Taller de Cálculo Avanzado
Primer Cuatrimestre — 2013
Primer parcial

Apellido y nombre: ....

Carrera: .... L.U.: .... Hojas: ....

---

1. Analice la convergencia absoluta y condicional de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \tan\frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

2. Muestre que para todo $n \in \mathbb{N}$ la ecuación

$$\frac{x^3}{n} + x = 1$$

tiene una única solución; llamémosla a_n. Pruebe que la sucesión $(a_n)_{n\geq 1}$ es creciente y acotada y determine su límite.

3. Sea $x \in \mathbb{R}$ y para cada $n \in \mathbb{N}$ sea

$$a_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor + \cdots + \lfloor nx \rfloor}{n^2}.$$

Muestre que la sucesión $(a_n)_{n\geq 1}$ converge y que su límite es $x/2$.

4. Muestre que existe el límite de la sucesión

$$1, \qquad \sqrt{2}, \qquad \sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \qquad \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}, \qquad \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}}, \qquad \ldots$$

5. Muestre que la sucesión

$$1, \qquad \sqrt{2}, \qquad \sqrt{2\sqrt{2}} \qquad \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \qquad \ldots$$

converge y determine su límite.

6. Sean $(a_n)_{n\geq 1}$ y $(b_n)_{n\geq 1}$ dos sucesiones acotadas de números reales tales que para cada $n \in \mathbb{N}$ existe $m > n$ tal que $b_m \geq a_n$. Muestre que $\limsup_{n\to\infty} a_n \leq \limsup_{n\to\infty} b_n$.