ÁLGEBRA 3
Segundo cuatrimestre — 2014
Recuperatorio del primer parcial

APELLIDO Y NOMBRE: ....

L.U.: .... HOJAS: ....

---

1. Sea $K = \mathbb{F}_7(X)$ con X trascendente sobre $\mathbb{F}_7$, sea $\sigma : K \to K$ el automorfimo de cuerpos tal que $\sigma(X) = 2X + 1$ y sea $G = (\sigma) \subseteq \mathsf{Aut}(K)$ el grupo de automorfismos generado por σ. Encuentre $f \in K$ tal que $K^G = \mathbb{F}_7(f)$.

2. Sea E/K una extensión galoisiana de un cuerpo K de característica distinta de 2 con $\mathsf{Gal}(E/K) \cong \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$. Muestre que existen a, $b \in K$ con $a \neq 0$, $b \notin K^2$ tales que E es el cuerpo de descomposición de $(X^2 - a)^2 - b$ sobre K.

3. Sea E un cuerpo de descomposición de $X^6 - 3$ sobre $\mathbb{Q}$. Determine el grupo de Galois de la extensión $E/\mathbb{Q}$ y la cantidad de extensiones cuadráticas y normales de $\mathbb{Q}$ contenidas en E.

4. Sea p un número primo impar y sea E un cuerpo de descomposición del polinomio $X^p - 2$ sobre $\mathbb{Q}$. Muestre que no hay en E una raíz p^2-ésima primitiva de la unidad.

5. Si E/K es una extensión galoisiana de grado 77, entonces todas sus subextensiones son normales.