

CÁLCULO AVANZADO
Primer Cuatrimestre — 2010

Segundo parcial — Segundo recuperatorio

APELLIDO Y NOMBRE:

L.U.: HOJAS:

1. Sean X, Y y Z tres espacios de Banach. Sean $L(X, Z)$ y $L(Y, Z)$ los espacios de Banach de funciones lineales y continuas de X a Z y de Y a Z , respectivamente. Sea finalmente $T : Y \rightarrow X$ una función lineal y continua.

Muestre que la aplicación

$$T^* : f \in L(X, Z) \mapsto f \circ T \in L(Y, Z)$$

está bien definida, que es lineal y continua, y que

$$\|T^*\|_{L(L(X,Z),L(Y,Z))} \leq \|T\|_{L(Y,X)}.$$

2. Sean X e Y espacios métricos, sea $f : X \rightarrow Y$ una función continua y sea $(K_n)_{n \geq 1}$ una sucesión decreciente de compactos de X . Entonces

$$\bigcap_{n \geq 1} f(K_n) = f\left(\bigcap_{n \geq 1} K_n\right).$$