\varepsilon_{inf} = \varepsilon_{sup} = 0,4$. Además, lo máximo guardado de un mes para el siguiente está acotado por un porcentaje $\eta = 0,03$ de lo cosechado. El valor que usamos para el coeficiente de penalización es $\alpha_p = 50000$.

Para efectos de planificación de siembras futuras tenemos que darles valores a los parámetros de peso y número inicial de siembra en las jaulas. El número de salmones inicial sembrados en una jaula es de $N_0 = 50000$ salmones y la distribución inicial de pesos que consideramos es $P_{inf} = 50 \text{ gr}$, $P_{med} = 100 \text{ gr}$ y $P_{sup} = 150 \text{ gr}$. Los valores de los ajustes de peso y mortalidad por centro fueron considerados en un valor de 0,83 y 0,00, respectivamente. Los valores de los ajustes por jaula no se especifican, pues dependen de cada jaula.

Se tienen además tres posibles vectores de demanda $\{P_t\}_{t \in \mathcal{T}}$, cada uno con diferentes características. En el primero la demanda es similar a la demanda normal recibida por la empresa, para el segundo vector se considera una demanda sobreestimada y finalmente en el tercero se tiene una demanda subestimada.

Tendremos entonces tres instancias posibles, dependiendo del vector de demandas considerado, que llamaremos A , B y C .

Metodología experimental

Al menos que se indique lo contrario, todos los experimentos fueron realizados con criterio de parada de GAP relativo de al menos 3 %. Además, no se consideró un criterio de parada de tiempo o de número de iteraciones, es decir, a los parámetros asociados a estos criterios se les asignó un valor suficientemente grande, de manera de que, en la práctica, el único criterio de parada válido fuera el de GAP relativo.

4.1.2. Sobre las tablas

Para cada experimento realizado resumimos los resultados en tres tipos de tablas, que se detallan más adelante. Los valores numéricos de tiempo de ejecución y de valor de la función objetivo fueron aproximados al primer dígito decimal, mientras que los valores de porcentajes de *GAP* relativo fueron aproximados a la segunda cifra decimal. Los valores asociados al número de iteraciones o nodos del árbol de *branch & cut* no fueron aproximados.

Tabla de tamaños

En esta tabla comparamos el tamaño, en número de variables, restricciones y elementos no nulos de las formulaciones antes y después del *presolve* que realiza *CPLEX* (MIP y Reduced MIP, respectivamente).

Tabla de desempeño

En esta tabla comparamos el número de iteraciones que hace *CPLEX*, tanto cuando resuelve la relajación lineal (It LP) y cuando hace ramificación y acotamiento (*branch & bound*) y cortes (It LP +It B&C). Además, indicamos el número total de nodos del árbol de *branch & cut* (Nodos B&C) y el tiempo total que demora el algoritmo en encontrar una solución entera que cumpla con el criterio de parada especificado.

Tabla de soluciones

En esta tabla comparamos el valor en la función objetivo de las soluciones de la relajación lineal (LP), de la relajación lineal después de los cortes agregados por *CPLEX* (LP+Cuts), el valor de la solución entera entregada por *CPLEX* (Sol) y finalmente indicamos el *GAP* relativo del valor en la función objetivo de la solución entera con respecto a valor obtenido en la relajación lineal incluyendo cortes (GAP Relativo).

4.2. Formulaciones *Node packing*

En esta sección compararemos las formulaciones F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM} . Comenzamos mirando la tabla de tamaño:

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
F_{NP}	556330	2313510	7386514	278847	126343	1274225
F_{BNP}	556330	396138	5577334	278847	105881	993315
F_{CM}	556330	365410	3694186	278847	105881	993315

Tabla 4.1: Comparación tamaño de F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM}

Se puede observar que las formulaciones F_{BNP} y F_{CM} difieren en el número de restricciones originales, pero poseen exactamente el mismo tamaño en el Reduced MIP. Por otro lado, el número de restricciones originales de F_{NP} es de un orden de magnitud mayor, lo que puede hacer inmanejable el problema para una instancia de mayor tamaño.

Analicemos la tabla de desempeño:

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	F_{NP}	192278	305.0	1611551	1000+	25333.2
	F_{BNP}	334479	483.5	547665	590+	7131.1
	F_{CM}	339194	448.5	530336	760+	8698.7
B	F_{NP}	200307	351.55	2078246	720+	19072.3
	F_{BNP}	287656	295.8	472799	400+	4671.3
	F_{CM}	308242	296.5	712352	800+	6509.0
C	F_{NP}	203335	349.38	1265266	800+	23684.0
	F_{BNP}	330495	361.6	462240	370+	3947.4
	F_{CM}	343971	443.2	427708	400+	4101.8

Tabla 4.2: Comparación desempeño de P_{NP} , P_{BNP} y P_{CM}

Para todas las instancias los tiempos de resolución del nodo raíz son similares. La diferencia entre F_{NP} y las otra dos formulaciones se nota en el tiempo de resolución del problema entero, pues en el mejor de los casos sus tiempos triplican al de las otras formulaciones, lo que se puede explicar por el mayor número de iteraciones que realiza el algoritmo para esta formulación.

De los experimentos numéricos realizados podemos decir que, para todas las formulaciones e instancias, las primeras soluciones factibles fueron encontradas por *CPLEX* cuando el tamaño del árbol de *B&C* era superior a los 350 nodos, en el mejor de los casos. De hecho, para alguna de las instancias, la primera solución entera factible aparece recién cuando el tamaño del árbol era cercano a 1000 nodos. Además, por lo general, la primera solución encontrada no cumplía con el criterio de parada. Con respecto a los valores de la relajación lineal y las soluciones encontradas tenemos la siguiente tabla:

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{NP}	-153203748.3	-153241020.7	-157847906.3	2.92 %
	F_{BNP}	-153210220.2	-153243261.8	-157472804.2	2.69 %
	F_{CM}	-153210177.7	-153244025.8	-157159897.6	2.49 %
B	F_{NP}	-1159455910.3	-1160412653.8	-1181667577.9	1.80 %
	F_{BNP}	-1160069378.5	-1160458554.6	-1189741792.4	2.46 %
	F_{CM}	-1160069095.4	-1160457763.9	-1186685335.1	2.21 %
C	F_{NP}	-153203012.1	-153240911.2	-157543731.5	2.73 %
	F_{BNP}	-153210033.5	-153249465.2	-157671771.5	2.80 %
	F_{CM}	-153210033.6	-153244132.0	-157761939.9	2.86 %

Tabla 4.3: Soluciones de F_{NP} , F_{BNP} y F_{CM}

Podemos observar que el GAP relativo para todas las formulaciones e instancias es similar, no hay ninguna que destaque por sobre el resto. El valor de LP siempre da una peor cota para la formulación F_{NP} , aunque para todas las formulaciones la cota es relativamente buena. Además, la solución entera factible siempre tiene mejor valor objetivo para las formulaciones F_{BNP} y F_{CM} , siendo estos valores muy similares entre sí.

De los datos entregados en las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 se puede concluir que las formulaciones F_{BNP} y F_{CM} tienen un comportamiento bastante similar. Sus tiempos de corrida son bastante menores que para la formulación F_{NP} , sus cotas entregadas por la relajación lineal y el valor objetivo de la solución entera entregada también superan a los correspondientes a F_{NP} . Por lo anterior preferimos las formulaciones F_{BNP} y F_{CM} por sobre la formulación F_{NP} , sobretodo porque no son deseables los enormes tiempos de corrida y el gran tamaño de esta última formulación.

4.3. Formulaciones de ciclos disjuntos

En esta sección comparamos las formulaciones que provienen de eliminar la restricción de ciclos disjuntos definida por centros, considerando en su lugar la restricción de ciclos disjuntos definida por jaulas, tal como se discute en 3.2.2. Haremos el estudio computacional para F_{BNP} y F_{CM} .

Veamos los resultados para F_{BNP} y F_J^{BNP} .

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
F_{BNP}	556330	396138	5577334	278847	105881	993315
F_J^{BNP}	556330	410984	5799334	285507	109784	1037658

Tabla 4.4: Comparación tamaño de F_{BNP} y F_J^{BNP}

De la tabla anterior podemos ver que, a pesar de que en F_J^{BNP} las restricciones están indexadas por jaulas y no por centros, el número de restricciones no aumenta exageradamente. En ese sentido podemos decir que los tamaños de ambas formulaciones son similares.

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	F_{BNP}	334479	483.5	547665	590+	7131.1
	F_J^{BNP}	338061	553.6	598917	400+	7200.0
B	F_{BNP}	287656	295.8	472799	400+	4671.3
	F_J^{BNP}	316797	425.2	725184	600+	7200.0
C	F_{BNP}	330495	361.6	462240	370+	3947.4
	F_J^{BNP}	347882	480.3	618387	1000+	7200.0

Tabla 4.5: Comparación desempeño de F_{BNP} y F_J^{BNP}

En este caso los parámetros relativos a la solución de la relajación no discriminan. En cambio, vemos que el número de iteraciones de *B&C* es mayor para F_J^{BNP} , lo que influye negativamente en los tiempos de resolución.

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{BNP}	-153210220.2	-153243261.8	-157472804.2	2.69 %
	F_J^{BNP}	-153210164.6	-153242974.0	-153953744.6	0.46 %
B	F_{BNP}	-1160069378.5	-1160458554.6	-1189741792.4	2.46 %
	F_J^{BNP}	-1159840400.7	-1160230565.2	-1179902157.9	1.67 %
C	F_{BNP}	-153210033.5	-153249465.2	-157671771.5	2.80 %
	F_J^{BNP}	-153209970.3	-153245877.8	-157401540.1	2.64 %

Tabla 4.6: Soluciones de F_{BNP} y F_J^{BNP}

Podemos observar que la cota entregada por la relajación lineal es mejor en F_{BNP} , para todas las instancias. Sin embargo, estas diferencias se ven notoriamente disminuidas gracias a los cortes que agrega *CPLEX*. Por otro lado, las soluciones enteras entregadas por F_{BNP} son peores que las entregadas por F_J^{BNP} en todos los casos.

Ahora veamos los resultados para F_{CM} y F_J^{CM} .

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
F_{CM}	556330	365410	3694186	278847	105881	993315
F_J^{CM}	556330	380256	3916186	285507	109784	1037658

Tabla 4.7: Comparación tamaño de F_{CM} y F_J^{CM}

Al igual que en el caso anterior, los tamaños de ambas formulaciones son similares, siendo F_{CM} la formulación de menor tamaño.

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	F_{CM}	339194	448.55	530336	760+	8698.7
	F_J^{CM}	412750	559.5	505615	400+	5673.4
B	F_{CM}	308242	296.5	712352	800+	6509.0
	F_J^{CM}	313139	405.7	773939	620+	8389.2
C	F_{CM}	343971	443.2	427708	400+	4101.8
	F_J^{CM}	346999	489.0	428951	480+	5070.9

Tabla 4.8: Comparación desempeño de F_{CM} y F_J^{CM}

En este caso, casi todos los parámetros de tiempo y número de iteraciones para la relajación lineal y B&C son bastante parecidos para ambas formulaciones. Sin embargo, en todas las instancias, salvo para A , los tiempos de resolución son mejores para F_{CM} que para F_J^{CM} .

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{CM}	-153210177.7	-153244025.8	-157159897.6	2.49 %
	F_J^{CM}	-153210164.6	-153240009.2	-153864064.8	0.41 %
B	F_{CM}	-1160069095.4	-1160457763.9	-1186685335.1	2.21 %
	F_J^{CM}	-1159840400.7	-1160243345.5	-1194069531.4	2.83 %
C	F_{CM}	-153210033.6	-153244132.0	-157761939.9	2.86 %
	F_J^{CM}	-153209968.4	-153242589.9	-155947260.2	1.73 %

Tabla 4.9: Soluciones de F_{CM} y F_J^{CM}

Obtenemos el mismo resultado que en el caso anterior, F_{CM} obtiene mejores cotas, pero sus soluciones tienen menor valor objetivo.

4.4. Formulación con reducción de simetrías

En esta sección estudiaremos el comportamiento de la formulación al agregarle a F_{CM} la restricción sobre períodos de cosecha que evita simetría, ie, la formulación F_S^{CM} .

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
F_{CM}	556330	365410	3694186	278847	105881	993315
F_S^{CM}	556330	381418	3874232	278847	109879	1064233

Tabla 4.10: Comparación tamaño de F_{CM} y F_S^{CM}

Claramente F_S^{CM} posee más restricciones, pero no es un aumento considerable, al menos respecto al gran tamaño que posee F_{CM} .

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	F_{CM}	339194	448.5	530336	760+	8698.7
	F_S^{CM}	362954	631.0	523174	400+	6127.0
B	F_{CM}	308242	296.5	712352	800+	6508.0
	F_S^{CM}	295893	353.8	718748	640+	7992.5
C	F_{CM}	343971	443.2	427708	400+	4101.8
	F_S^{CM}	363036	459.4	469972	400+	5351.4

Tabla 4.11: Comparación desempeño de F_{CM} y F_S^{CM}

Los tiempos de resolución si bien son comparables, son menores al menos en 20 minutos para F_{CM} , salvo para la instancia A.

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{CM}	-153210177.7	-153244025.8	-157159897.6	2.49 %
	F_S^{CM}	-153210681.0	-153239888.8	-157463160.9	2.68 %
B	F_{CM}	-1160069095.4	-1160457763.9	-1186685335.1	2.21 %
	F_S^{CM}	-1160069525.0	-1160434944.2	-1189499750.7	2.44 %
C	F_{CM}	-153210033.6	-153244132.0	-157761939.9	2.86 %
	F_S^{CM}	-153210455.4	-153228647.9	-157491690.8	2.71 %

Tabla 4.12: Soluciones de F_{CM} y F_S^{CM}

Naturalmente las cotas de la relajación lineal son mejores para F_S^{CM} , pero al momento de agregar los cortes los roles se invierten. Por otro lado, salvo para la última instancia

los valores obtenidos por las soluciones de F_{CM} son mejores que los de las soluciones entregadas por F_S^{CM} .

4.5. Formulaciones auxiliares

En esta sección estudiaremos el comportamiento de las tres formulaciones auxiliares $Q_1^{BNP}, Q_1^{CM}, Q_2^{BNP}, Q_2^{CM}, Q_3^{BNP}$ y Q_3^{CM} . El objetivo de este estudio es observar el tiempo que demoran estas formulaciones en encontrar una buena solución factible, para compararlo con la formulación principal. Esto es importante, pues como el objetivo de la planificación de la producción es sugerir fechas de siembra y cosecha para los centros, si estas formulaciones tienen un buen comportamiento eventualmente se pueden usar para resolver el problema, sin necesidad de ocupar la formulación principal.

Como el objetivo de estas formulaciones es encontrar una buena solución factible (no necesariamente óptima) en un tiempo pequeño, establecimos para estas corridas un límite de tiempo de 1800 segundos.

Comencemos con los resultados para Q_1^{BNP}, Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP} .

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
Q_1^{BNP}	19864	49232	2269848	8511	4751	119542
Q_2^{BNP}	19864	49232	2293248	8419	4748	118714
Q_3^{BNP}	66784	112160	2481434	24929	26499	163163

Tabla 4.13: Comparación tamaño de Q_1^{BNP}, Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}

Por la definición de las formulaciones auxiliares se esperaba que Q_1^{BNP} y Q_2^{BNP} tuvieran el mismo número de variables. La formulación Q_3^{BNP} posee casi un orden de magnitud más de tamaño, lo que se debe a que se utiliza una variable auxiliar al momento de estimar la biomasa cosechada.

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	Q_1^{BNP}	6331	4.23	1640648	17800	1800.0
	Q_2^{BNP}	9836	4.0	956923	25000+	1025.1
	Q_3^{BNP}	55485	74.4	220417	900+	1800
B	Q_1^{BNP}	23796	11.7	1473364	63500	1800.0
	Q_2^{BNP}	11760	5.0	1220897	39600	1800.0
	Q_3^{BNP}	54218	71.1	233131	1400+	1800.0
C	Q_1^{BNP}	6108	2.4	31052	580+	75.4
	Q_2^{BNP}	9626	3.2	10652	0+	13.1
	Q_3^{BNP}	53231	62.5	54034	0+	136.5

Tabla 4.14: Comparación desempeño de Q_1^{BNP} , Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}

De esta tabla se puede observar que para las formulaciones los tiempos de ejecución de las instancias A y B no son menores que el límite de tiempo, salvo para Q_2^{BNP} en la instancia A . La instancia C parece muy fácil de resolver para todas las formulaciones, sobretodo para Q_1^{BNP} y Q_2^{BNP} .

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	Q_1^{BNP}	-153456518.8	-153494303.1	-168515296.8	48.91 %
	Q_2^{BNP}	-153226298.3	-153263114.0	-157485201.1	2.68 %
	Q_3^{BNP}	-152756003.0	-152802571.6	-166610963.3	8.29 %
B	Q_1^{BNP}	-1188511725.4	-1191500606.9	-1291359611.7	7.73 %
	Q_2^{BNP}	-1436558320.1	-1440540716.7	-1509054238.7	4.54 %
	Q_3^{BNP}	-1169320727.5	-1169692282.9	-1217423527.9	3.92 %
C	Q_1^{BNP}	-153413404.3	-153449963.4	-155245130.6	1.16 %
	Q_2^{BNP}	-153225219.8	-153252459.7	-155351061.1	1.35 %
	Q_3^{BNP}	-152755762.0	-152788345.3	-157357789.7	2.90 %

Tabla 4.15: Soluciones de Q_1^{BNP} , Q_2^{BNP} y Q_3^{BNP}

Todas las formulaciones entregan una relativamente buena cota superior mediante la relajación lineal. En media hora de tiempo se alcanzan porcentajes de GAP Relativo menores a 10% los que son bastante buenos si uno los compara con el desempeño de la formulación F_{BNP} , que en media hora ni siquiera posee alguna solución factible.

Ahora comparamos Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM} .

CAPÍTULO 4. RESULTADOS COMPUTACIONALES

Formulación	MIP			Reduced MIP		
	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos	Num. Var.	Num. Restr.	No nulos
Q_1^{CM}	19864	18504	386700	8511	4570	108112
Q_2^{CM}	19864	18504	410100	8419	4570	107762
Q_3^{CM}	66784	81432	598286	24929	26499	163163

Tabla 4.16: Comparación tamaño de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	Q_1^{CM}	8211	5.4	1724816	18800	1800.0
	Q_2^{CM}	9553	2.8	333537	7000+	411.1
	Q_3^{CM}	58073	77.1	261966	700+	1718.7
B	Q_1^{CM}	20839	8.8	2043737	39700	1800.0
	Q_2^{CM}	14312	5.6	1431523	40100	1800.0
	Q_3^{CM}	48277	54.0	213081	1200+	1800.0
C	Q_1^{CM}	6883	2.4	33419	410+	57.2
	Q_2^{CM}	8686	3.6	33725	470+	55.3
	Q_3^{CM}	52190	55.1	283171	1000+	1437.6

Tabla 4.17: Comparación desempeño de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	Q_1^{CM}	-153456498.0	153499915.0	-168206964.5	8.74 %
	Q_2^{CM}	-153226245.8	-153269754.2	-157352528.1	2.59 %
	Q_3^{CM}	-152756014.8	-152797968.4	-155323895.3	1.63 %
B	Q_1^{CM}	-1188512475.7	-1190853133.7	-1255542505.3	5.15 %
	Q_2^{CM}	-1436685444.2	-1440217324.7	-1502831560.4	4.17 %
	Q_3^{CM}	-1169317735.8	-1169735673.1	-1222603931.5	4.32 %
C	Q_1^{CM}	-153413404.7	-153459124.2	-157257655.4	2.42 %
	Q_2^{CM}	-153225513.2	-153260211.0	-156757120.2	2.23 %
	Q_3^{CM}	-152755762.6	-152797621.3	-154109702.8	0.85 %

Tabla 4.18: Soluciones de Q_1^{CM} , Q_2^{CM} y Q_3^{CM}

El análisis para las tablas 4.16, 4.17 y 4.18 es similar al de las tablas 4.13, 4.14 y 4.15.

Se puede concluir entonces que si bien estas formulaciones auxiliares son aproximaciones de la formulaciones F_{BNP} y F_{CM} todas tiene un buen desempeño, sobretodo Q_1^{CM}

y Q_2^{CM} . Además, encuentran buenas soluciones en poco tiempo, que es lo que nos propusimos al momento de crear estas formulaciones auxiliares.

4.6. Formulación principal con método de reducción de tiempos

En 3.3.1 propusimos una metodología para reducir los tiempos de ejecución basadas en las formulaciones auxiliares Q_1^{BNP} , Q_1^{CM} , \tilde{F}_{BNP} y \tilde{F}_{CM} que fueron descritas en 3.3.3. En la primera etapa del procedimiento usamos la formulación Q_1^{BNP} (o Q_1^{CM}) para obtener valores \tilde{W}_{cts} , \tilde{A}_{cts} y \tilde{S}_{cts} factibles y razonables para las variables W_{cts} , A_{cts} y S_{cts} , respectivamente. Luego, fijando las variables en esos valores y usando la formulación \tilde{F}_{BNP} (o \tilde{F}_{CM}) obtenemos una solución entera factible para F_{BNP} (o F_{CM}). Finalmente, con esta solución factible como incumbente ejecutamos F_{BNP} (o F_{CM}) y obtenemos en poco tiempo una buena solución para F_{BNP} (o F_{CM}). Esta última etapa la denotaremos F_{BNP}^+ (o F_{CM}^+).

Como el objetivo de esta metodología es reducir los tiempos de resolución imponemos un criterio de parada de tiempo de 1200 segundos como máximo al resolver Q_1^{BNP} (o Q_1^{CM}) y un criterio de parada para resolver \tilde{F}_{BNP} (o \tilde{F}_{CM}) y F_{BNP}^+ (o F_{CM}^+) de GAP relativo de 5%.

Primero analizaremos el método etapa por etapa, luego compararemos los tiempos de ejecución del método con la formulación original y finalmente analizaremos las soluciones entregadas por cada una de las metodologías.

Veamos los resultados para Q_1^{BNP} , \tilde{F}_{BNP} y F_{BNP}

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	Q_1^{BNP}	6331	2.7	12600	1123653	1200.0
	\tilde{F}_{BNP}	1811	0.1	2353	0+	10.9
	F_{BNP}^+	334479	461.3	334479	0	484.6
B	Q_1^{BNP}	23796	10.7	923217	39100+	1200.0
	\tilde{F}_{BNP}	2476	0.2	3802	90+	16.0
	F_{BNP}^+	287656	296.0	287656	0	319.1
C	Q_1^{BNP}	6108	2.6	31052	580+	78.5
	\tilde{F}_{BNP}	1498	0.1	1875	0+	9.3
	F_{BNP}^+	330495	357.2	330495	0	380.4

Tabla 4.19: Desempeño metodo por etapas

De esta tabla observamos que los tiempos de resolución de \tilde{F}_{BNP} , son de segundos, para todas las instancias. Luego, la mayor parte del tiempo gastado en encontrar una solución factible para F_{BNP} se lo lleva la formulación auxiliar 1. Por otro lado, nos damos cuenta de que en todos los casos F_{BNP}^+ se resuelve en el nodo raíz lo que quiere decir que las soluciones factibles encontradas en las 2 primeras etapas del método cumplen con el criterio de parada. Luego, no hubiese sido necesario ejecutar la etapa en la cual resolvemos F_{BNP}^+ .

Instancia	Formulación	Tiempo [s]
A	F_{BNP}	7131.1
	$Q_1^{BNP} + \tilde{F}_{BNP} + F_{BNP}^+$	1696.2
B	F_{BNP}	4671.3
	$Q_1^{BNP} + \tilde{F}_{BNP} + F_{BNP}^+$	1535.9
C	F_{BNP}	3947.4
	$Q_1^{BNP} + \tilde{F}_{BNP} + F_{BNP}^+$	468.2

Tabla 4.20: Comparación formulación principal con y sin método

En la tabla 4.20 puede observar la efectividad del método de reducción de tiempos. En todas las instancias el método reduce en más de 3 veces los tiempos de ejecución, y en el peor de los casos demora menos de media hora, que es un gran cambio respecto a las 2 horas promedio que demora la ejecución de F_{BNP} . Esta comparación incluye los tiempos en que se resuelve la relajación lineal de F_{BNP}^+ , por lo que la reducción se vuelve más notoria si uno no considera esta última etapa.

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{BNP}	-153210220.2	-153243261.8	-157472804.2	2.69 %
	F_{BNP}^+	-153210220.2	-153210220.2	-158322746.1	3.22 %
B	F_{BNP}	-1160069378.5	-1160458554.6	-1189741792.4	2.46 %
	F_{BNP}^+	-1160069378.5	-1160069379.6	-1206034543.4	3.81 %
C	F_{BNP}	-153210033.5	-153249465.2	-157671771.5	2.80 %
	F_{BNP}^+	-153210033.5	-153210033.5	-160351259.3	4.45 %

Tabla 4.21: Soluciones de F_{BNP} y F_{BNP}^+

En esta tabla comparamos F_{BNP} y F_{BNP}^+ , cuya única diferencia es que al resolver F_{BNP}^+ estamos partiendo con una solución inicial. Si uno observa la tabla, se puede afirmar que

F_{BNP} entrega las mejores soluciones enteras factibles. Esto se explica por el cambio de criterio de parada de Gap Relativo.

Ahora veamos los resultados para Q_1^{CM} , \tilde{F}_{CM} y F_{CM}

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	Q_1^{CM}	8211	4.0	1158972	12400	1200.0
	\tilde{F}_{CM}	1753	0.1	4592	460+	18.5
	F_{CM}^+	339194	420.2	339194	0	441.0
B	Q_1^{CM}	20839	8.0	1324689	26200	1200.3
	\tilde{F}_{CM}	2343	0.1	2351	0+	8.0
	F_{CM}^+	308242	273.9	308242	0	294.2
C	Q_1^{CM}	6883	2.5	33419	410+	58.7
	\tilde{F}_{CM}	1218	0.1	1630	0+	8.2
	F_{CM}^+	343971	425.8	343971	0	447.5

Tabla 4.22: Desempeño metodo por etapas

Instancia	Formulación	Tiempo [s]
A	F_{CM}	8698.7
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	1659.5
B	F_{CM}	6509.0
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	1502.5
C	F_{CM}	4101.8
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	514.4

Tabla 4.23: Comparación formulación principal con y sin método

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{CM}	-153210177.7	-153244025.8	-157159897.6	2.49 %
	F_{CM}^+	-153210177.7	-153210220.2	-158275391.8	3.20 %
B	F_{CM}	-1160069095.4	-1160457763.9	-1186685335.1	2.21 %
	F_{CM}^+	-1160069095.4	-1160069379.6	-1199402226.3	3.27 %
C	F_{CM}	-153210033.6	-153244132.0	-157761939.9	2.86 %
	F_{CM}^+	-153210033.6	-153210033.5	-160423803.5	4.49 %

Tabla 4.24: Soluciones de F_{CM} y F_{CM}^+

El análisis de las tablas 4.22, 4.23 y 4.24 es similar al efectuado para las tablas 4.19, 4.20 y 4.21, por lo que no lo repetimos.

Se puede concluir que el método reduce notablemente los tiempos de ejecución, pero con la desventaja que entrega soluciones con peor valor objetivo que el usar sólo la formulación principal. De cualquier modo estas soluciones entregadas poseen un valor de la función objetivo relativamente bueno, pues su GAP relativo es menor que 5% en todos los casos.

Veamos que ocurre si corremos \tilde{F}_{CM} y F_{CM}^+ modificando el criterio de parada a su valor original de 3%.

Instancia	Formulación	It LP	Tiempo LP [s]	It LP+It B&C	Nodos B&C	Tiempo [s]
A	Q_1^{CM}	8211	3.9	1158972	12400	1200.0
	\tilde{F}_{CM}	1753	0.1	6912	1000+	23.3
	F_{CM}^+	339194	419.0	339194	0	439.0
B	Q_1^{CM}	20839	8.0	1324689	26200	1200.3
	\tilde{F}_{CM}	2343	0.1	2351	0+	7.9
	F_{CM}^+	308242	270.9	572670	600+	4205.0
C	Q_1^{CM}	6883	2.5	33419	410+	58.7
	\tilde{F}_{CM}	1218	0.1	1630	0+	8.5
	F_{CM}^+	343971	427.4	343971	0	447.6

Tabla 4.25: Desempeño metodo por etapas

Nuevamente se observa que la solución factible entregada por las dos primeras etapas del método cumple con el criterio de parada para F_{CM}^+ , salvo para la instancia *B*. En esta última instancia, el tiempo para disminuir el GAP en F_{CM}^+ es de más de una hora.

Instancia	Formulación	Tiempo total [s]
A	F_{CM}	8698.7
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	1662.6
B	F_{CM}	6509.0
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	5413.1
C	F_{CM}	4101.8
	$Q_1^{CM} + \tilde{F}_{CM} + F_{CM}^+$	514.8

Tabla 4.26: Comparación formulación principal con y sin método

Los tiempos de corrida de la método para las instancias *A* y *C* se mantienen muy por

debajo de los tiempos de F_{CM} . Para la instancia B también se obtienen tiempos menores, pero la diferencia es de poco menos de 20 minutos.

Instancia	Formulación	LP	LP+Cuts	Sol	GAP Relativo
A	F_{CM}	-153210177.7	-153244025.8	-157159897.6	2.49 %
	F_{CM}^+	-153210177.7	-153210220.2	-154221019.1	0.65 %
B	F_{CM}	-1160069095.4	-1160457763.9	-1186685335.1	2.21 %
	F_{CM}^+	-1160069095.4	-1160458550.3	-1192318873.2	2.67 %
C	F_{CM}	-153210033.6	-153244132.0	-157761939.9	2.86 %
	F_{CM}^+	-153210033.6	-153210033.5	-156083611.7	1.84 %

Tabla 4.27: Soluciones de F_{CM} y F_{CM}^+

La modificación del criterio de parada tuvo el efecto de que las soluciones entregadas por el método son mejores que las entregadas por la formulación original sin el uso del método, salvo para la instancia B .

Se puede concluir entonces que el uso del método reduce sustancialmente los tiempos de ejecución, aún considerando los tiempos usados en resolver la relajación lineal de F_{CM}^+ . Más aún, calidad de las soluciones entregadas es similar, pues todas poseen un GAP Relativo inferior al 3 %.

Capítulo 5

Análisis y comparación de soluciones

En este capítulo hacemos un análisis de las soluciones que entrega el modelo. Primero estudiamos en detalle los resultados entregados por las tres instancias muy similares a las usadas en el capítulo anterior. En particular, mostramos unas figuras adecuadas para visualizar el *schedule* de los centros. En la segunda parte de este capítulo hacemos una comparación entre las decisiones que se toman “a mano”, sin el uso del modelo y las decisiones asociadas a la solución entregada por el modelo. En particular se analizan parámetros como los pesos de cosecha, largo de de los ciclos de cosecha y biomasa total cosechada.

5.1. Análisis de soluciones

En esta sección analizaremos los resultados para las tres instancias A , B y C y con los mismos datos considerados hasta ahora, salvo el porcentaje de demanda mínima a cumplir, que usaremos en $\delta = 0,7$, es decir, estamos imponiendo que al menos se satisfaga un 70 % de la demanda.

Para cada instancia presentamos una tabla que muestra, para cada mes, la biomasa entregada (y_t), la demanda para ese mes (P_t), el porcentaje relativo de la diferencia entre la biomasa entregada y la demanda ($(y_t - P_t)/P_t$) y finalmente, el porcentaje relativo entre la biomasa entregada y la demanda (y_t/P_t). Además, para cada instancia se muestran las sugerencias de siembra y cosecha dadas por el modelo. Específicamente, en una tabla, cuyas filas corresponden a cada uno de los 46 centros y cuyas columnas corresponden al período de 60 meses, se indican, para cada centro, el mes inicial de siembra y mes final de sus períodos de cosecha.

5.1.1. Instancia A

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
1	2203.44	3021.02	-27 %	73 %
2	2522.35	3603.35	-30 %	70 %
3	3278.56	4489.17	-27 %	73 %
4	3778.06	3777.98	0 %	100 %
5	3124.47	3124.47	0 %	100 %
6	3052.21	3060.84	0 %	100 %
7	3119.65	3119.65	0 %	100 %
8	3113.55	3113.55	0 %	100 %
9	4348.72	3028.90	44 %	144 %
10	3710.00	3709.45	0 %	100 %
11	4852.05	4140.64	17 %	117 %
12	5981.84	4594.79	30 %	130 %
13	7981.78	5430.27	47 %	147 %
14	5662.66	5197.87	9 %	109 %
15	3994.22	3996.36	0 %	100 %
16	3486.39	3486.39	0 %	100 %
17	3162.36	3145.41	1 %	101 %
18	3586.93	3589.82	0 %	100 %
19	4653.97	3799.39	22 %	122 %
20	4311.05	3975.84	8 %	108 %
21	4672.58	4676.23	0 %	100 %
22	5479.72	5479.72	0 %	100 %
23	6178.61	6178.61	0 %	100 %
24	7479.58	6332.90	18 %	118 %
25	6035.01	6037.87	0 %	100 %
26	5718.22	5592.65	2 %	102 %
27	7728.47	5367.74	44 %	144 %
28	5169.79	5169.79	0 %	100 %
29	5022.14	5022.14	0 %	100 %
30	5285.42	5011.61	5 %	105 %
31	4599.95	4587.71	0 %	100 %
32	5111.39	4745.81	8 %	108 %
33	7155.95	5314.66	35 %	135 %

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
34	6324.78	6343.63	0 %	100 %
35	7536.69	7536.69	0 %	100 %
36	6997.38	6702.51	4 %	104 %
37	6274.28	6253.19	0 %	100 %
38	7044.98	7044.98	0 %	100 %
39	7306.22	7011.82	4 %	104 %
40	7997.62	7088.88	13 %	113 %
41	8000.00	7053.70	13 %	113 %
42	7990.18	6463.23	24 %	124 %
43	6031.59	6026.42	0 %	100 %
44	6180.94	6024.64	3 %	103 %
45	5876.58	4872.32	21 %	121 %
46	4441.16	4438.20	0 %	100 %
47	5133.57	3779.37	36 %	136 %
48	6970.89	5011.61	39 %	139 %
49	5958.45	4587.71	30 %	130 %
50	7822.42	4745.81	65 %	165 %
51	5320.08	5314.66	0 %	100 %
52	6466.54	6343.63	2 %	102 %
53	7536.69	7536.69	0 %	100 %
54	6713.32	6702.51	0 %	100 %
55	6600.83	6253.19	6 %	106 %
56	8000.00	7044.98	14 %	114 %
57	8000.00	7011.82	14 %	114 %
58	8000.00	7088.88	13 %	113 %
59	7990.41	7053.70	13 %	113 %
60	8000.00	6463.23	24 %	124 %
Total =	342076.69	312720.60	9 %	109 %

Tabla 5.1: Biomasa cosechada para instancia A

Se puede ver que la demanda se cumple en su totalidad a partir del cuarto mes. Más aún, para algunos meses se entrega a planta más biomasa que la planificada, llegando esta cantidad a ser superior hasta más de un 40 %.

Para los primeros tres meses no se alcanza a cumplir con la demanda, de hecho sólo se cumple con la cantidad mínima establecida. Esto se puede explicar pues al ser los primeros meses del horizonte no es mucho lo que se puede hacer como para maximizar la biomasa cosechada.

Con respecto a la biomasa total cosechada en el período, observamos que se cosecha un 9% más que la biomasa total planificada. Este aumento de biomasa cosechada eventualmente se puede convertir en mayores ganancias para la empresa.

Observando la imagen que muestra sugerencia para los ciclos de siembra-cosecha de los centros, podemos decir que poseen características no deseables. Por ejemplo, hay centros que sólo poseen un ciclo de siembra-cosecha en todo el horizonte de planificación, en la práctica esto no se justifica, por los altos costos asociados a poner en funcionamiento un centro. Se puede ver también que para esta instancia no todos los centros son usados.

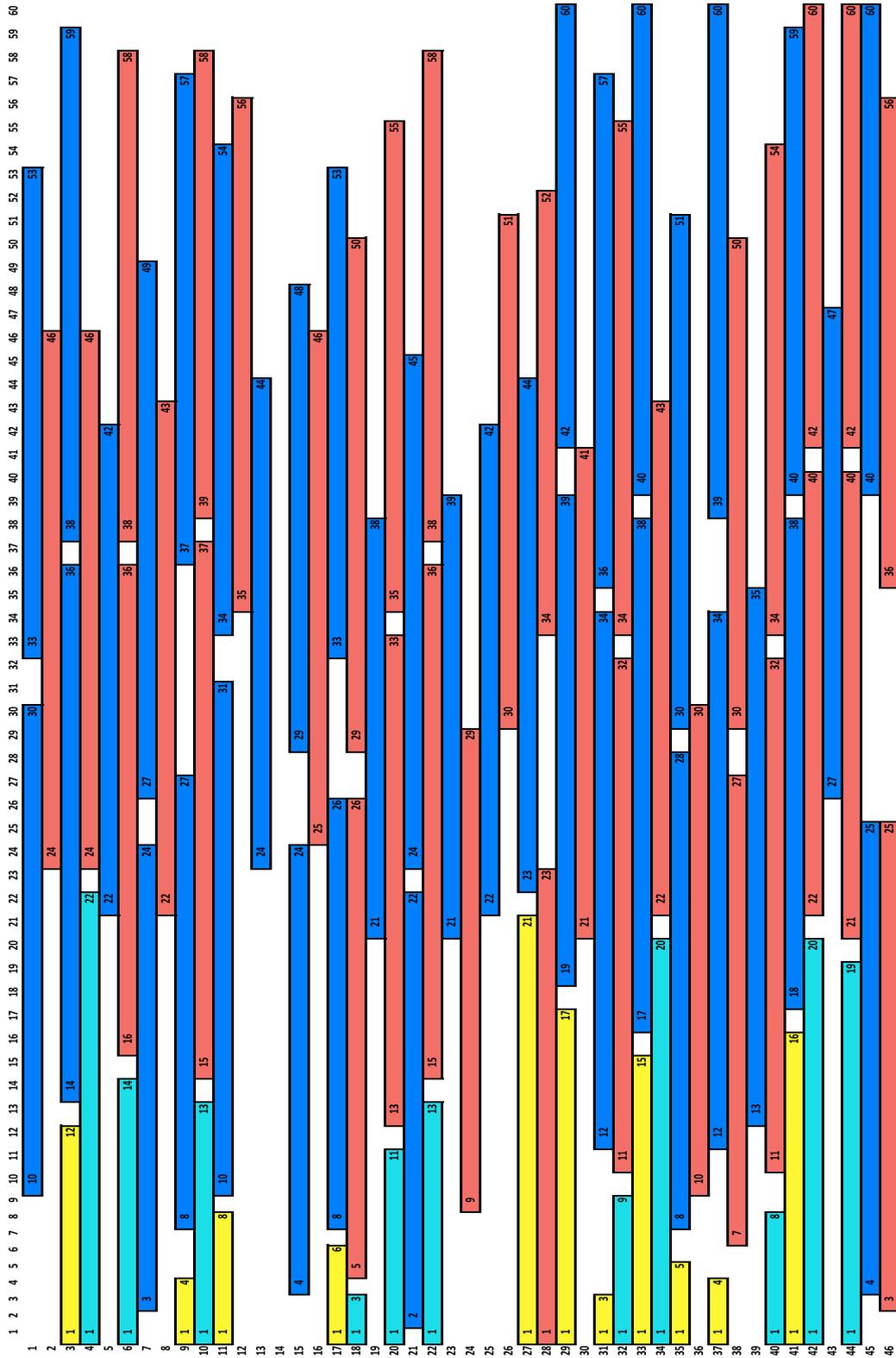


Figura 5.1: Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia A

5.1.2. Instancia *B*

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
1	2114.72	3021.02	-30 %	70 %
2	2522.35	3603.35	-30 %	70 %
3	3499.33	4489.17	-22 %	78 %
4	3690.12	3777.98	-2 %	98 %
5	3070.41	3124.47	-2 %	98 %
6	2971.11	3060.84	-3 %	97 %
7	3045.63	3119.65	-2 %	98 %
8	3107.02	3113.55	0 %	100 %
9	3853.09	3028.90	27 %	127 %
10	5046.61	3709.45	36 %	136 %
11	5112.24	4140.64	23 %	123 %
12	7014.50	4594.79	53 %	153 %
13	5963.58	5430.27	10 %	110 %
14	3638.51	5197.87	-30 %	70 %
15	4440.54	3996.36	11 %	111 %
16	5355.38	3486.39	54 %	154 %
17	4691.76	3145.41	49 %	149 %
18	4377.23	3589.82	22 %	122 %
19	4997.87	3799.39	32 %	132 %
20	4931.48	3975.84	24 %	124 %
21	4962.21	4676.23	6 %	106 %
22	4937.59	5479.72	-10 %	90 %
23	4524.26	6178.61	-27 %	73 %
24	4713.54	6332.90	-26 %	74 %
25	6330.96	6037.87	5 %	105 %
26	6657.31	5592.65	19 %	119 %
27	6253.19	5367.74	16 %	116 %
28	7044.98	5169.79	36 %	136 %
29	7011.82	5022.14	40 %	140 %
30	7088.88	5011.61	41 %	141 %
31	7054.87	4587.71	54 %	154 %
32	6463.23	4745.81	36 %	136 %
33	6343.63	5314.66	19 %	119 %

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
34	7536.69	6343.63	19 %	119 %
35	6707.71	7536.69	-11 %	89 %
36	6254.84	6702.51	-7 %	93 %
37	7044.98	6253.19	13 %	113 %
38	7011.82	7044.98	0 %	100 %
39	7088.88	7011.82	1 %	101 %
40	7057.10	7088.88	0 %	100 %
41	6463.23	7053.70	-8 %	92 %
42	7132.45	6463.23	10 %	110 %
43	7518.95	6026.42	25 %	125 %
44	6702.51	6024.64	11 %	111 %
45	6253.19	4872.32	28 %	128 %
46	7044.98	4438.20	59 %	159 %
47	7011.82	3779.37	86 %	186 %
48	7088.88	5011.61	41 %	141 %
49	7054.07	4587.71	54 %	154 %
50	6479.51	4745.81	37 %	137 %
51	6799.03	5314.66	28 %	128 %
52	6344.59	6343.63	0 %	100 %
53	7536.69	7536.69	0 %	100 %
54	6702.51	6702.51	0 %	100 %
55	6612.23	6253.19	6 %	106 %
56	8000.00	7044.98	14 %	114 %
57	7988.03	7011.82	14 %	114 %
58	8000.00	7088.88	13 %	113 %
59	7961.96	7053.70	13 %	113 %
60	8000.00	6463.23	24 %	124 %
Total =	354226.60	312720.60	13 %	113 %

Tabla 5.2: Biomasa cosechada para instancia B

Para esta instancia hay 14 meses en los cuales no se logra cumplir con la biomasa mensual planificada. Además, el número de centros ocupados y cantidad de ciclos de

siembra cosecha aumenta. Esto se explica pues la instancia B es la que sobreestima la demanda mes a mes.

No obstante, mirando la biomasa total cosechada durante todo el horizonte de planificación nos damos cuenta de que se logra superar en un 13% a la biomasa total dada por la demanda. Luego, podría ser que en los 5 años las ganancias debidas a cosechas mayor cantidad de biomasa superen a las pérdidas dadas por no cumplir demanda.

Con respecto a las sugerencias de los ciclos de siembra-cosecha de los centros, observamos que en este caso que se usan todos los centros. Además, notamos la misma falencia que para la instancia A , es decir, hay centros que sólo se ocupan una vez durante todo el horizonte de planificación.

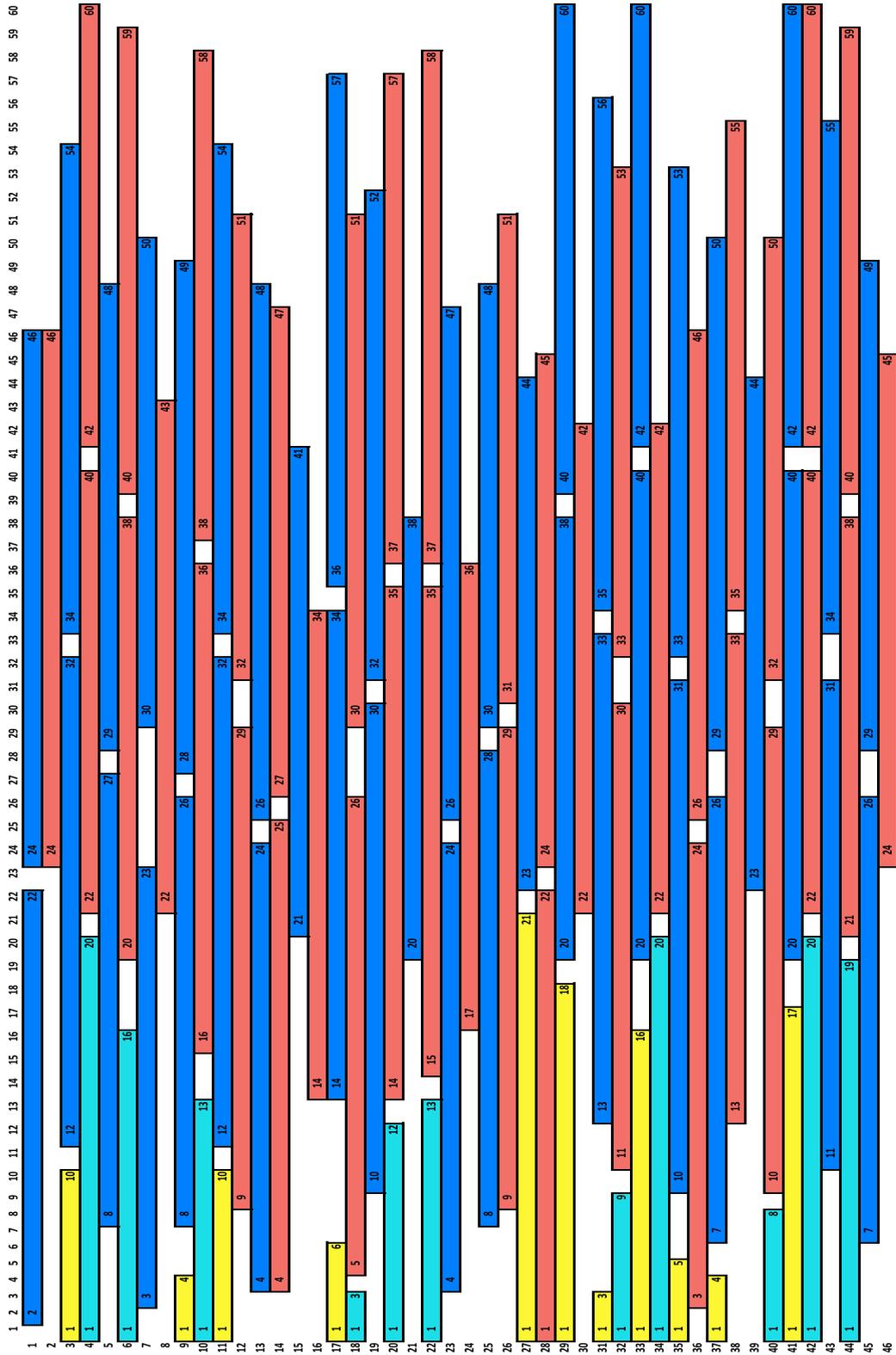


Figura 5.2: Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia B

5.1.3. Instancia C

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
1	2188.73	3021.02	-28 %	72 %
2	2522.35	3603.35	-30 %	70 %
3	3365.62	4489.17	-25 %	75 %
4	3723.15	3777.98	-1 %	99 %
5	3107.79	3124.47	-1 %	99 %
6	3060.84	3060.84	0 %	100 %
7	3121.90	3119.65	0 %	100 %
8	3284.90	3113.55	6 %	106 %
9	4148.65	3028.90	37 %	137 %
10	5493.03	3709.45	48 %	148 %
11	7377.11	4140.64	78 %	178 %
12	4600.22	4594.79	0 %	100 %
13	5433.10	5430.27	0 %	100 %
14	5197.87	5197.87	0 %	100 %
15	3997.23	3996.36	0 %	100 %
16	3998.23	3486.39	15 %	115 %
17	5475.72	3145.41	74 %	174 %
18	3570.23	3589.82	-1 %	99 %
19	3799.39	3799.39	0 %	100 %
20	3021.02	3021.02	0 %	100 %
21	3583.81	3603.35	-1 %	99 %
22	4489.17	4489.17	0 %	100 %
23	5640.57	3777.98	49 %	149 %
24	7859.78	3124.47	152 %	252 %
25	4725.11	3060.84	54 %	154 %
26	5634.85	3119.65	81 %	181 %
27	7602.94	3113.55	144 %	244 %
28	4561.76	3028.90	51 %	151 %
29	4272.03	3709.45	15 %	115 %
30	5912.29	4140.64	43 %	143 %
31	4596.38	4594.79	0 %	100 %
32	5431.70	5430.27	0 %	100 %
33	7103.00	5197.87	37 %	137 %

t	y_t	P_t	$(y_t - P_t)/P_t$	y_t/P_t
34	5772.61	3996.36	44 %	144 %
35	8000.00	3486.39	129 %	229 %
36	7936.74	3145.41	152 %	252 %
37	4762.04	3589.82	33 %	133 %
38	5130.36	3799.39	35 %	135 %
39	7054.72	3021.02	134 %	234 %
40	4232.83	3603.35	17 %	117 %
41	4826.18	4489.17	8 %	108 %
42	6483.84	3777.98	72 %	172 %
43	3899.17	3124.47	25 %	125 %
44	4396.45	3060.84	44 %	144 %
45	5301.57	3119.65	70 %	170 %
46	3180.94	3113.55	2 %	102 %
47	4266.98	3028.90	41 %	141 %
48	5973.77	3709.45	61 %	161 %
49	6322.62	4140.64	53 %	153 %
50	5954.28	4594.79	30 %	130 %
51	7266.26	5430.27	34 %	134 %
52	6878.56	5197.87	32 %	132 %
53	7921.79	3996.36	98 %	198 %
54	5552.44	3486.39	59 %	159 %
55	3372.39	3145.41	7 %	107 %
56	3661.41	3589.82	2 %	102 %
57	3875.85	3799.39	2 %	102 %
58	5426.19	3145.41	73 %	173 %
59	7317.32	3589.82	104 %	204 %
60	8000.00	3799.39	111 %	211 %
Total =	304667.78	224822.61	36 %	136 %

Tabla 5.3: Biomasa cosechada para instancia C

Para esta instancia se logra cumplir con un mínimo del 99 % de demanda para todos los meses. Más aún las cantidades cosechadas llegan incluso a superar el 100 % de cosecha por sobre la cantidad planificada.

Con respecto a la biomasa total cosechada en el período, observamos que se cosecha un 36 % más que la biomasa total planificada. Este aumento de biomasa cosechada eventualmente se puede convertir en enormes ganancias para la empresa.

Además el número de centros ocupados durante el horizonte de planificación es mucho menor que para las otras dos instancias. Esto se explica pues la instancia C es la que subestima la demanda mensual. La solución muestra el mismo problema que para las instancias A y B .

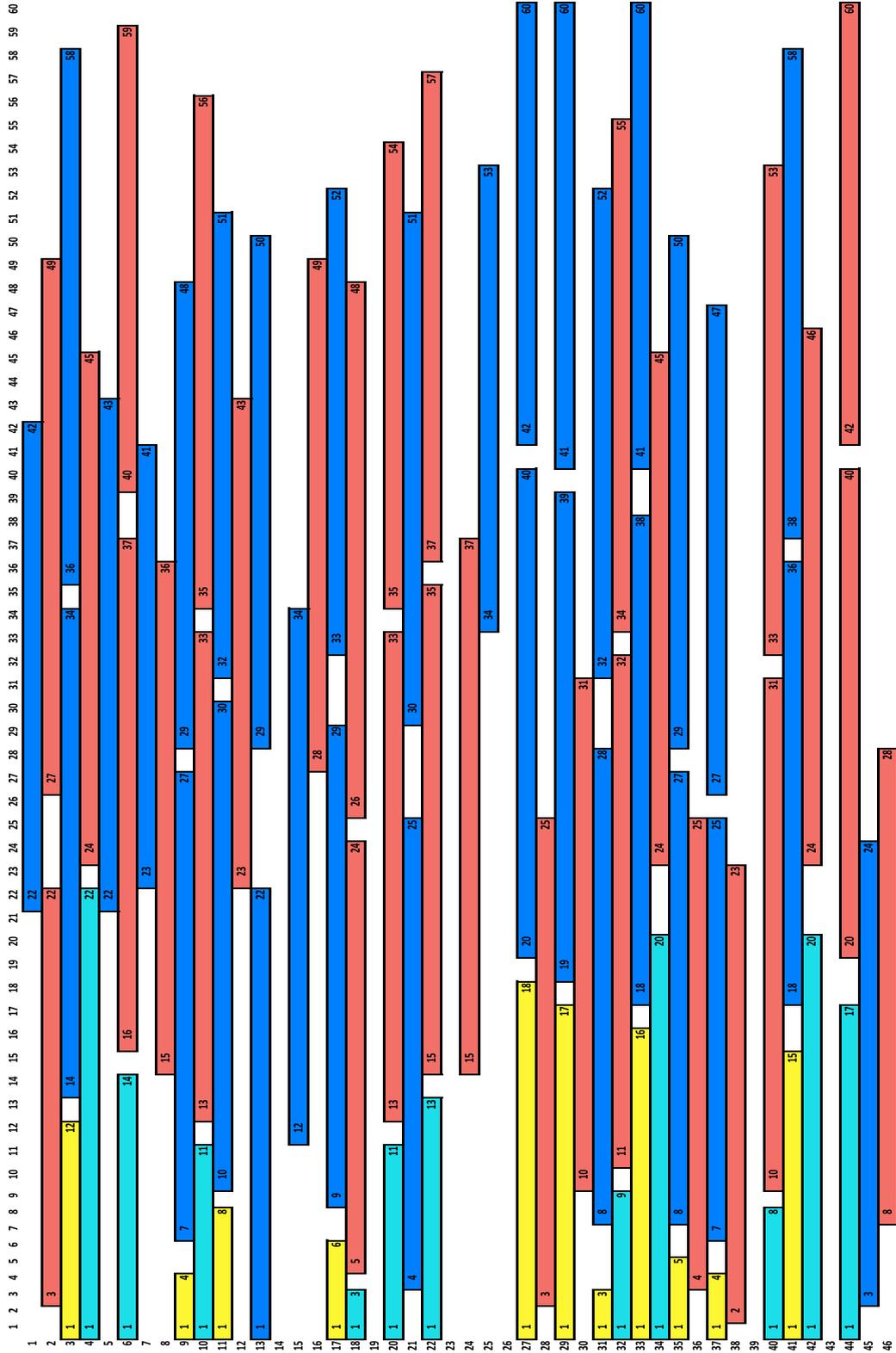


Figura 5.3: Sugerencia de ciclos de siembra-cosecha en instancia C

5.2. Comparación soluciones con y sin uso del modelo

En esta sección observamos las ventajas de usar el modelo en la planificación de la producción en agua-mar. Para esto compararemos, para la misma instancia, las decisiones tomadas “a mano” con las decisiones sugeridas por el modelo.

5.2.1. Metodología

Para hacer la comparación consideramos una instancia de prueba de tamaño real para la cual se conocen las decisiones tomadas “a mano” por el planificador, considerando un horizonte de planificación de 48 meses. Más precisamente, se conocen las decisiones relativas a las fechas de cosecha de cada jaula con salmónes al inicio de la planificación y las fechas proyectadas de siembras futuras. Para cada caso se cuenta con el detalle de pesos y número de salmónes esperados. Los datos anteriores nos permiten calcular cuál será la biomasa entregada a planta para cada uno de estos 48 meses. Además, la instancia de prueba nos provee con los valores de todos los parámetros que necesita el modelo salvo el vector de demanda.

Definimos el vector de demanda, para los primeros 47 meses como la cantidad entregada a planta en el mes respectivo, suponiendo que se toman las decisiones “a mano”. Como el modelo entrega una planificación a 60 meses, para los 13 meses restantes consideramos como demanda el promedio de la demanda para los primeros 47 meses.

De lo anterior, estamos comparando las decisiones tomadas por el modelo y las decisiones tomadas a mano para los primeros 47 meses. Observamos que al correr el modelo estamos siendo más restrictivos, pues estamos considerando una demanda para los meses 48 a 60, lo que no se tomó en cuenta en la planificación hecha “a mano”.

5.2.2. Resultados comparaciones

Las decisiones dadas por el uso del modelo y las decisiones tomadas “a mano” las comparamos según varios factores: biomasa cosechada, cantidad de centros sembrados, largo de ciclos de cosecha y pesos promedio de cosecha. Las implicancias de los resultados obtenidos se discuten a continuación.

Cantidad de Biomasa cosechada, cumplimiento de demanda

Observemos el siguiente gráfico, que muestra, para cada mes, la fracción de la demanda total correspondiente a la cantidad entregada que se logra usando el modelo.

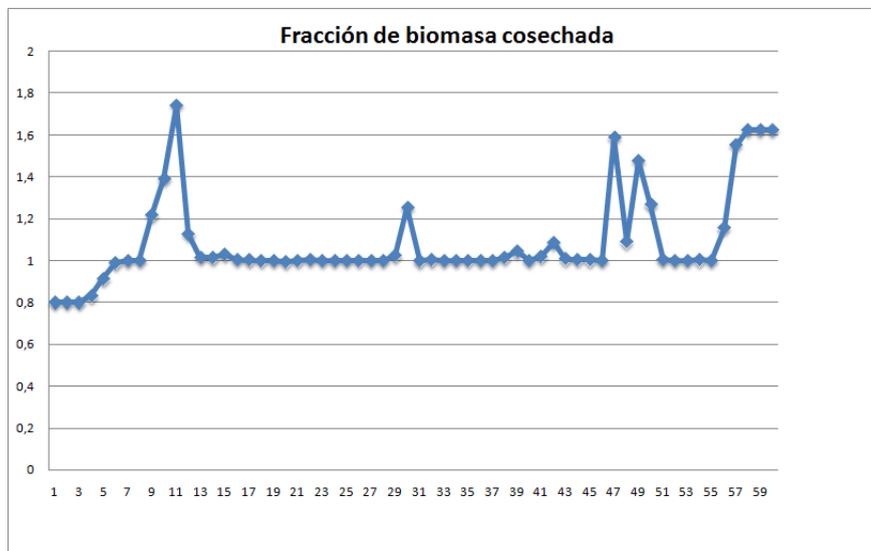


Figura 5.4: Biomasa cosechada usando el modelo

Notamos que para los primeros 4 o 5 meses lo cosechado por el modelo es inferior a la demanda en un 20 % aproximadamente. Sin embargo, para el resto de los meses del horizonte de planificación, la cantidad de biomasa entregada, usando el modelo, supera ampliamente a la demanda, llegando a superarla en más de 50 %, para algunos meses.

Con respecto a la biomasa total cosechada, el uso del modelo logra, considerando los primeros 47 meses en forma agregada, cosechar un 3 % extra de biomasa con respecto a lo planificado. De la misma forma, si consideramos el horizonte de 60 meses, se supera en un 9 % a la suma de las demandas de todos los meses del horizonte de planificación.

Así, si bien con el uso del modelo se tienen problemas para cumplir la demanda en los primeros meses, esto se compensa pues se logra superar la cantidad de biomasa total cosechada tomando las decisiones “a mano”.

Centros sembrados en siembras futuras

El uso de centros tiene un costo no despreciable para la empresa, luego una planificación ideal usa la menor cantidad de centros posibles. Analicemos que ocurre con la cantidad de módulos sembrados cuando usamos o no usamos el modelo, pues este valor nos da una idea de cuántos centros se deben usar para las siembras futuras.

Sin el modelo es necesario sembrar 76 módulos para satisfacer la demanda hasta el mes 47, mientras que con el uso del modelo es necesario sembrar sólo 70 módulos para satisfacer la demanda hasta el mismo mes. Los resultados dados por el modelo indican que para satisfacer la demanda del período completo de 60 meses es necesario sembrar

106 módulos.

Con esto, los resultados dados por el modelo nos permiten crear una planificación que usa menos módulos, y que por lo tanto reduce la cantidad de centros activos durante el horizonte de planificación.

Largo de períodos de cosecha

Recordemos que en la subsección 2.2.1 impusimos una restricción en los largos de los períodos de cosecha para cada centro. Uno de los objetivos de esta restricción es mantener cierto orden en la duración de los ciclos de siembra-cosecha. El modelo impone que todos los centros poseen un largo de período de cosecha de a lo más 3 meses.

El gráfico a continuación muestra los largos de los ciclos de cosecha de los centros con existencias en agua-mar, cuando tomamos las decisiones sin usar el modelo:

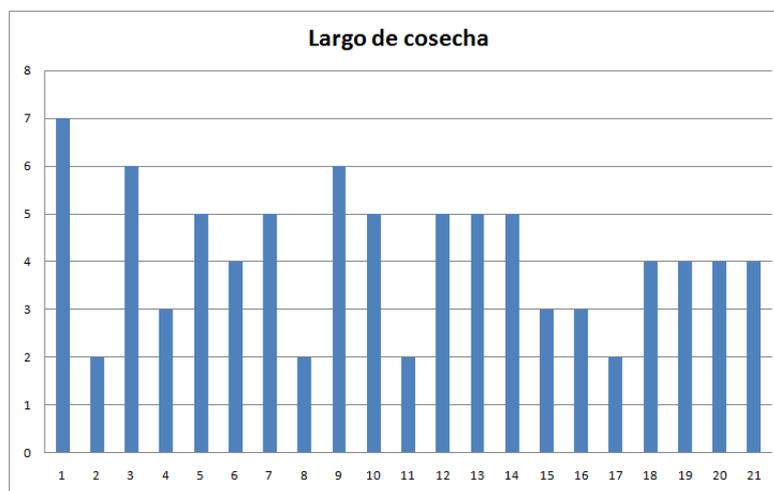


Figura 5.5: Largo ciclo de cosecha, centros con existencias en agua-mar

Observar que de los 21 centros sólo 7 respetan la restricción en el largo. Más aún, la mayoría de los centros posee un período de cosecha de largo superior a 4 meses, llegando incluso, para algunos centros a ser de 7 meses. Este hecho explica, en parte, los malos resultados del modelo para los primeros meses del horizonte de planificación.

El gráfico a continuación muestra los largos de los ciclos de cosecha de los centros usados en siembras futuras, cuando tomamos las decisiones sin usar el modelo:

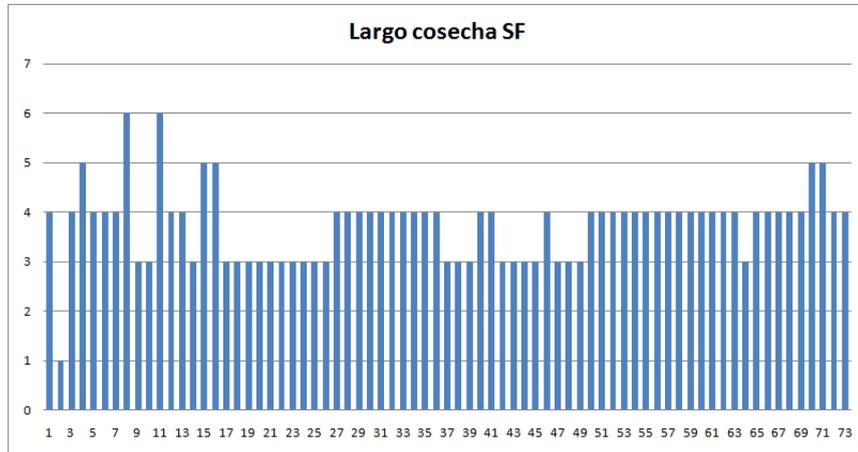


Figura 5.6: Largo ciclo de cosecha, siembras futuras

Se observa que más de la mitad de los centros no cumplen con la restricción, aunque el porcentaje de centros que no cumplen la restricción no es tan grande como en el caso anterior.

Entonces el uso modelo tiene la ventaja de que genera una planificación más ordenada, que cumple las restricciones asociadas a los largos de cosecha, lo que no es fácil de cumplir.

Pesos promedio de cosecha

En la subsección 2.2.1 pusimos una restricción importante, relativa los pesos promedios de cosecha. Específicamente, los pesos promedio permitidos de cosecha para una jaula no pueden ser menores a 3200 [gr] ni mayores de 5300 [gr].

A continuación veremos dos gráficos que dan una idea de los pesos promedios de cosecha para las jaulas de los centros con salmónes al inicio del horizonte de planificación. El primer gráfico muestra, para cada centro el peso de la jaula que fue cosechada con menor peso promedio.



Figura 5.7: Peso mínimo, centros con existencias en agua-mar

El segundo gráfico es resultado análogo, pero considerando el valor del peso de cosecha de la jaula de mayor peso promedio.



Figura 5.8: Peso máximo, centros con existencias en agua-mar

Se observa que en un tercio de los centros no se cumple la restricción de peso mínimo, mientras que sólo un centro no se cumple con la restricción de peso máximo. Pero lo más grave es que algunos centros poseen jaulas se cosechan con pesos inferiores a 3000 [gr]. Esto ocurre pues se cosechan algunas jaulas antes de tiempo para poder satisfacer la demanda de los primeros meses. En cambio, con el uso del modelo se respeta el rango permitido de peso promedio de cosecha. Más aún, el peso promedio de cosecha de las jaulas de los centros con salmónes al inicio del horizonte de planificación es de 4296,47 [gr], con una desviación estándar de 523,67. Es decir, con el modelo el peso promedio de cosecha de las jaulas se acerca al peso ideal.

Con respecto a los pesos promedio de cosecha siembras futuras, sin usar el modelo, el peso promedio de cosecha en siembras futuras es de de 4036,00 [gr], con una desviación estándar de 216,80. Con el uso del modelo, el peso promedio de cosecha en siembras futuras es de de 4517,20 [gr], con una desviación estándar de 480,03. Luego, en este caso también hay una mejora en los valores obtenidos, pues el peso promedio de cosecha está más cercano al ideal.

Capítulo 6

Otras formulaciones

En este capítulo describiremos otras posibles formulaciones para el problema de planificación de la producción en agua-mar. Estas formulaciones alternativas están basadas en flujo en redes, por lo que podría ser de utilidad estudiarlas en mayor profundidad. Las primeras dos formulaciones, que modelan el problema como un flujo en redes de jaulas fueron sugeridas por [12]. Inspirados por la idea que motiva a los modelos anteriores, sugerimos otras dos formulaciones que modelan el problema como flujo en redes de centros. No se presentan resultados computacionales para ninguna de estas formulaciones.

Por simplicidad, escribiremos las formulaciones sólo para $m = 13, M = 20, T = 60$.

6.1. Flujo en redes. Variables de jaulas.

6.1.1. Formulación de estado vacío

Notación índices

Consideramos la siguiente notación para los índices de acuerdo a los conjuntos que se detallan a continuación:

- * $i, j \in J_c$: Las jaulas que se tengan en cuenta para la planificación.
- * $t \in \mathcal{T}$: Los períodos pertenecientes al horizonte de planificación. Cada t representará un mes. Estamos pensando en un horizonte de planificación de unos 60 meses.
- * $m \in \mathcal{M} = \{m_0, \dots, m_2\}$: m representará la cantidad de meses que llevan los salmones en una jaula en particular, para un período dado.
- * $c \in \mathcal{C}$: Representa el conjunto de módulos.

Variables

Siguiendo la notación introducida en la parte anterior, se definen las siguientes variables que nos permiten formular un modelo lineal para resolver el problema:

$$\begin{aligned}
 x_{citm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ en } t \text{ tiene salmones sembrados en agua-mar hace } m \text{ meses.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 v_{citm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i, \text{ en } t, \text{ lleva } m \text{ meses en el estado vacío} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 COS_{itm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ cosecha, en } t, \text{ salmones sembrados hace } m \text{ meses.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 mC_{ct} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ se empieza a cosechar en } t \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 S_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \in \mathcal{C} \text{ se siembra en mes } s \in \{t, t+1\} \text{ para cumplir una} \\ & \text{siembra prefijada para el mes } t \in SFS \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 A_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ se siembra en } s \in \{t-1, t, t+1\} \text{ para cumplir una siembra} \\ & \text{prefijada para el mes } t \in SFY \\ 0 & \sim \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ahora describiremos las variables reales positivas:

y_t = cantidad de biomasa entregada en el mes t .

h_t = cantidad de biomasa guardada en el mes t para ser considerada en el mes $t+1$.

HG_t = cantidad de biomasa faltante para cumplir planificación en mes t .

Restricciones

Cada centro y jaula posee condiciones iniciales en el primer mes del horizonte de planificación

$$\begin{aligned}
 \forall c \in \mathcal{C}_f, \forall i \in J_c^f \quad x_{ci1m(i)} &= 1 \\
 \forall c \in \mathcal{C}_f, \forall i \in J_c^f, \forall m \neq m(i) \quad x_{ci1m} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_e, \forall i \in J_c, \forall m \neq m_0 \quad x_{ci1m} = 0$$

donde $m(i)$ es el estado inicial de la jaula $i \in J_c^f$.

También se deben cumplir las condiciones iniciales para las variables de vacío

$$\forall c \in \mathcal{C}_f, \forall i \in J_c^f, \forall m \neq m_0 \quad v_{ci1m} = 0$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_e, \forall i \in J_c, \forall m \neq m_0 \quad v_{ci1m} = 0$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_e, \forall i \in J_c, \forall m = m_0 \quad x_{ci1m} = 1$$

Ecuaciones de flujo asociado a cada jaula

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, \forall m \leq 12 \quad x_{citm} = x_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, \forall 13 \leq m \leq 21 \quad x_{citm} \geq x_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, \forall m \leq 21 \quad v_{citm} \geq v_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59 \quad v_{cit+1m_0} = \sum_{\substack{m \in \mathcal{M} \\ m \leq 21}} (x_{citm} - x_{cit+1m+1})$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59 \quad x_{citm_0} = \sum_{\substack{m \in \mathcal{M} \\ m \leq 21}} (v_{citm} - v_{cit+1m+1})$$

Por otro lado, una jaula puede cosechar sólo si ha tenido salmones durante el tiempo suficiente

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T}, \forall 13 \leq m \leq 21 \quad COS_{citm} = x_{citm} - x_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T}, m = 22 \quad COS_{citm} = x_{citm}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, t = 60, \forall 13 \leq m \leq 21 \quad COS_{citm} \leq x_{citm}$$

Además, se debe tener en cuenta la condición de borde para el último mes

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \sum_{m \in \mathcal{M}} \text{COS}_{ci60m} \leq 1$$

Por otro lado, todas las jaulas de un mismo centro se deben sembrar en la misma fecha y deben cosechar en el ciclo de cosecha asociado al centro

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i, j \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad x_{citm_0} = x_{jtm_0}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad |c| \cdot mc_{ct} \leq \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{h=0}^2 \text{COS}_{ci(t+h)m}$$

donde $|c|$ es en número de jaulas que posee el centro $c \in \mathcal{C}$.

Se puede guardar parte de la biomasa cosechada en un mes para entregarla a planta al mes siguiente. No obstante esta cantidad no puede superar cierto porcentaje η de lo cosechado

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{itm} \right)$$

La cantidad de biomasa que es entregada a planta se calcula en función de las jaulas de cada centro que son cosechadas en cada mes

$$\forall t = 1 \quad y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{citm} - h_1$$

$$\forall t \in \mathcal{T} \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{citm} + h_{t-1} - h_t$$

donde β_{citm} es la cantidad de biomasa de la jaula $i \in J_c$ que será procesada en planta en el mes t , cuando la jaula llevaba sembrada m meses al momento de ser cosechada en el mes t .

La variable y_t tiene algunas restricciones particulares, las cuales corresponden exactamente a las restricciones 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 de la formulación original.

Por otro lado, para cumplir los requerimientos de agua-dulce, para los primeros meses del horizonte de planificación, necesitamos las variables S_{cts} , A_{cts} . Las variables S_{cts} están definidas a partir de las siguientes restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFS, t-1 \notin SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t} + A_{ct+1t}$$

Por otro lado, las variables A_{cts} están definidas a partir de las restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFY, t-1 \in SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + S_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + A_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFY, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ctt} + A_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1 \in SFY, t, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct-1t}$$

Para cada uno de los primeros meses del horizonte de planificación, se deben sembrar exactamente la cantidad de meses prefijada por la planificación de agua-dulce

$$\forall t \in SFR : \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFR_t$$

donde $Tam_c \in \{1, 2\}$ indica el número de módulos del centro c .

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFS \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFS_t$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas o adelantadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFY \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFY_t$$

Función Objetivo

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{citm} - \alpha_p \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} HG_t$$

6.1.2. Formulación cosecha variable

Variables

Siguiendo la notación introducida en la parte anterior, se definen las siguientes variables que nos permiten formular un modelo lineal para resolver el problema:

$$\begin{aligned}
 x_{citm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ en } t \text{ posee salmones sembrados en agua-mar hace } m \text{ meses.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 w_{citsm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ es sembrada en } t, \text{ habiendo sido cosechada en } s \text{ con estado} \\ & m \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 f_{cit} &= \begin{cases} 1 & \text{variable auxiliar usada para que se pueda sembrar la jaula } i \in J_c \setminus J_c^f. \\ & \text{Si } i \in J_c^f \text{ esta variable la fijamos en cero.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 \text{COS}_{itm} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ cosecha, en } t, \text{ salmones sembrados hace } m \text{ meses.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 mC_{ct} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ se empieza a cosechar en } t \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 S_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \in \mathcal{C} \text{ se siembra en mes } s \in \{t, t+1\} \text{ para cumplir una} \\ & \text{siembra prefijada para el mes } t \in SFS \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 A_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si } c \text{ se siembra en } s \in \{t-1, t, t+1\} \text{ para cumplir una siembra prefijada} \\ & \text{para el mes } t \in SFY \\ 0 & \sim \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ahora describiremos las variables reales positivas:

y_t = cantidad de biomasa entregada en el mes t .

h_t = cantidad de biomasa guardada en el mes t para ser considerada en el mes $t + 1$.

HG_t = cantidad de biomasa faltante para cumplir planificación en mes t .

Restricciones

Los centros y jaulas deben cumplir las condiciones iniciales que poseen el mes 1 del horizonte de planificación

$$\begin{aligned} \forall c \in \mathcal{C}_f, \forall i \in J_c^f \quad x_{ci1m(i)} &= 1 \\ \forall c \in \mathcal{C}_f, \forall i \in J_c^f \forall m \neq m(i) \quad x_{ci1m} &= 0 \\ \forall c \in \mathcal{C}_e, \forall i \in J_c \forall m \neq m_0 \quad x_{ci1m} &= 0 \end{aligned}$$

donde $m(i)$ es el estado inicial de la jaula i que posee salmónes al inicio del horizonte considerado.

Ecuaciones de flujo asociado a cada jaula

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, \forall m \leq 12 \quad x_{citm} = x_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, \forall 13 \leq m \leq 21 \quad x_{citm} = x_{cit+1m+1} + \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ s > t+2+d_c}} w_{cistm}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 59, m = 22 \quad x_{citm} = \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ s > t+2+d_c}} w_{cistm}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} : t > 1, \quad x_{citm_0} = f_{cit} + \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ t > s+2+d_c}} w_{citsm}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \quad x_{ci1m_0} = f_{ci1}$$

Por otro lado, las jaulas de cada centro sólo pueden cosechar si cumplen con el rango válido de permanencia en el agua

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad \forall 13 \leq m \leq 21 \quad \text{COS}_{citm} = x_{citm} - x_{cit+1m+1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad m = 22 \quad \text{COS}_{citm} = x_{citm}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \forall 13 \leq m \leq 21 \quad \text{COS}_{ci60m} \leq x_{ci60m}$$

Condición de borde para el último período

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, \quad \sum_{m \in \mathcal{M}} \text{COS}_{ci60m} \leq 1$$

Para cada jaula las variables f_{cit} deben tomar sólo una vez el valor 1

$$\forall c \in \mathcal{C}_E, \forall i \in J_c, \quad \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{cit} = 1$$

Las jaulas de un mismo centro deben ser sembradas el mismo mes, además las jaulas deben cosechar en su período de cosecha respectivo

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i, j \in J_c, \forall t \in \mathcal{T} \quad x_{citm_0} = x_{jtm_0}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad |c| \cdot mc_{ct} \leq \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{h=0}^2 \text{COS}_{ci(t+h)m}$$

donde $|c|$ es en número de jaulas que posee el centro c .

Se puede guardar parte de la biomasa cosechada en un mes para entregarla a planta al mes siguiente. No obstante esta cantidad no puede superar cierto porcentaje η de lo cosechado.

$$\forall t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{citm} \right)$$

La cantidad de biomasa que es entregada a planta se calcula en función de las jaulas de cada centro que son cosechadas en cada mes

$$\forall t = 1 \quad y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} \text{COS}_{citm} - h_1$$

$$\forall t \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_m \beta_{citm} \cos_{citm} + h_{t-1} - h_t$$

donde β_{citm} es la cantidad de biomasa de la jaula $i \in J_c$ que será procesada en planta en el mes t , cuando la jaula llevaba sembrada m meses al momento de ser cosechada en el mes t .

La variable y_t tiene algunas restricciones particulares, las cuales corresponden exactamente a las restricciones 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 de la formulación original.

Por otro lado, para cumplir los requerimientos de agua-dulce, para los primeros meses del horizonte de planificación, necesitamos las variables S_{cts}, A_{cts} . Las variables S_{cts} están definidas a partir de las siguientes restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFS, t-1 \notin SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t} + A_{ct+1t}$$

Por otro lado, las variables A_{cts} están definidas a partir de las restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFY, t-1 \in SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + S_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + A_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFY, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ctt} + A_{ct-1t}$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1 \in SFY, t, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{c1tm_0} = A_{ct-1t}$$

Para cada uno de los primeros meses del horizonte de planificación, se deben sembrar

exactamente la cantidad de meses prefijada por la planificación de agua-dulce

$$\forall t \in SFR \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFR_t$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFS \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFS_t$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas o adelantadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFY \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{c1tm_0} = SFY_t$$

Función Objetivo

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta_{citm} COS_{citm} - \alpha_p \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} HG_t$$

6.2. Flujo en redes. Variables de centros.

6.2.1. Formulación cosecha variable

Variables

Primero describiremos las variables binarias:

$$x_{ctm} = \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ en el mes } t \text{ posee salmones sembrados en agua-mar hace} \\ & m \text{ meses.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$w_{ctsm} = \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ es sembrado en el mes } t \text{ y el período de cosecha anterior} \\ & \text{comenzó en el mes } s \text{ cuando llevaba } m \text{ meses sembrado.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{COSCEN}_{ctm} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ comienza uno de sus ciclos de cosecha en el mes } t, \text{ cuando} \\ & \text{llevaba } m \text{ meses sembrado.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 \text{COS}_{citms} &= \begin{cases} 1 & \text{si la jaula } i \text{ cosecha en } t \text{ cuando llevaba } m \text{ meses sembrada y el período} \\ & \text{de cosecha del centro } c \text{ comenzó en el mes } s. \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 f_{ct} &= \begin{cases} 1 & \text{variable auxiliar usada para que se pueda sembrar el centro } c \in \mathcal{C}_e \text{ en} \\ & \text{los primeros períodos.} \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 S_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \in \mathcal{C} \text{ se siembra en mes } s \in \{t, t+1\} \text{ para cumplir una} \\ & \text{siembra prefijada para el mes } t \in SFS \\ 0 & \sim \end{cases} \\
 A_{cts} &= \begin{cases} 1 & \text{si el centro } c \text{ se siembra en } s \in \{t-1, t, t+1\} \text{ para cumplir una siembra} \\ & \text{prefijada para el mes } t \in SFY \\ 0 & \sim \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ahora describiremos las variables reales positivas:

y_t = cantidad de biomasa entregada en el mes t .

h_t = cantidad de biomasa guardada en el mes t para ser considerada en el mes $t+1$.

HG_t = cantidad de biomasa faltante para cumplir planificación en mes t .

Restricciones

Cada centro debe cumplir las condiciones que posee al inicio del horizonte de planificación

$$\forall c \in \mathcal{C}_f \quad x_{c1m(i)} = 1 \tag{6.1}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_f, \forall m \neq m_{\text{centro}}(c) \quad x_{c1m} = 0 \tag{6.2}$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_e, \forall m \neq m_0 \quad x_{c1m} = 0 \tag{6.3}$$

donde $m_{\text{centro}}(c)$ es el estado inicial del centro c que posee salmones al inicio del horizonte

considerado.

Las ecuaciones de flujo para cada centro, desde que se siembra hasta que se cosecha se escriben como

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \leq 59, \forall m \leq 12 \quad x_{ctm} = x_{ct+1m+1} \quad (6.4)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \leq 59, \forall 13 \leq m \leq 19 \quad x_{ctm} = x_{ct+1m+1} + \text{cosen}_{ctm} \quad (6.5)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \leq 59, m = 20 \quad x_{ctm} = \text{cosen}_{ctm} \quad (6.6)$$

Ahora escribiremos el flujo de estados en cada centro, pero desde que se cosecha hasta que siembra. Denotaremos i_p a la primera jaula y i_u a la última del centro c . Dada una jaula i , la jaula $i + 1$ denotará a la jaula siguiente con respecto al orden que tengan las jaulas.¹

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall 13 \leq m \leq 20 \quad \text{cosen}_{ctm} = \sum_{k=0}^2 \text{COS}_{ci_p(t+k)(m+k)t} \quad (6.7)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall i \in J_c, i_p \leq i < i_u \forall t, \forall 13 \leq m \leq 20, \sum_{k=0}^2 \text{COS}_{ci(t+k)(m+k)t} = \sum_{k=0}^2 \text{COS}_{c(i+1)(t+k)(m+k)t} \quad (6.8)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 57, \forall 13 \leq m \leq 20 \quad \sum_{k=0}^2 \text{COS}_{ci_p(t+k)(m+k)t} = \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ s > t+2+d_c}} w_{cstm} \quad (6.9)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} : t > 1 \quad x_{ctm_0} - f_{ct} = \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ t > s+2+d_c}} w_{ctsm} \quad (6.10)$$

$$\forall c \in \mathcal{C}_e \quad x_{c1m_0} = f_{c1} \quad (6.11)$$

Por otro lado, puede guardar parte de la biomasa cosechada en un mes para entregarla a planta al mes siguiente. No obstante esta cantidad no puede superar cierto porcentaje η de lo cosechado.

¹El orden de las jaulas es arbitrario.

$$\forall t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} \beta_{citm} \text{COS}_{citms} \right) \quad (6.12)$$

La cantidad de biomasa que es entregada a planta se calcula en función de las jaulas de cada centro que son cosechadas en cada mes

$$\forall t = 1 \quad y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} \beta_{citm} \text{COS}_{citms} - h_1 \quad (6.13)$$

$$\forall t \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} \beta_{citm} \text{COS}_{citms} + h_{t-1} - h_t \quad (6.14)$$

donde β_{citm} es la cantidad de biomasa de la jaula $i \in J_c$ que será procesada en planta en el mes t , cuando la jaula llevaba sembrada m meses al momento de ser cosechada en el mes t .

La variable y_t tiene algunas restricciones particulares, las cuales corresponden exactamente a las restricciones 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 de la formulación original.

Por otro lado, para cumplir los requerimientos de agua-dulce, para los primeros meses del horizonte de planificación, necesitamos las variables S_{cts}, A_{cts} . Las variables S_{cts} están definidas a partir de las siguientes restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFS, t-1 \notin SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = S_{ctt} \quad (6.15)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t} \quad (6.16)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFS, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = S_{ctt} + S_{ct-1t} + A_{ct+1t} \quad (6.17)$$

Por otro lado, las variables A_{cts} están definidas a partir de las restricciones

$$\forall t \in \mathcal{T} : t \in SFY, t-1 \in SFS, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + S_{ct-1t} \quad (6.18)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t, t+1 \in SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = A_{ct+1t} + A_{ctt} + A_{ct-1t} \quad (6.19)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1, t \in SFY, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = A_{ctt} + A_{ct-1t} \quad (6.20)$$

$$\forall t \in \mathcal{T} : t-1 \in SFY, t, t+1 \notin SFY, \forall c \in \mathcal{C} \quad x_{ctm_0} = A_{ct-1t} \quad (6.21)$$

Para cada uno de los primeros meses del horizonte de planificación, se deben sembrar exactamente la cantidad de meses prefijada por la planificación de agua-dulce

$$\forall t \in SFR : \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{ctm_0} = SFR_t \quad (6.22)$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFS \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{ctm_0} = SFS_t \quad (6.23)$$

Para los meses en que las siembras pueden ser retrasadas o adelantadas en un mes, se debe cumplir con la cantidad de siembras prefijadas

$$\forall t \in SFS \quad \sum_{c \in \mathcal{C}} Tam_c x_{ctm_0} = SFY_t \quad (6.24)$$

Función Objetivo

$$z = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i \in J_c} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2, t)} \beta_{citms} \cos_{itms} - 5000 \cdot \sum_t HG_t \quad (6.25)$$

6.2.2. Formulación cosecha constante

La formulación presentada en esta subsección es similar en espíritu a la formulación auxiliar 1. En otras palabras, se restringe en la formulación anterior el valor que pueden tomar las variables de cosecha por jaula.

Dados $c \in \mathcal{C}$, $t \in \mathcal{T}$, $m \in \mathcal{M}$ y $s \in I(t, t+2)$ creamos el parámetro B_{ctms} , que indica la biomasa entregada en s por el centro c cuando los salmones llevaban m meses en el centro al momento del inicio de la cosecha en el mes t .

De la formulación anterior se eliminan las variables \cos_{citms} y todas sus restricciones relacionadas. Además, para ser consistentes, se considerarán sólo las variables \cos_{ctm}

tal que todas las jaulas pueden cosechar en al menos uno de los 3 meses del ciclo de cosecha que empieza en t . Por otro lado se conservan las variables x_{ctm} , w_{ctsm} , $coscen_{ctm}$, f_{cit} , S_{cts} , A_{cts} , y_t , h_t y HG_t , con la misma interpretación de antes y se mantienen las restricciones 6.1, 6.2,6.3, 6.4,6.5, 6.6,6.15, 6.16,6.17, 6.18,6.19, 6.20,6.21, 6.22,6.23, 6.24. Las restricciones que se agregan representa el flujo desde cosecha hasta la siembra y el cómo se calcula la biomasa.

Veamos las restricciones. Comenzamos por las que representan el flujo de estados en cada centro, desde que se cosecha hasta que siembra.

$$\forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} : t \leq 57, \forall 13 \leq m \leq 20 \quad coscen_{ctm} = \sum_{\substack{s \in \mathcal{T} \\ s > t+2+d_c}} w_{istm}$$

Por otro lado, puede guardar parte de la biomasa cosechada en un mes para entregarla a planta al mes siguiente. No obstante esta cantidad no puede superar cierto porcentaje η de lo cosechado.

$$\forall t \quad h_t \leq \eta \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} B_{ctms} coscen_{csm} \right)$$

La cantidad de biomasa que es entregada a planta se calcula en función de las jaulas de cada centro que son cosechadas en cada mes

$$y_1 = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{m \in \mathcal{M}} B_{c1m1} coscen_{c1m} - h_1$$

$$\forall t \quad y_t = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} B_{ctms} coscen_{csm} + h_{t-1} - h_t$$

La variable y_t tiene algunas restricciones particulares, las cuales corresponden exactamente a las restricciones 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 de la formulación principal.

Función Objetivo

$$z = \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{s \in I(t-2,t)} B_{ctms} coscen_{csm} - \alpha_p \cdot \sum_t HG_t$$

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1. Conclusiones y comentarios

En este trabajo hemos propuesto una metodología para resolver el problema de planificación de la producción en agua-mar de una empresa salmonera. Más específicamente, bajo ciertos supuestos razonables, realizamos un modelamiento abstracto del problema que nos permitió formular diversos modelos de programación lineal entera mixta que permite resolver apropiadamente este problema.

Una de las formulaciones propuestas fue analizada en profundidad, estudiando su comportamiento teórico y realizando los experimentos computacionales adecuados. En particular, se lograron reducir los tiempos de ejecución del modelo, mejorando la formulación y usando una metodología ad-hoc para encontrar rápidamente soluciones factibles con buen valor en la función objetivo.

Las otras formulaciones no fueron estudiadas en profundidad, pero dado que están basadas en flujo en redes, se ven prometedoras, sobretodo las formulaciones en que el flujo está basado en centros, pues es un modelo que posee muchas menos variables.

Además, la calidad del programa de siembras dado por el modelo posee ventajas sobre la metodología de planificación actual. En particular, se logra cosechar una cantidad mayor de biomasa, se cumplen las restricciones de peso promedio de cosecha y de largo de ciclo de cosecha, lo que permite una planificación más ordenada, no hay necesidad de cosechar a pesos bajo el mínimo establecido para lograr cumplir con la demanda. Así, se tienen posibles beneficios económicos asociados a la ganancia dada la mayor cantidad de biomasa extraída y a una disminución de los costos, ya que los centros se cosechan de forma más ordenada.

Finalmente, se puede concluir que estas metodologías empleadas para resolver el problema de planificación de la salmonera, en instancias de tamaño real, resultan ser eficientes,

pues se mejora la calidad del programa de siembras en agua-mar y se reducen notablemente los tiempos asignados a la planificación misma.

7.2. Sugerencias de trabajo futuro

7.2.1. Formulación principal

Reducción de simetrías: centros equivalentes

Consideremos $\{\mathcal{C}_l\}_{l \in \mathcal{L}}$ partición de \mathcal{C} tal que, $\forall l \in \mathcal{L}$, \mathcal{C}_l es un conjunto de centros equivalentes, en el sentido de que son indistinguibles, por ejemplo, centros que tienen el mismo número de módulos y poseen los mismos parámetros de ajuste a los modelos de crecimiento y mortalidad. De lo anterior, si consideramos $c, c' \in \mathcal{C}_l$ entonces en una solución factible cualquiera podemos intercambiar los roles de c y de c' . Esto da a lugar a muchas soluciones factibles y/o soluciones óptimas que tienen el mismo valor en la función objetivo.

Para solucionar este problema podemos crear, para cada $l \in \mathcal{L}$ un orden entre cada uno de los elementos de los conjuntos \mathcal{C}_l , digamos la relación de orden total \prec_l e imponer las restricciones:

$$\forall c, c' \in \mathcal{C}_l : c' \prec_l c, \forall (t, s) \in \mathcal{F}_C \quad W_{cts} \leq \sum_{\substack{(t', s') \in \mathcal{F}_C \\ I(t, s_{dc}) \cap I(t', s'_{dc}) \neq \emptyset}} W_{c't's'}$$

es decir, para que el centro c se pueda sembrar en t y empezar a cosechar en s , todos los centros “menores” deben estar ocupados en algún mes entre t y s .

Esta restricción elimina sólo algunas soluciones factibles equivalentes por lo que no cambia la solución óptima del problema, pues no es difícil probar que cualquier solución factible puede ser reordenada, intercambiando centros pertenecientes al mismo conjunto \mathcal{C}_l , de manera tal que esta nueva solución factible tenga el mismo valor objetivo y cumpla además con la restricción de orden.

Otra forma de eliminar este tipo de simetría, que fue sugerida por el profesor Martín Matamala, consiste en cambiar las variables $W_{cts} \in \{0, 1\}$ por las variables $W_{ts} \in \mathbb{N}$. La idea es que W_{ts} corresponda al número de centros que se siembran en t y comienzan su período de cosecha en s . Si usamos estas nuevas variables, la biomasa que aportan los centros se pueden estimar cambiando las variables de jaula de manera similar y escribiendo las restricciones adecuadas.

Desigualdades válidas

Se pueden buscar más desigualdades válidas, con el fin de mejorar la formulación y, así reducir aún más los tiempos de ejecución. Por ejemplo, desigualdades que sean implicadas por las restricciones de rango de cosecha y de peso sobre las jaulas.

Validación del modelo

Si bien los resultados entregados por el modelo son razonables y permiten reducir los tiempos dedicados a la planificación, no hemos validado la versión final del modelo en un contexto de aplicación real en la empresa. Sin embargo, versiones preliminares del modelo fueron analizadas por el encargado de la planificación, quien encontró que los resultados entregados por el modelo eran buenos, pero sugirió algunas restricciones adicionales que en un principio no estaba consideradas, por ejemplo, las restricciones sobre la cantidad de biomasa entregada (y_t). Dado que actualmente la industria salmonera está pasando por una etapa complicada, provocada principalmente por el virus ISA, se prefirió no seguir con el proceso de validación del modelo.

Modelamiento de otras características del problema

- Períodos de carencia (vacunación): no se permite cosecha en esos meses (para las jaulas que están en agua-mar).
- Considerar costo de cosecha en t .

La implementación de los períodos de carencia es trivial. Por otra parte agregar los costos al modelos, ya sea como función objetivo o como restricción es una tarea muy difícil de implementar, pues no se tienen claros cuáles son los costos. Requeriría un trabajo no menor en conjunto con la empresa.

Modelo de programación estocástica:

Al encargado de la planificación en la empresa le gustó la idea de tener un modelo que no basará sus resultados sólo en valores deterministas si no que tomara en cuenta la estocasticidad del problema.

Ellos ven la aleatoriedad más que nada en el modelo de mortalidad que poseen. El modelo de crecimiento, aunque también es variable, dicen tenerlo bastante ajustado a la realidad (pues se ajustan constantemente, siendo pesimistas con respecto a los valores que les da su modelo).

El virus ISA no afecta el crecimiento de los pescados, solamente afecta su mortalidad, que aumenta, en pocas semanas desde un 1 % hasta un 40 %. Por este motivo deben sacar los pescados antes, en 2 kilos versus los 4.5 kilos que es lo óptimo.

Consecuentemente con esta realidad, los únicos parámetros del modelo que son inciertos son los que se relacionan con el crecimiento y mortalidad de los salmones, es decir, los parámetros de peso, número de salmones por jaula y biomasa. De esto se puede ver que hay que hay pocas restricciones que poseen incertidumbre, por lo que pareciera que no es difícil implementar eficientemente alguna metodología que tome en cuenta la aleatoriedad del problema.

7.2.2. Otras formulaciones

Para estas formulaciones se deberían realizar experimentos computacionales que permitan comparar su desempeño con respecto a la formulación propuesta en el capítulo 3, tanto en tiempos de ejecución como en el calidad de las soluciones entregadas.

Bibliografía

- [1] Página web de la empresa Multiexport foods S.A. [en línea], <www.multiexportfoods.com>[junio 2009] .
- [2] Página web de Salmon Chile [en línea], <www.salmonchile.com>[junio 2009].
- [3] NEMHAUSER, George. y WOLSEY, Laurence. Integer and Combinatorial Optimization. Wiley-Interscience. 1988.
- [4] WOLSEY, Laurence. Integer Programming. Wiley-Interscience. 1998.
- [5] GOLUMBIC, Martin C. Algorithmic graph theory and perfect graphs. Academic Press. 1980.
- [6] ROSENTHAL Richard E. GAMS-CPLEX User's Guide. GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA. 2007.
- [7] ILOG, Inc. ILOG CPLEX 9.1 User's Manual. 2005.
- [8] MULTIEXPORTFOODS S.A. Memoria Anual. 2008.
- [9] SALMON Chile. Informe Económico de la Salmonicultura. 2005
- [10] HOLMES, Benjamín. comunicación personal.
- [11] LUCENA, Abilio. Comunicación personal.
- [12] MARENCO, Javier. Comunicación personal.