

GEOMETRÍA PROYECTIVA

SEGUNDO CUATRIMESTRE
2011

El curso presente constituye una introducción a la *Geometría Diferencial* y a la *Geometría Algebraica*. Focalizaremos en el estudio de subvariedades, principalmente curvas y superficies, de espacios euclídeos, afines y proyectivos, reales y complejos. Se enfatizará el rigor y la precisión en las demostraciones de teoremas como así también la consideración de ejemplos y el desarrollo de la intuición geométrica.

PROGRAMA

§I. Curvas paramétricas diferenciables — Ejemplos. Longitud de arco, curvatura, torsión. Ecuaciones de Frenet. Teorema de clasificación ortogonal.

§II. Variedades — Subvariedades diferenciales de \mathbb{R}^n . Variedades algebraicas en K^n . Definiciones y ejemplos. Espacio tangente, puntos regulares y puntos singulares. Funciones diferenciables, derivada, fibrado tangente.

§III. Cuádricas — Clasificación ortogonal y afín, real y compleja. Rango, centro y puntos singulares. Otros problemas de clasificación, acción de un grupo en un conjunto, invariantes.

§IV. Superficies — Ejemplos: superficies de revolución, superficies regladas. Primera forma fundamental; distancia en la superficie. Isometrías, deformaciones. Aplicación de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura media y Gaussiana. Direcciones principales. Puntos elípticos, hiperbólicos y parabólicos. Teorema egregio de Gauss. Geodésicas.

§V. Curvas algebraicas — Curvas algebraicas en el plano afín K^2 . Puntos singulares, multiplicidad, cono tangente. Multiplicidad de intersección. Asíntotas. Curvas algebraicas en el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$. Coordenadas homogéneas y coordenadas afines. Homogeneización y deshomogeneización. Teorema de Bézout. Sistemas lineales de curvas. Curvas racionales. Puntos de inflexión y el Hessiano. Cúbicas: clasificación, forma de Weierstrass. Género. Integrales abelianas. Aplicaciones racionales entre curvas. Transformaciones cuadráticas, desingularización. Curva dual, fórmulas de Plücker. Desarrollos de Puiseux.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. P. do Carmo, *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1976. MR0394451 (52 #15253)
- [2] W. Fulton, *Algebraic curves*, Advanced Book Classics, Addison-Wesley Publishing Company Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989. MR1042981 (90k:14023)

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

- [1] D. V. Alekseevskij, A. M. Vinogradov, and V. V. Lychagin, *Basic ideas and concepts of differential geometry*, Geometry, I, Encyclopaedia Math. Sci., vol. 28, Springer, Berlin, 1991, pp. 1–264. MR1300019 (95i:53001b)
- [2] E. Brieskorn and H. Knörrer, *Plane algebraic curves*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1986. MR886476 (88a:14001)
- [3] F. Cukierman, *Cuádricas y cúbicas* (2001), available at <http://mate.dm.uba.ar/~fcukier/Teaching.htm>.
- [4] D. Hilbert and S. Cohn-Vossen, *Geometry and the imagination*, Chelsea Publishing Company, New York, N. Y., 1952. MR0046650 (13,766c)
- [5] W. Klingenberg, *A course in differential geometry*, Springer-Verlag, New York, 1978. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 51. MR0474045 (57 #13702)
- [6] V. V. Prasolov and V. M. Tikhomirov, *Geometry*, Translations of Mathematical Monographs, vol. 200, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001. MR1833867 (2002d:51001)
- [7] D. J. Struik, *Lectures on classical differential geometry*, 2nd ed., Dover Publications Inc., New York, 1988. MR939369 (89b:53002)
- [8] J. J. Stoker, *Differential geometry*, Wiley Classics Library, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989. MR1013365 (90f:53002)
- [9] R. J. Walker, *Algebraic curves*, Springer-Verlag, New York, 1978. MR513824 (80c:14001)