

1	2	3	4	Calif.

Nombre:

LU:

Geometría Proyectiva

Recuperatorio primer parcial - 19/12/07

1. Hallar la curvatura y la torsión de las siguientes curvas espaciales.

a) $\alpha(t) = (t^2, t^3, t^4);$

b) $\alpha(t) = (t, \frac{1+2t^2}{t}, \frac{2}{t}).$

2. Sea α una curva regular cuya traza está sobre una esfera de radio r . Probar que su curvatura cumple $\kappa \geq 1/r$.

3. Sea $M \subset \mathbb{R}^m$ y $N \subset \mathbb{R}^n$ subvariedades diferenciales, y sea $f : M \rightarrow N$ una función diferenciable. Se define el **gráfico** Γ de f como

$$\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^{m+n} | x \in M, f(x) = y \in N\}.$$

a) Probar que Γ es una subvariedad de \mathbb{R}^{m+n} .

b) Probar que el espacio tangente $T\Gamma_{x,y} \subset TM_x \times TN_y$ es igual al gráfico del morfismo lineal df_x .

4. Una superficie $S \subset \mathbb{R}^3$ se dice **minimal** si su curvatura media es cero.

a) Probar que si las direcciones asintóticas de M son ortogonales, entonces M es minimal.

b) Probar que vale la recíproca si se asume que M no tiene puntos planos.

Sugerencia: Considere la fórmula de Euler.

Justifique todas las respuestas