

Autómatas celulares

Mariano Suárez-Alvarez
mariano@dm.uba.ar

Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Semana de la Matemática
28 de abril, 2011

Autómatas celulares

Autómatas celulares

El terreno

El terreno



Autómatas celulares

Células

Las células



Autómatas celulares

Células

Muchas células



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

Evolución

Evolución



Autómatas celulares

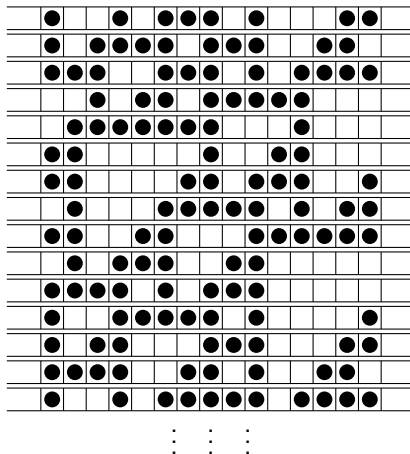
Evolución

La historia completa

Autómatas celulares

Evolución

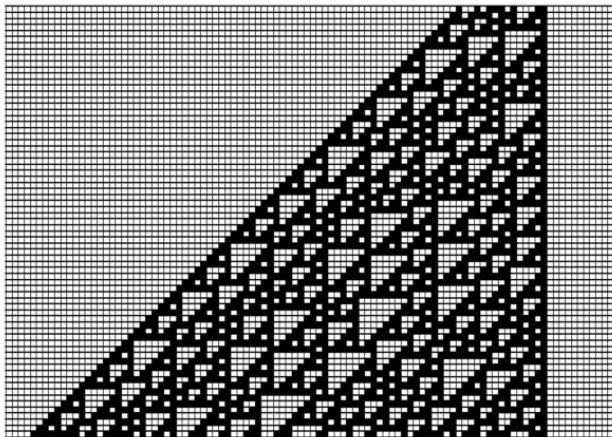
La historia completa



Autómatas celulares

Evolución

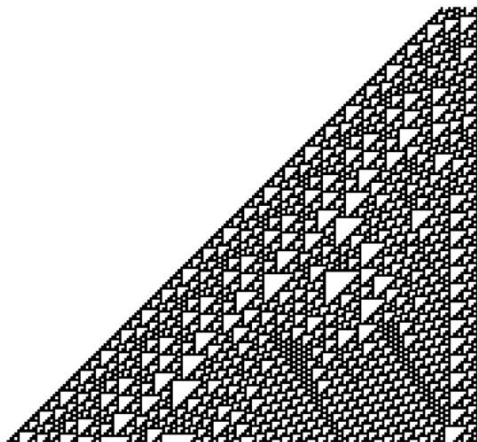
La historia completa: los primeros 100 pasos



Autómatas celulares

Evolución

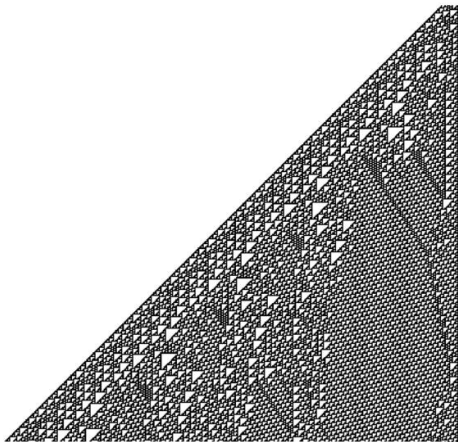
La historia completa: los primeros 200 pasos



Autómatas celulares

Evolución

La historia completa: los primeros 400 pasos



Autómatas celulares

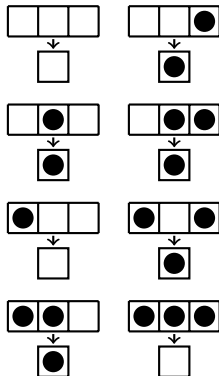
Evolución

¿Cómo funciona?

Autómatas celulares

Evolución

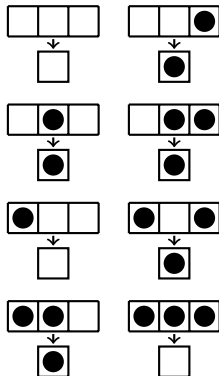
Las reglas



Autómatas celulares

Evolución

Las reglas

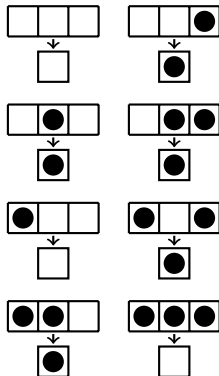


¿Cómo se usan?

Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



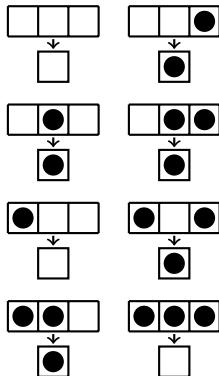
¿Cómo se usan?



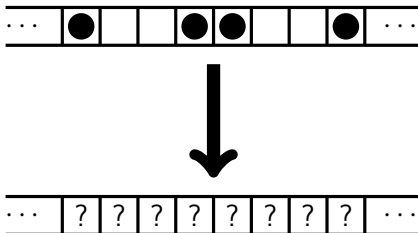
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



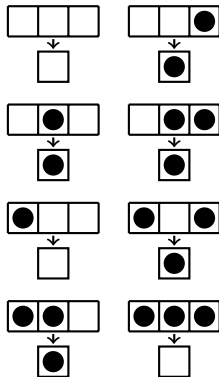
¿Cómo se usan?



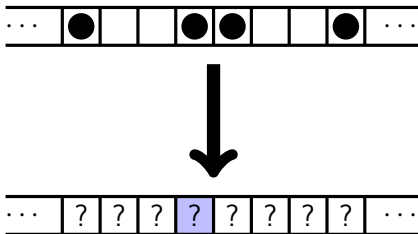
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



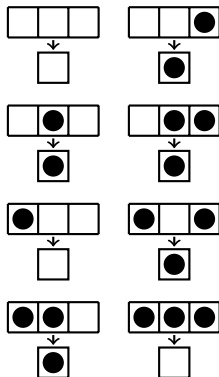
¿Cómo se usan?



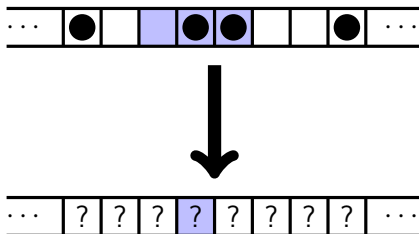
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



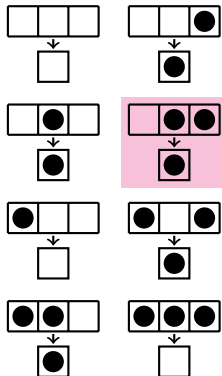
¿Cómo se usan?



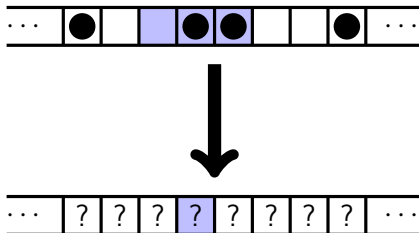
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



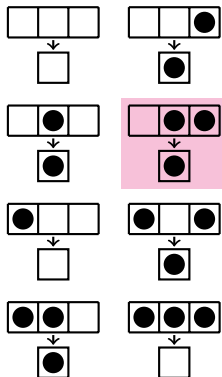
¿Cómo se usan?



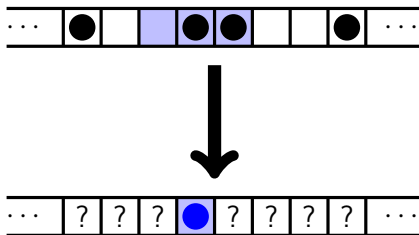
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



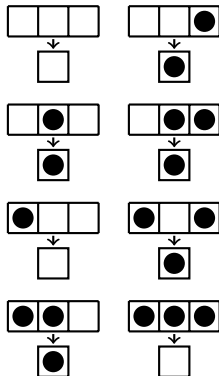
¿Cómo se usan?



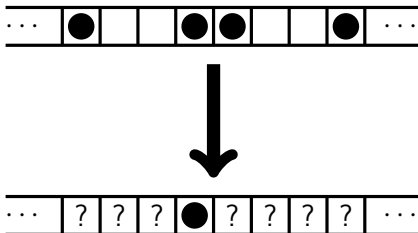
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



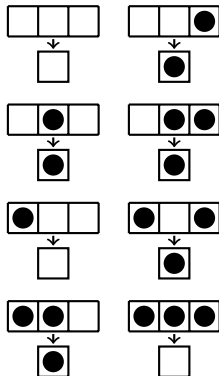
¿Cómo se usan?



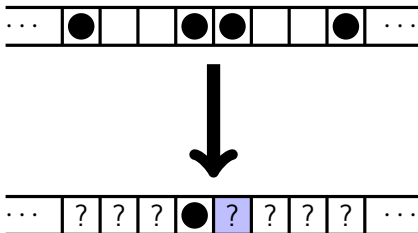
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



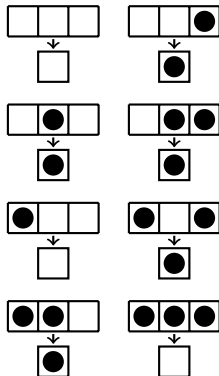
¿Cómo se usan?



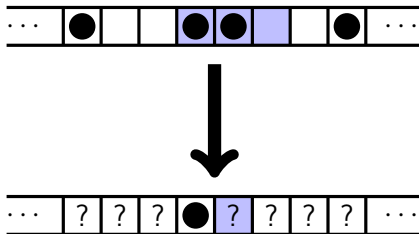
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



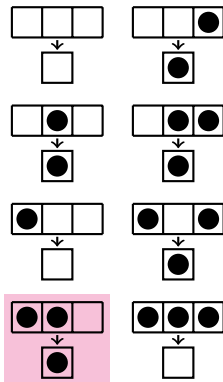
¿Cómo se usan?



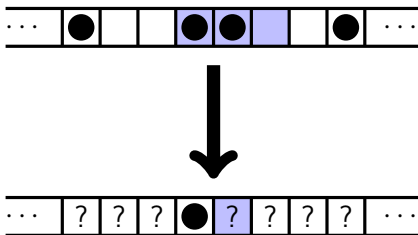
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



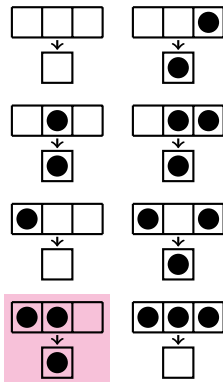
¿Cómo se usan?



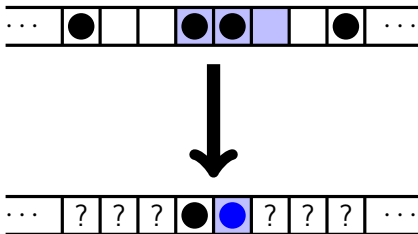
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



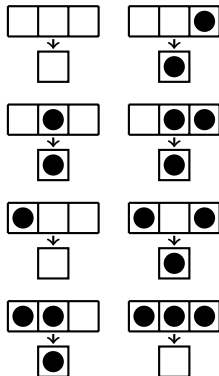
¿Cómo se usan?



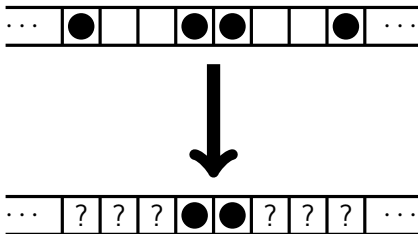
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



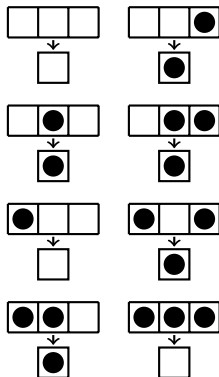
¿Cómo se usan?



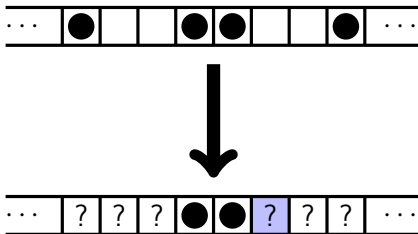
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



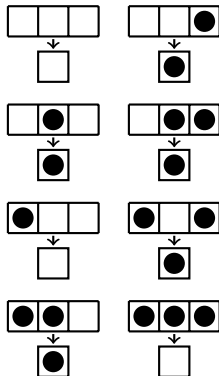
¿Cómo se usan?



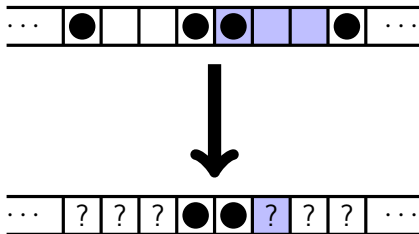
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



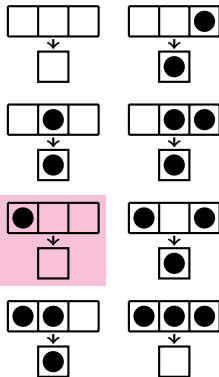
¿Cómo se usan?



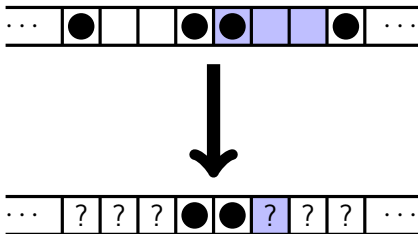
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



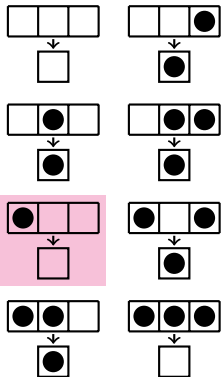
¿Cómo se usan?



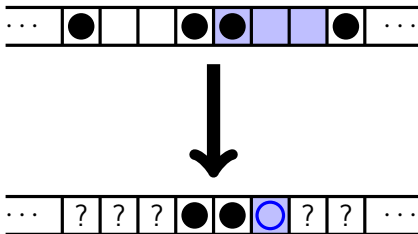
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



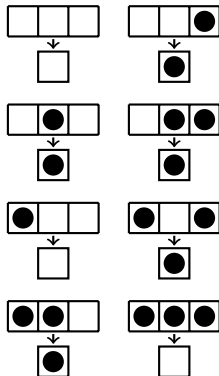
¿Cómo se usan?



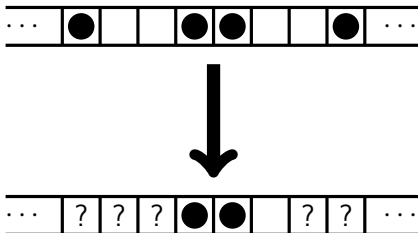
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



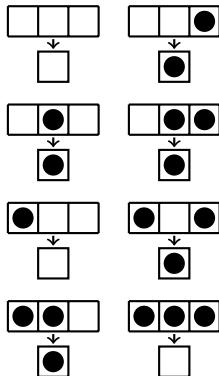
¿Cómo se usan?



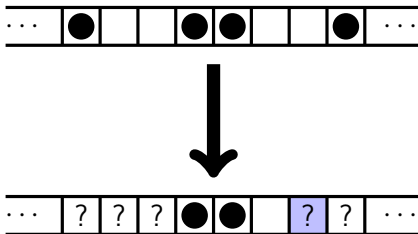
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



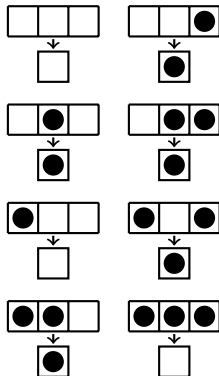
¿Cómo se usan?



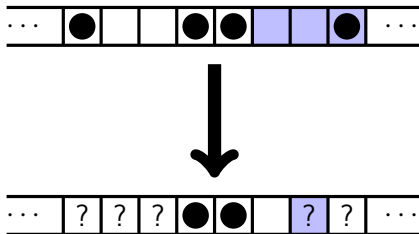
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



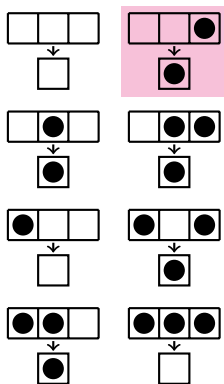
¿Cómo se usan?



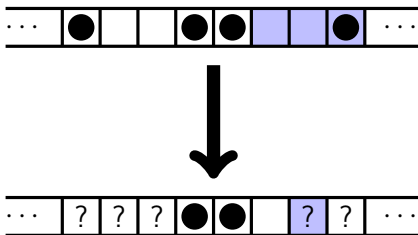
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



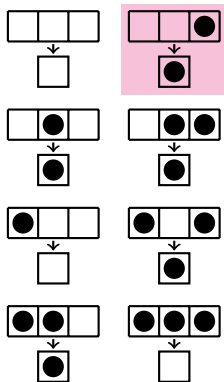
¿Cómo se usan?



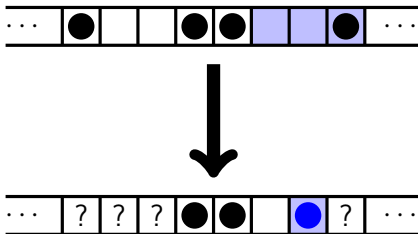
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



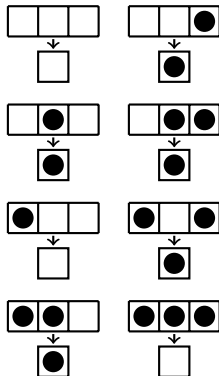
¿Cómo se usan?



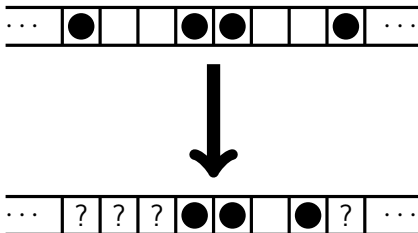
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



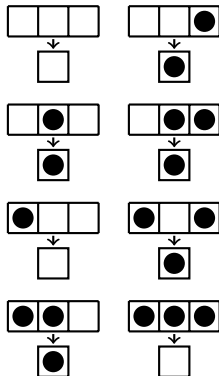
¿Cómo se usan?



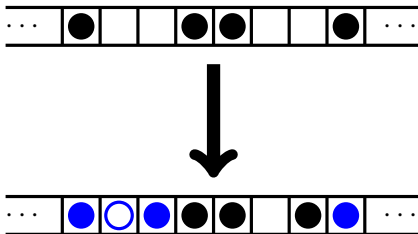
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas



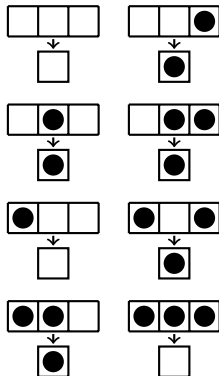
¿Cómo se usan?



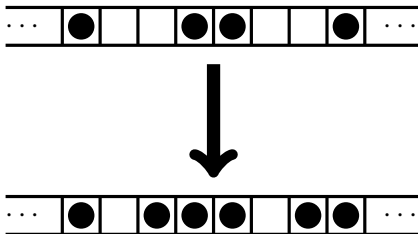
Autómatas celulares

Evolución

Las reglas

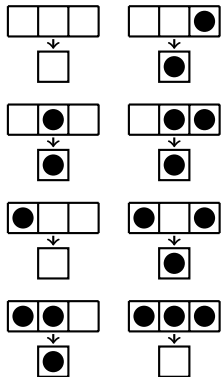


¿Cómo se usan?

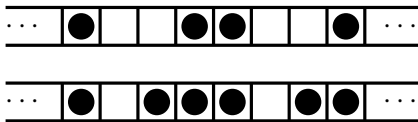


Autómatas celulares

Las reglas

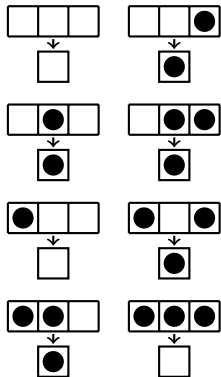


¿Cómo se usan?

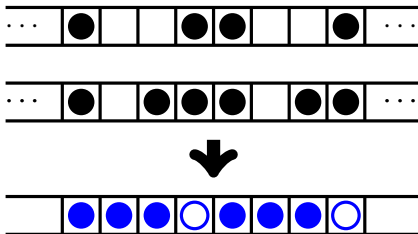


Autómatas celulares

Las reglas

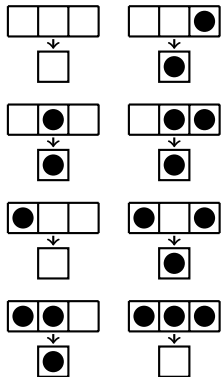


¿Cómo se usan?

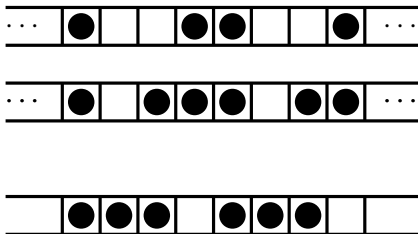


Autómatas celulares

Las reglas

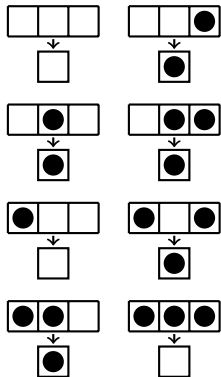


¿Cómo se usan?

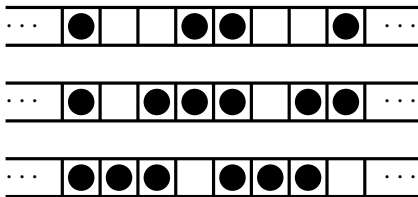


Autómatas celulares

Las reglas

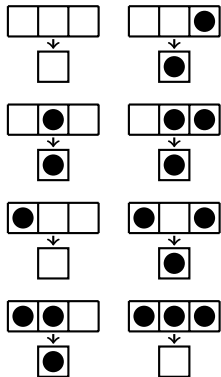


¿Cómo se usan?

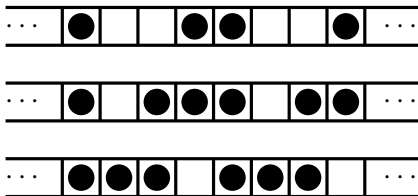


Autómatas celulares

Las reglas



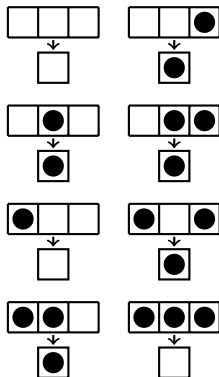
¿Cómo se usan?



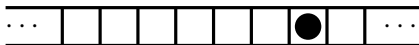
etc, etc. . .

Autómatas celulares

Las reglas

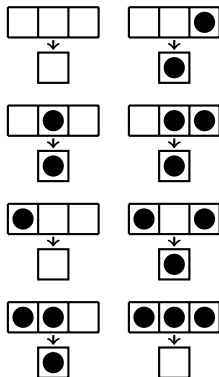


Otro ejemplo

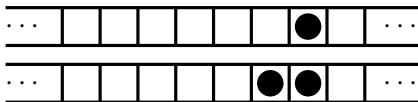


Autómatas celulares

Las reglas

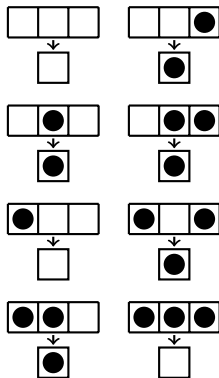


Otro ejemplo

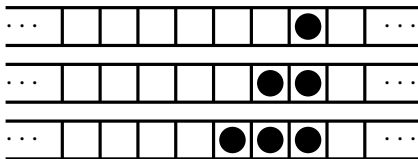


Autómatas celulares

Las reglas

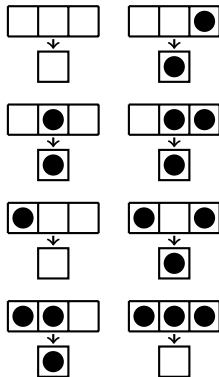


Otro ejemplo

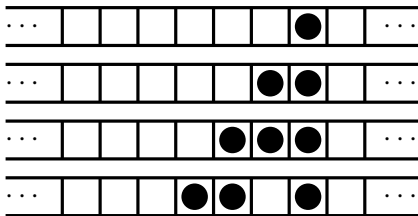


Autómatas celulares

Las reglas

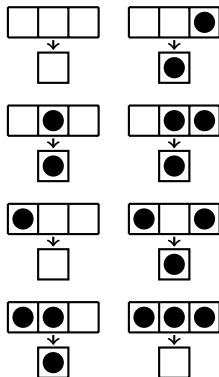


Otro ejemplo

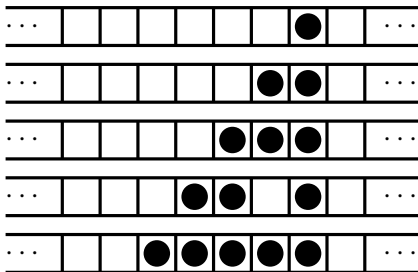


Autómatas celulares

Las reglas

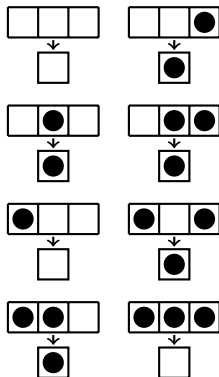


Otro ejemplo

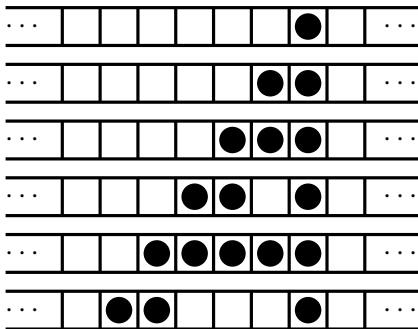


Autómatas celulares

Las reglas

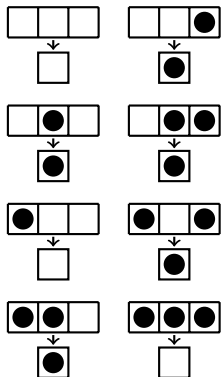


Otro ejemplo

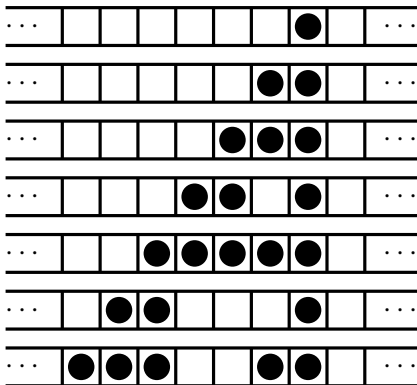


Autómatas celulares

Las reglas

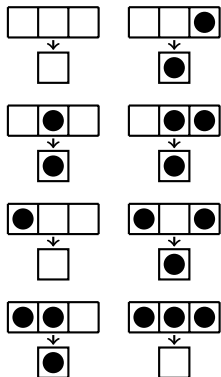


Otro ejemplo

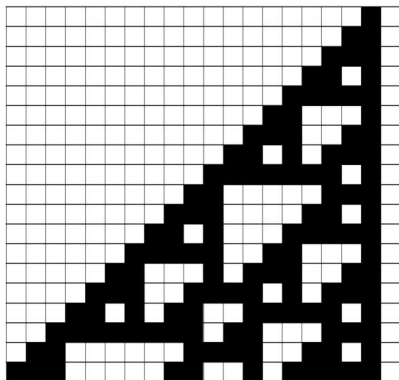


Autómatas celulares

Las reglas

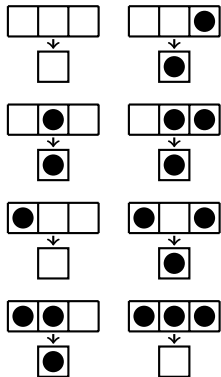


Otro ejemplo

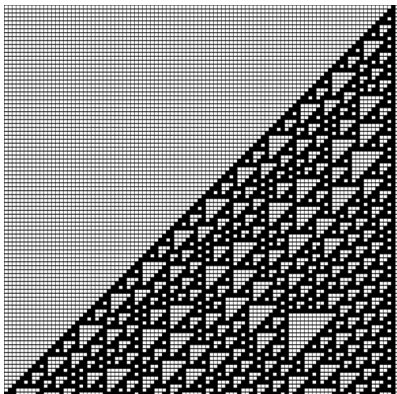


Autómatas celulares

Las reglas

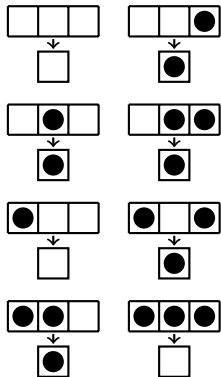


Otro ejemplo

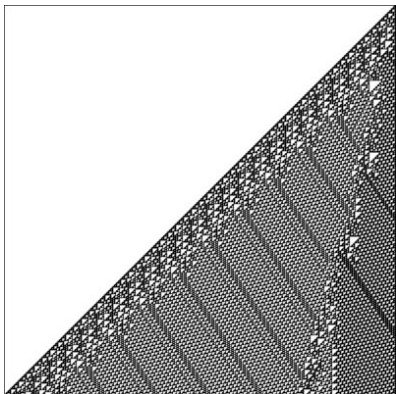


Autómatas celulares

Las reglas

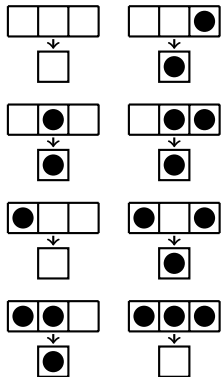


Otro ejemplo

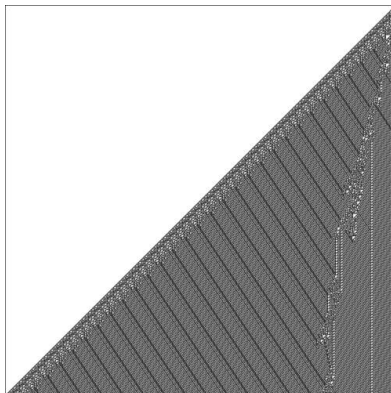


Autómatas celulares

Las reglas



Otro ejemplo



Autómatas celulares

¿Para qué puede llegar a servir esto?

Autómatas celulares

¿Para qué puede llegar a servir esto?

- ▶ Modelos matemáticos de
 - ▶ tejidos celulares y poblaciones de microorganismos
 - ▶ el proceso de formación de cristales
 - ▶ sistemas de partículas, sistemas moleculares, . . . , sistemas de galaxias
- ▶ Se utilizan
 - ▶ para hacer el análisis y diseño de computadoras paralelas
 - ▶ para reconocimiento de patrones
 - ▶ para generar números al azar
 - ▶ etc. . .

Autómatas celulares

¿A quién se le ocurrió?

Autómatas celulares

¿A quién se le ocurrió?

John von Neumann

1903 – 1957

- ▶ Análisis funcional, teoría de juegos, mecánica cuántica, etc
- ▶ «El último gran matemático»
- ▶ Uno de los miembros principales del *Proyecto Manhattan* (1942–46)
- ▶ Uno de los inventores de la computadora moderna



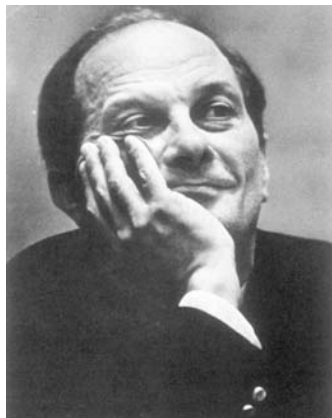
Autómatas celulares

¿A quién se le ocurrió?

Stanisław Ulam

1909 – 1984

- ▶ Teoría de conjuntos, teoría de números, topología algebraica, etc.
- ▶ Una extraordinaria capacidad para hacer buenas preguntas!
- ▶ Miembro del *Proyecto Manhattan* (1942–46)



Autómatas celulares

¿A quién se le ocurrió?

¿Qué los llevó a considerar autómatas celulares?

- ▶ Ulam estaba estudiando la forma en que los cristales se forman
- ▶ von Neumann estaba estudiando *sistemas autorreplicantes*

Finales de la década de 1940

Laboratorio Nacional de Los Álamos, Estados Unidos

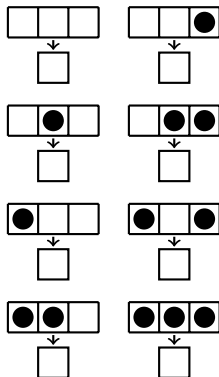
Autómatas celulares

Variaciones

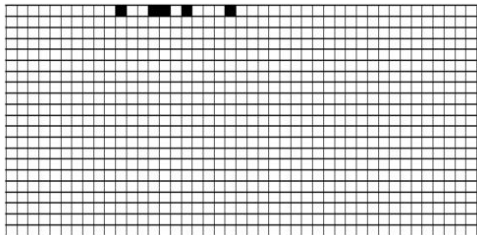
Autómatas celulares

Variaciones: extinción inmediata!

Las reglas



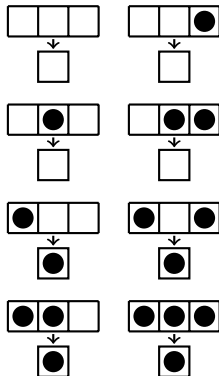
Con estas reglas cualquier población se extingue



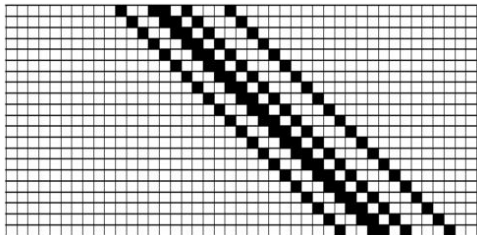
Autómatas celulares

Variaciones: *marcha hacia la derecha*

Las reglas



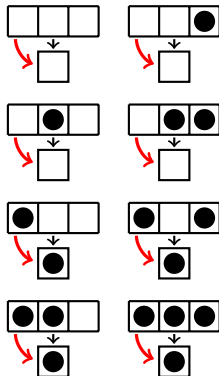
Con estas reglas cualquier población
marcha hacia la derecha



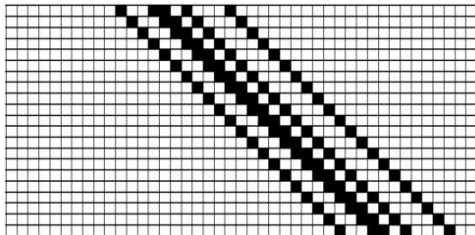
Autómatas celulares

Variaciones: *marcha hacia la derecha*

Las reglas



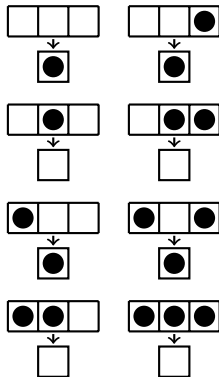
Con estas reglas cualquier población
marcha hacia la derecha



Autómatas celulares

Variaciones: alternante

Las reglas

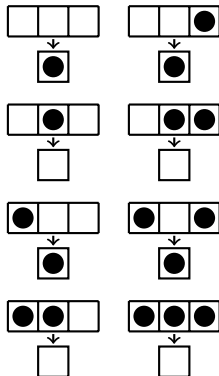


Con estas reglas cualquier población
alterna eternamente

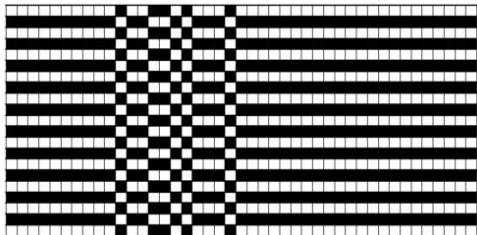
Autómatas celulares

Variaciones: alternante

Las reglas



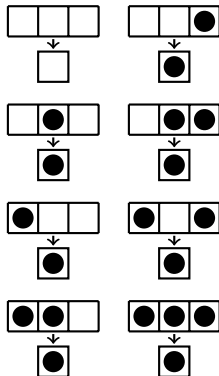
Con estas reglas cualquier población
alterna eternamente



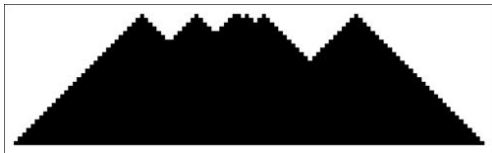
Autómatas celulares

Variaciones: multiplicación

Las reglas



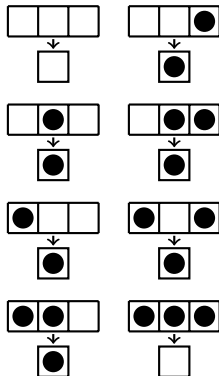
Con estas reglas cualquier población
se multiplica indefinidamente



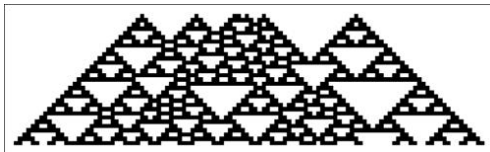
Autómatas celulares

Variaciones: multiplicación pero un poco controlada

Las reglas



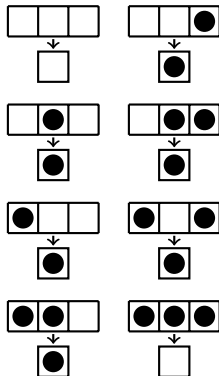
Estas reglas cualquier población
se multiplica pero con problemas de espacio



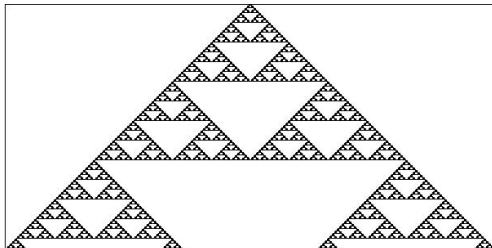
Autómatas celulares

Variaciones: multiplicación pero un poco controlada

Las reglas



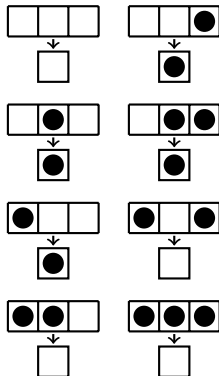
Estas reglas cualquier población
se multiplica pero con problemas de espacio



Autómatas celulares

Variaciones: la regla 30

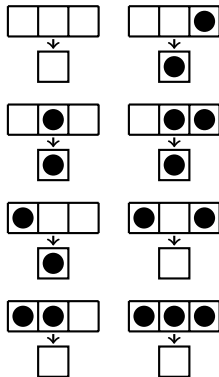
Las reglas



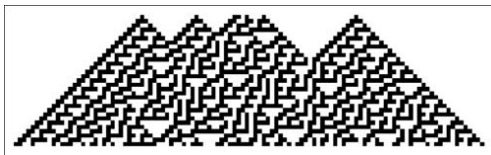
Autómatas celulares

Variaciones: la regla 30

Las reglas



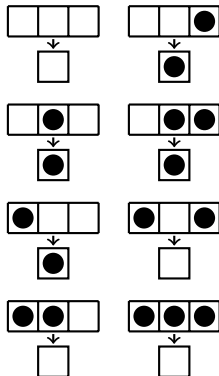
Esta regla es complicada!



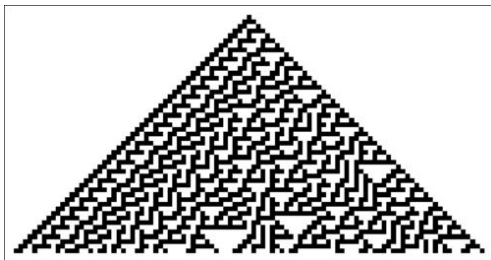
Autómatas celulares

Variaciones: la regla 30

Las reglas



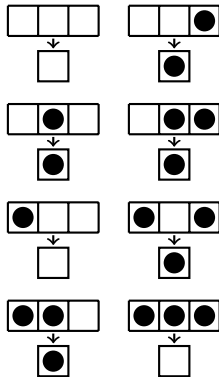
Esta regla es complicada!



Autómatas celulares

Variaciones: la regla 110

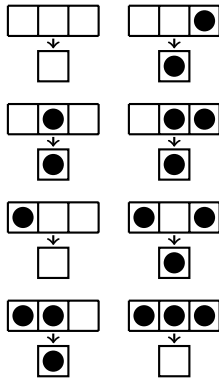
Las reglas



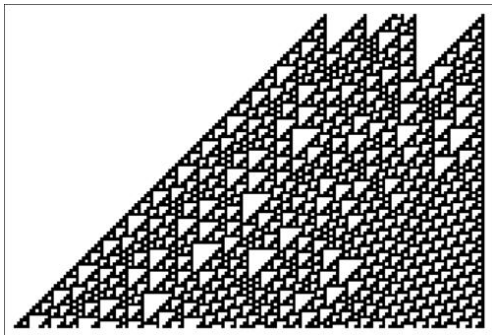
Autómatas celulares

Variaciones: la regla 110

Las reglas



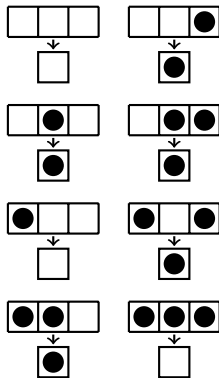
Esta regla es **universal**



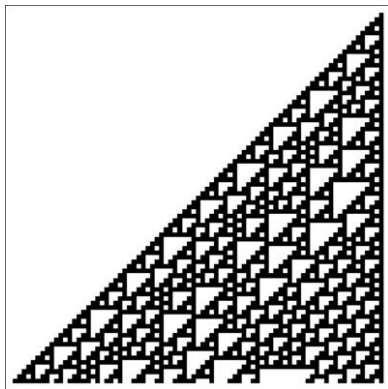
Autómatas celulares

Variaciones: la regla 110

Las reglas



Esta regla es **universal**



Autómatas celulares

Autómatas celulares

El juego de la vida

El juego de la vida



John Horton Conway

- ▶ teoría de grupos, teoría de números, teoría de juegos, etc.
- ▶ Matemática recreativa
- ▶ Calendarios

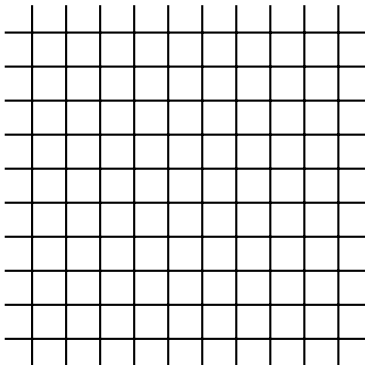
Autómatas celulares

El juego de la vida

Autómatas celulares

El juego de la vida

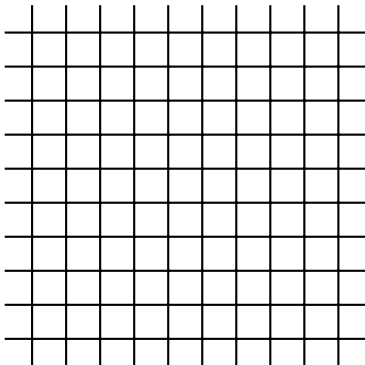
Un tablero infinito



Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

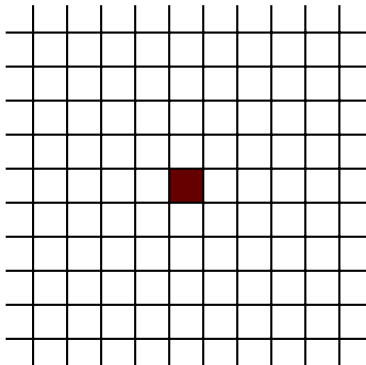


Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero

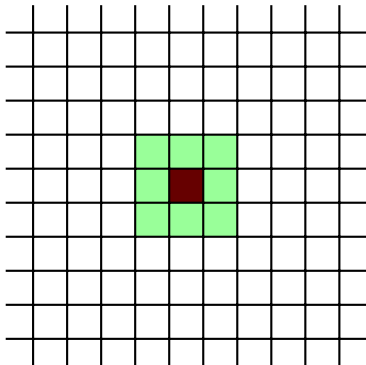


Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

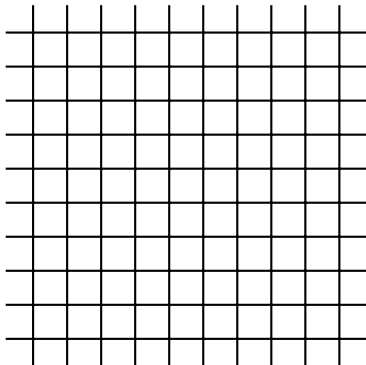
Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas



Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento

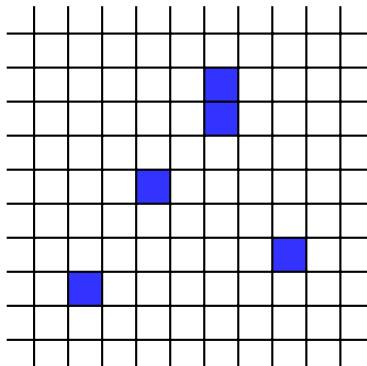
Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento



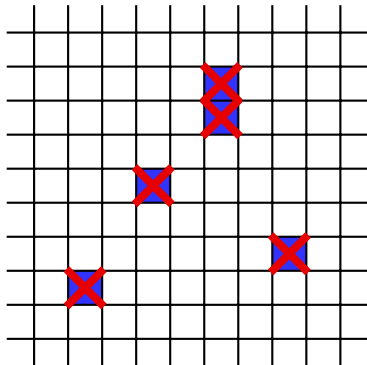
Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

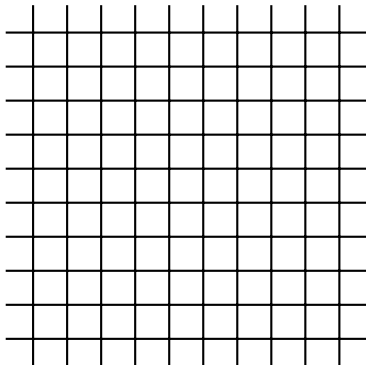
- Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento



Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive

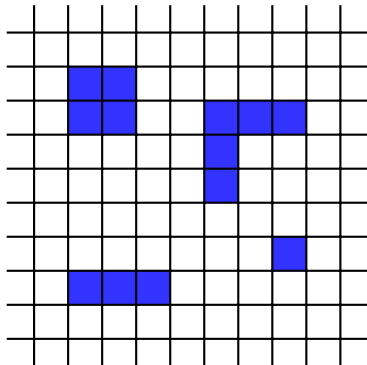
Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive



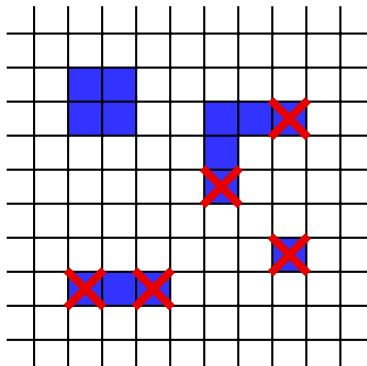
Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

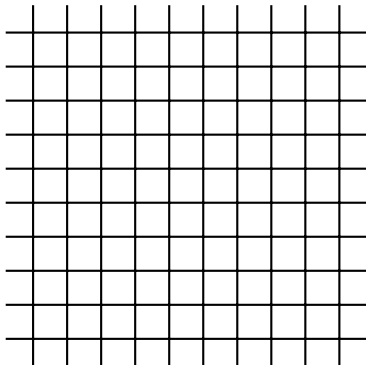
- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive



Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



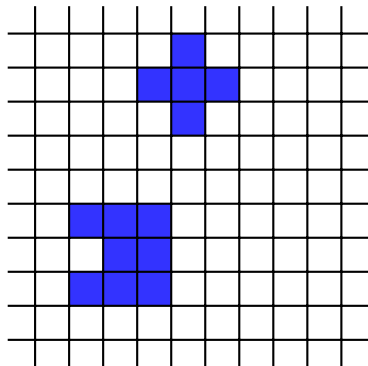
Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada

Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada

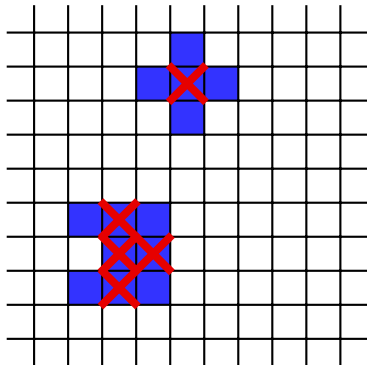
Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

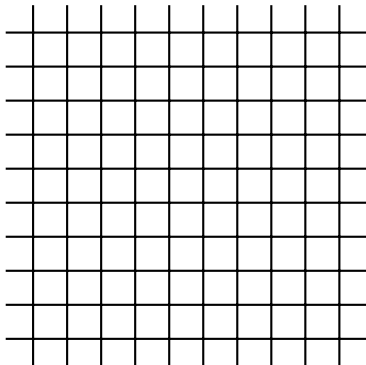
- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada



Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



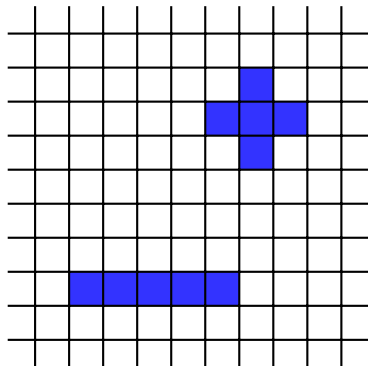
Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada
- ▶ En un lugar vacío que tiene *tres* células vecinas nace una célula nueva

Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas



Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas

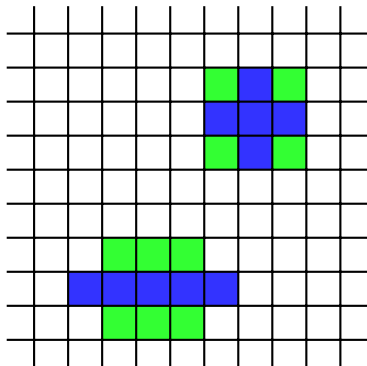
- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada
- ▶ En un lugar vacío que tiene *tres* células vecinas nace una célula nueva

Autómatas celulares

El juego de la vida

Reglas

Cada casilla del tablero
tiene 8 casillas vecinas



- ▶ Una célula con menos de dos vecinos se muere de aburrimiento
- ▶ Una célula con dos o tres vecinos sobrevive
- ▶ Una célula con más de tres vecinos se muere ahogada
- ▶ En un lugar vacío que tiene *tres* células vecinas nace una célula nueva

Autómatas celulares

Autómatas celulares

Gracias