ÁLGEBRA LINEAL
Primer Cuatrimestre — 2011

Segundo parcial

APELLIDO Y NOMBRE: ....

L.U.: .... HOJAS: ....

---

1. Sean $f, g : V \to V$ dos endomorfismos de un espacio vectorial V de dimensión finita. Muestre que si $fg = gf$ y g es nilpotente, entonces

$$\det(f+g) = \det f.$$

2. Sea $f : V \to V$ un endomorfismo de un espacio vectorial real de dimensión finita y dotado de un producto interno, y supongamos que para cada $u, v \in V$ se tiene que

$$u \perp v = f(u) \perp f(v).$$

Existe entonces un escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $\|f(v)\| = \lambda \|v\|$ para todo $v \in V$.

3. Sea $f : \mathbb{C}^7 \longrightarrow \mathbb{C}^7$ transformación linea tal que $f^6 - 2f^5 + f^4 = 0$. Hallar todas las posibles formas de Jordan sabiendo que

$$\dim(Ker(f^2)) < \dim(Ker(f^3)) = \dim(Ker(f - Id)).$$

4. Sea $A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 4 \\ -3 & -1 & 2 \\ 12 & 0 & -7 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C})$, decidir si $\{Id, A^{10} + A^9 - A^6 - A^5 + 3A, A^3\}$ es un conjunto linealmente dependiente.