

# GEOMETRÍA PROYECTIVA

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2011

El curso presente constituye una introducción a la Geometría Diferencial y a la Geometría Algebraica. Focalizaremos en el estudio de subvariedades, principalmente curvas y superficies, de espacios euclídeos, afines y proyectivos, reales y complejos. Se enfatizará el rigor y la precisión en las demostraciones de teoremas como así también la consideración de ejemplos y el desarrollo de la intuición geométrica.

## PROGRAMA

### 1) Curvas paramétricas diferenciables.

Ejemplos. Longitud de arco, curvatura, torsión. Ecuaciones de Frenet. Teorema de clasificación ortogonal.

### 2) Variedades.

Subvariedades diferenciales de  $\mathbb{R}^n$ . Variedades algebraicas en  $K^n$ . Definiciones y ejemplos. Espacio tangente, puntos regulares y puntos singulares. Funciones diferenciables, derivada, fibrado tangente.

### 3) Cuádricas.

Clasificación ortogonal y afín, real y compleja. Rango, centro y puntos singulares. Otros problemas de clasificación, acción de un grupo en un conjunto, invariantes.

### 4) Superficies.

Ejemplos: superficies de revolución, superficies regladas. Primera forma fundamental; distancia en la superficie. Isometrías, deformaciones. Aplicación de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura media y Gaussiana. Direcciones principales. Puntos elípticos, hiperbólicos y parabólicos. Teorema egregio de Gauss. Geodésicas.

### 5) Curvas algebraicas.

Curvas algebraicas en el plano afín  $K^2$ . Puntos singulares, multiplicidad, cono tangente. Multiplicidad de intersección. Asíntotas. Curvas algebraicas en el plano proyectivo  $\mathbb{P}^2(K)$ . Coordenadas homogéneas y coordenadas afines. Homogeneización y deshomogeneización. Teorema de Bézout. Sistemas lineales de curvas. Curvas racionales. Puntos de inflexión y el Hessiano. Cúbicas: clasificación, forma de Weierstrass. Género. Integrales abelianas. Aplicaciones racionales entre curvas. Transformaciones cuadráticas, desingularización. Curva dual, fórmulas de Plücker. Desarrollos de Puiseux.

**BIBLIOGRAFIA**

- Alekseevskij-Vinogradov-Lychagin. Geometry I: Basic ideas and concepts of differential geometry. Encyclopedia of Mathematical Sciences. Springer.
- Brieskorn-Knorrer. Plane algebraic curves. Birkhauser.
- Cukierman. Cuádricas y cúbicas.  
<http://mate.dm.uba.ar/~fcukier/Teaching.htm>
- Do Carmo. Differential geometry of curves and surfaces. Prentice Hall.
- Fulton. Algebraic Curves. Springer.
- Hilbert-Cohn Vossen. Geometry and the imagination. Chelsea (AMS).
- Klingenberg. Curso de geometría diferencial. Springer.
- Prasolov-Tikhomirov. Geometry. American Mathematical Society.
- Struik. Lectures on classical differential geometry. Dover.
- Stoker. Differential geometry. Wiley.
- Walker. Algebraic Curves. Springer.