

GEOMETRÍA PROYECTIVA  
Segundo Cuatrimestre — 2011  
Segundo Parcial

---

APELLIDO Y NOMBRE: .....

L.U.: ..... HOJAS: .....

---

1. Encuentre los puntos de intersección de las curvas

$$y^2z - x(x - 2z)(x + z) = 0, \quad x^2 - 2xz + y^2 = 0$$

y determine la multiplicidad de intersección de cada uno de ellos.

2. Una curva reducible en  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$  tiene punto singulares.

3. En toda superficie compacta de  $\mathbb{R}^3$  hay un punto donde la curvatura es positiva.

*Sugerencia.* Si  $M$  es la superficie en cuestión, considere un punto  $p \in M$  que está a distancia máxima del origen.

4. Si  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  es una curva regular, su superficie tangente es la parametrizada por la función  $\phi : I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que

$$\phi(s, t) = \alpha(s) + t\alpha'(s).$$

Muestre que la superficie tangente a una curva es regular salvo a lo sumo sobre la curva original y que todos sus puntos son parabólicos.