Geometría Proyectiva
Segundo Cuatrimestre — 2011
Segundo Parcial

Apellido y nombre: ....

L.U.: .... Hojas: ....

---

1. Encuentre los puntos de intersección de las curvas

$$y^2z - x(x-2z)(x+z) = 0, \qquad\qquad x^2 - 2xz + y^2 = 0$$

y determine la multiplicidad de intersección de cada uno de ellos.

2. Una curva reducible en $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ tiene punto singulares.

3. En toda superficie compacta de $\mathbb{R}^3$ hay un punto donde la curvatura es positiva.

Sugerencia. Si M es la superficie en cuestión, considere un punto $p \in M$ que está a distancia máxima del origen.

4. Si $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ es una curva regular, su superficie tangente es la parametrizada por la función $\phi : I \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$\phi(s,t) = \alpha(s) + t\alpha'(s).$$

Muestre que la superficie tangente a una curva es regular salvo a lo sumo sobre la curva original y que todos sus puntos son parabólicos.

5. Dos polinomios f, $g \in \mathbb{C}[X,Y]$ tienen un factor común no constante si y solamente si $Z(f,g) \subseteq \mathbb{C}^2$ es un conjunto infinito.

Sugerencia. Para probar la suficiencia, considere las resultantes $R_X(f,g)$ y $R_Y(f,g)$.