

TEORIA DE GRAFOS

Práctica 2

1. Sea T un árbol con raíz con n vértices y altura h y tal que cada vértice tiene a lo sumo m hijos.

Probar que $h + 1 \leq n \leq \frac{m^{h+1} - 1}{m - 1}$

2. Sea G un grafo acíclico con 109 vértices. Determinar la cantidad de ramas de G sabiendo que tiene 7 componentes conexas.

3. Mostrar que si T es un grafo con n vértices entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes

- i) T es un árbol
- ii) T es conexo y tiene $n - 1$ ramas
- iii) T es acíclico y tiene $n - 1$ ramas

4. Hallar una cota inferior para el promedio de los grados de los vértices de un grafo conexo con n vértices. ¿Qué tipo de grafos alcanzan la cota inferior?

5. Sea $G = (V, E)$ un grafo. Si $w \in V$ definimos

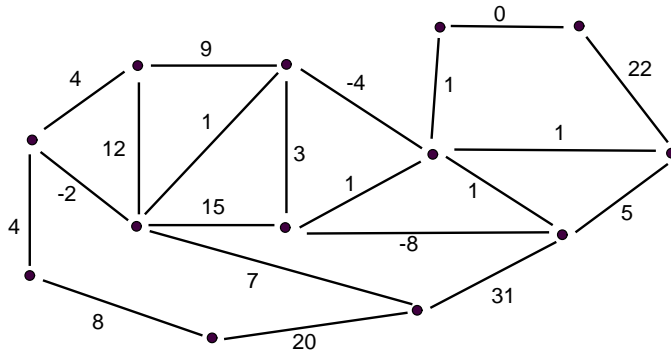
$$D(w) = \max_{v \in V} d(w, v)$$

donde $d(w, v)$ es el mínimo número de ramas que puede tener un camino que une w y v . Decimos que $c \in V$ es un centro de G si $D(c) \leq D(w) \forall w \in V$

Mostrar que un árbol tiene un solo centro o bien dos centros que son adyacentes.

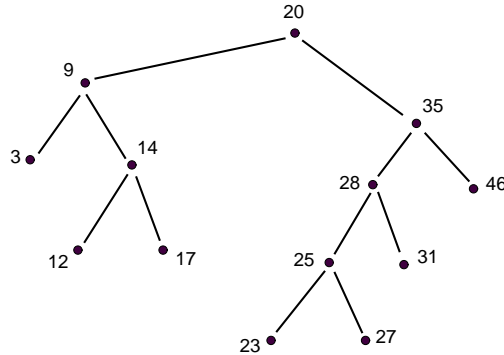
6. Graficar todos los árboles no isomorfos que tienen 5 vértices.

7. Aplicar el algoritmo de Kruskal al grafo

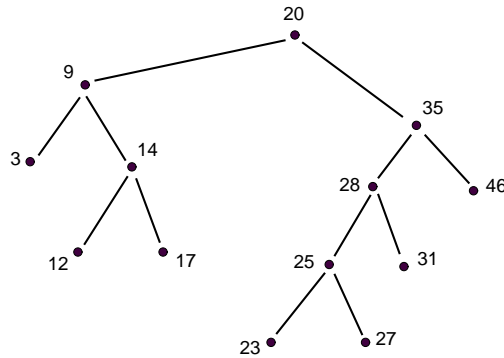


8. Disponga los números 12, 23, 35, 37, 45, 50, 54, 60 y 66 en dos BST (binary search tree), uno que sea balanceado y otro que no lo sea.

9. i) Inserte 30 en el siguiente BST



ii) Borre 35 en el siguiente BST



10. Haga un diagrama lógico cuyo input sea un BST y un número x , y cuyo output informe si x se encuentra en el árbol.

11. Hallar todos los árboles con 5 vértices numerados. Comparar con el ejercicio 6.

12. Hallar el código de Huffman en el siguiente caso

letra	a	b	c	d	e	f	g	h
frecuencia	0.15	0.10	0.15	0.12	0.8	0.25	0.5	0.10

13. Sean C_1, C_2, \dots, C_{100} un conjunto de posibles cargas de un camión, donde una carga es un conjunto dado de ítems. Decimos que dos cargas son disjuntas si sus respectivos conjuntos de ítems son disjuntos. Supongamos que conocemos la matriz $\|a_{ij}\|$ definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } C_i \text{ y } C_j \text{ son disjuntas} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

y el costo c_i de transportar la carga C_i . Plantee por Branch and Bound el problema de hallar 10 cargas de las 100 posibles tal que la suma de sus costos sea mínima y que sean disjuntas dos a dos.

14. Hallar las secuencias de Prüfer que se corresponden con los 16 spanning trees de K_4 .