

CONICET



Bolitas en urnas, paseos al azar y el comportamiento microscópico de la materia

Pablo Groisman

Teoría de Probabilidad – Procesos Estocásticos.

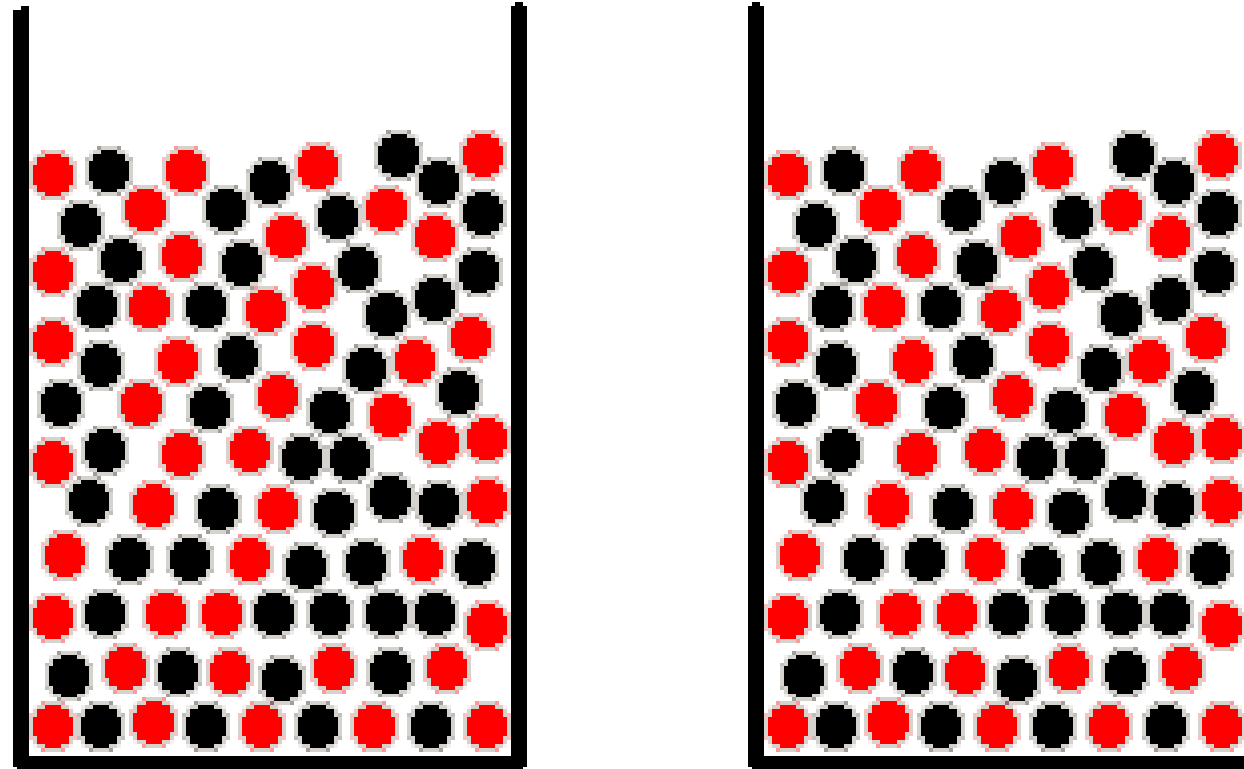


TECNÓPOLIS

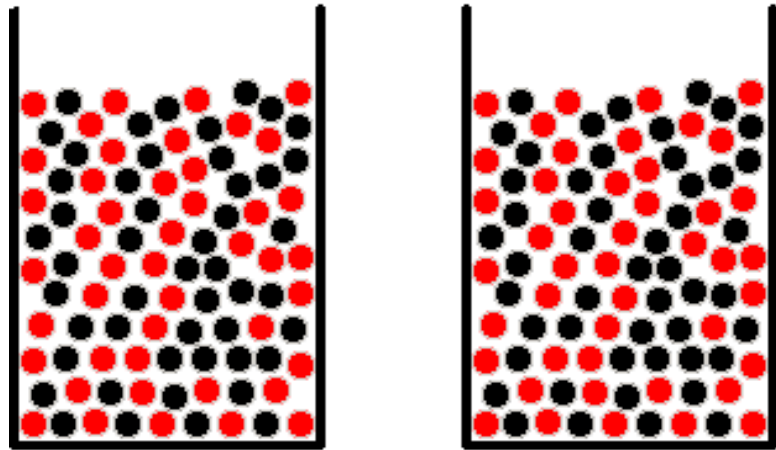


Grupo de investigación en teoría de probabilidad y procesos estocásticos IMAS (UBA-CONICET)

Bolitas en urnas



Dos urnas (A y B). En total hay 100 bolitas numeradas del 1 al 100. Se elige una bolita al azar y se la cambia de urna. Se repite sucesivamente

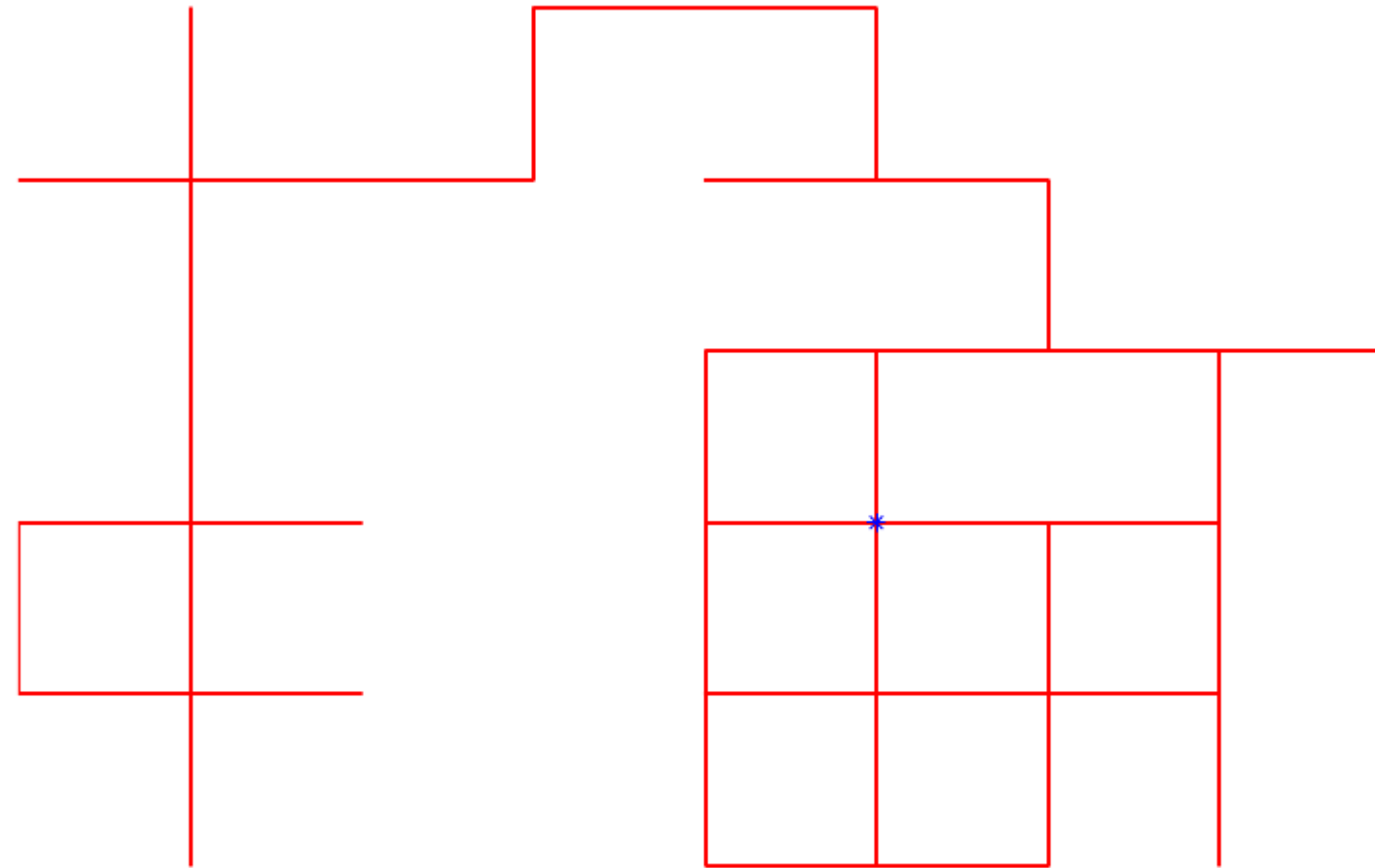


Nos interesa saber cuántas bolitas rojas hay en la urna A después de mucho tiempo y cómo se comporta esta cantidad.

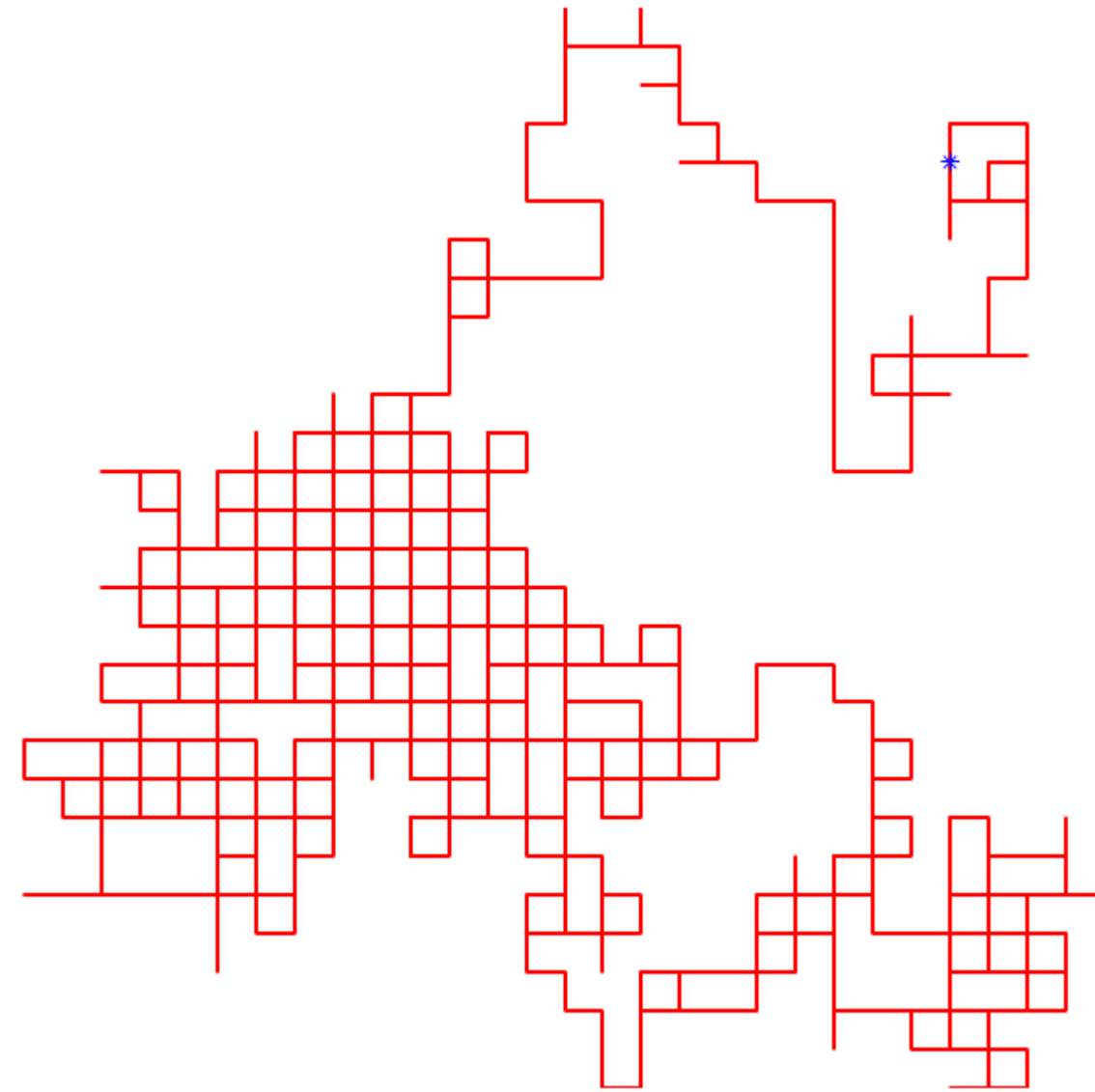
Paseos al azar



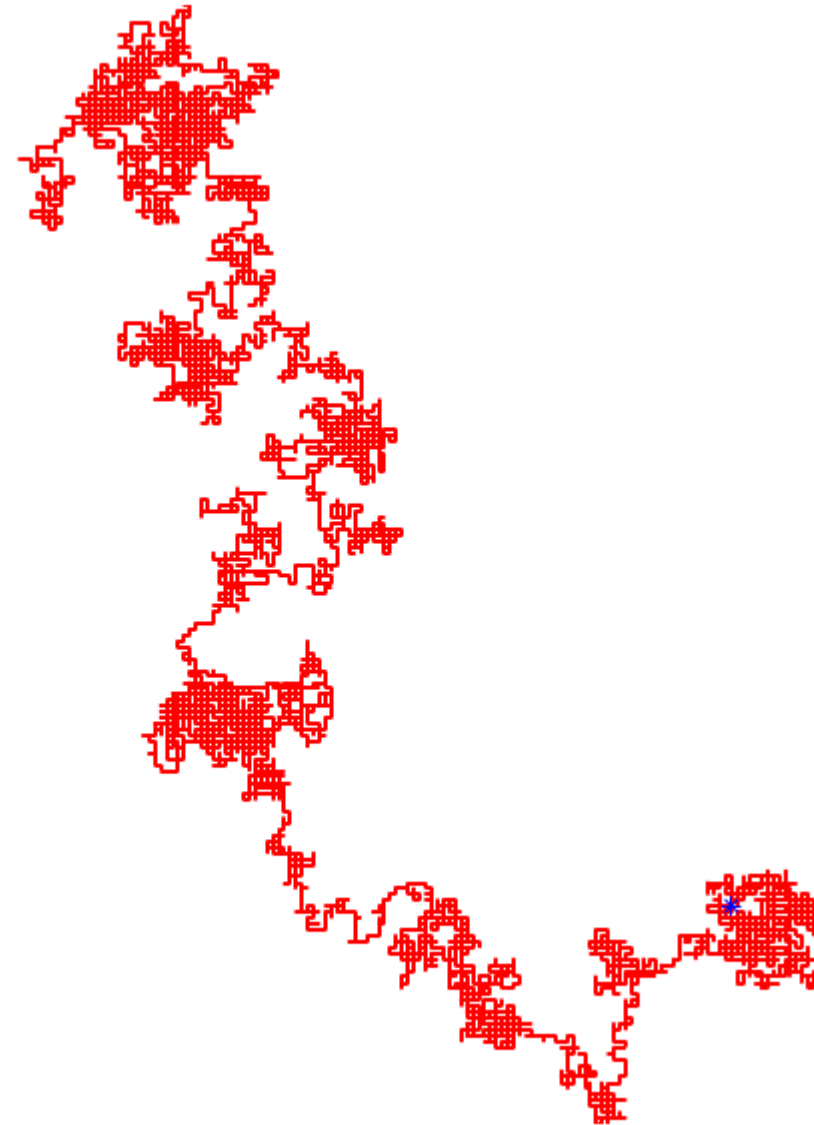
Paseos al azar



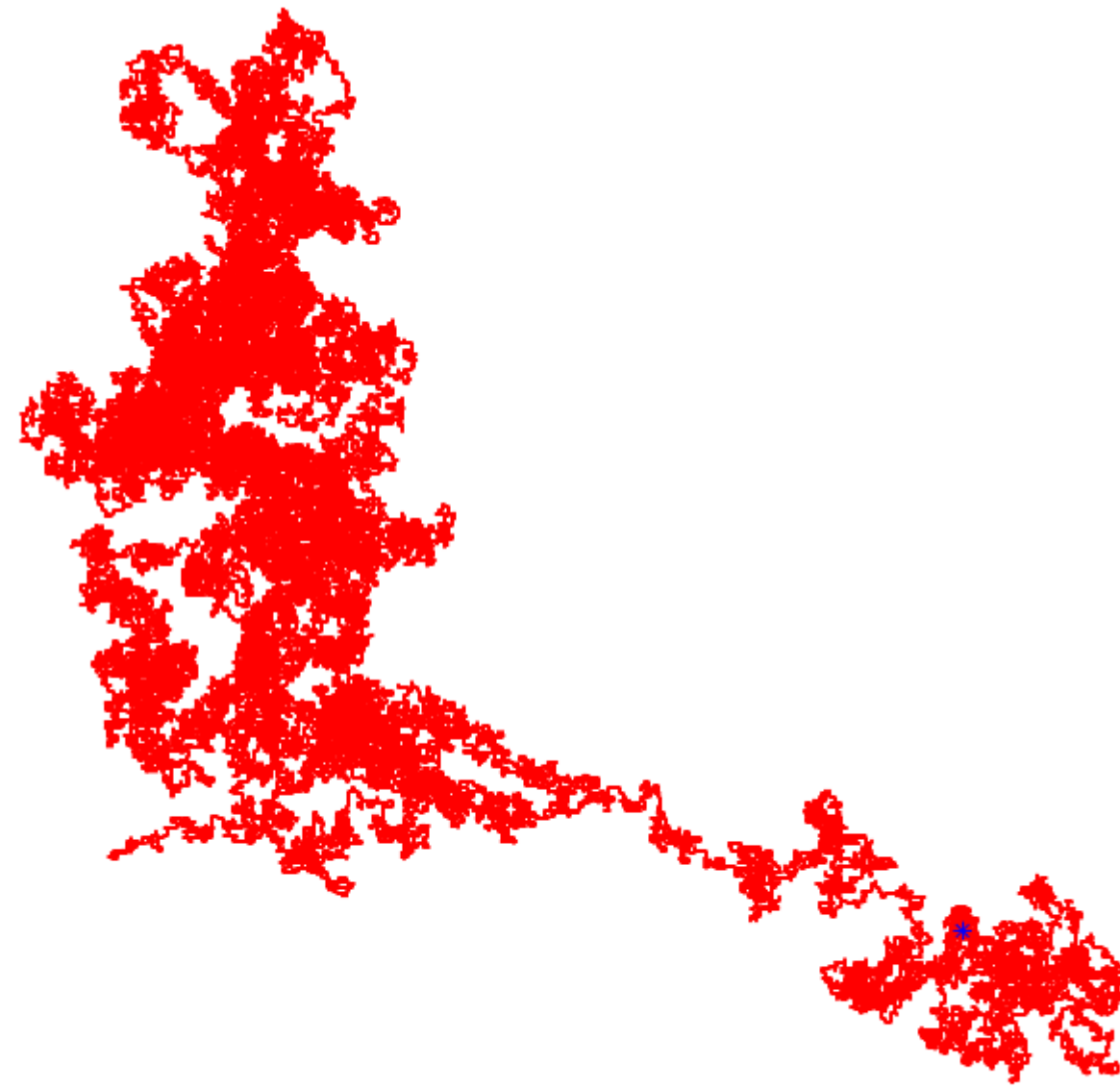
Paseos al azar



Paseos al azar



Paseos al azar



Paseos al azar

Urna de Ehrenfest (1907)



Ludwig Boltzmann

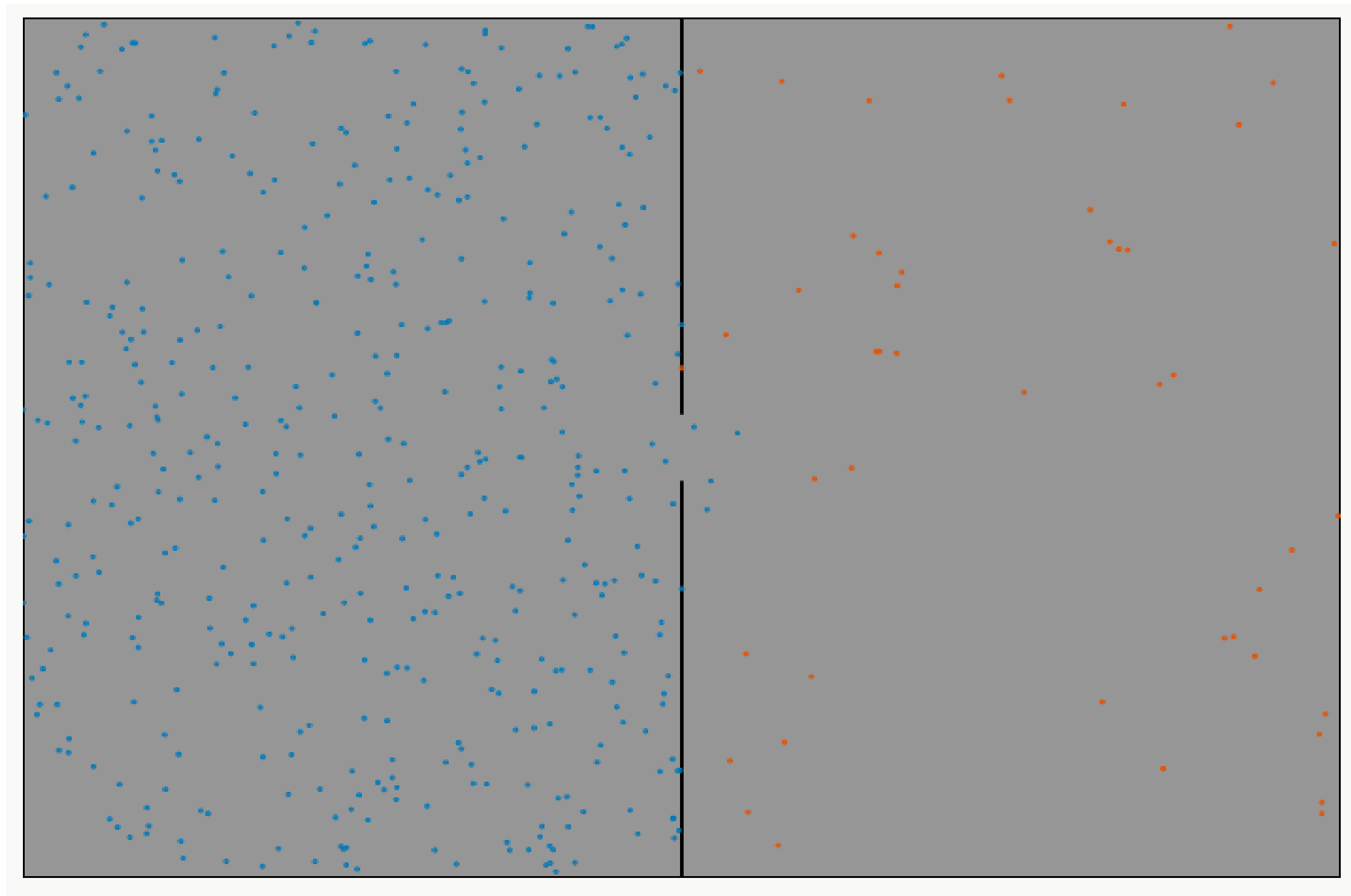


Paul Ehrenfest, su hijo y A. Einstein



Tatiana Ehrenfest

Urna de Ehrenfest: modelo para explicar la termodinámica en base a la teoría cinética de la materia



Equilibrio: cada bolita tiene igual probabilidad de estar en cualquiera de las dos urnas

Reversibilidad vs. Recurrencia

10.000 bolitas rojas (en realidad hay 602.214.150.000.000.000.000.000)

Probab. de que estén todas en la misma caja: $\left(\frac{1}{2}\right)^{20,000}$

Tiempo medio de recurrencia: $2^{20,000} \sim 10^{6,000}$
años

Edad del Universo: $14 * 10^9$

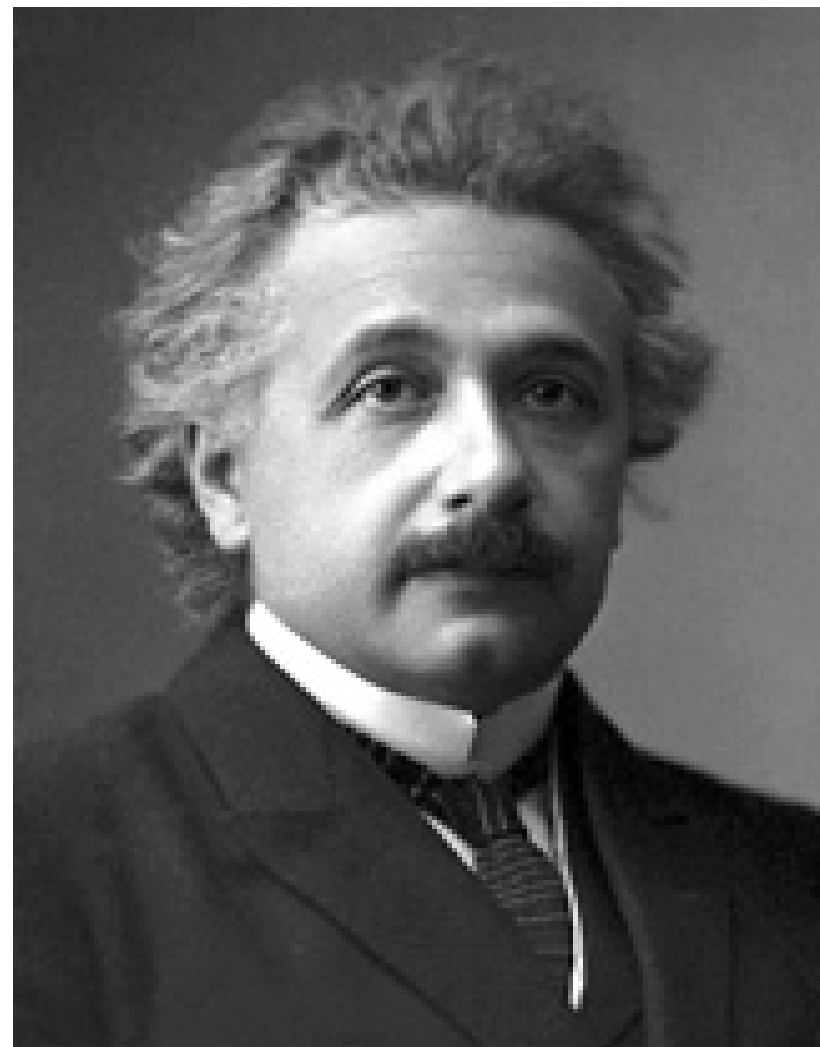
Probab de que estén la mitad en cada caja: $\frac{1}{175}$

Tiempo medio de recurrencia: **175seg ~ 3 min**

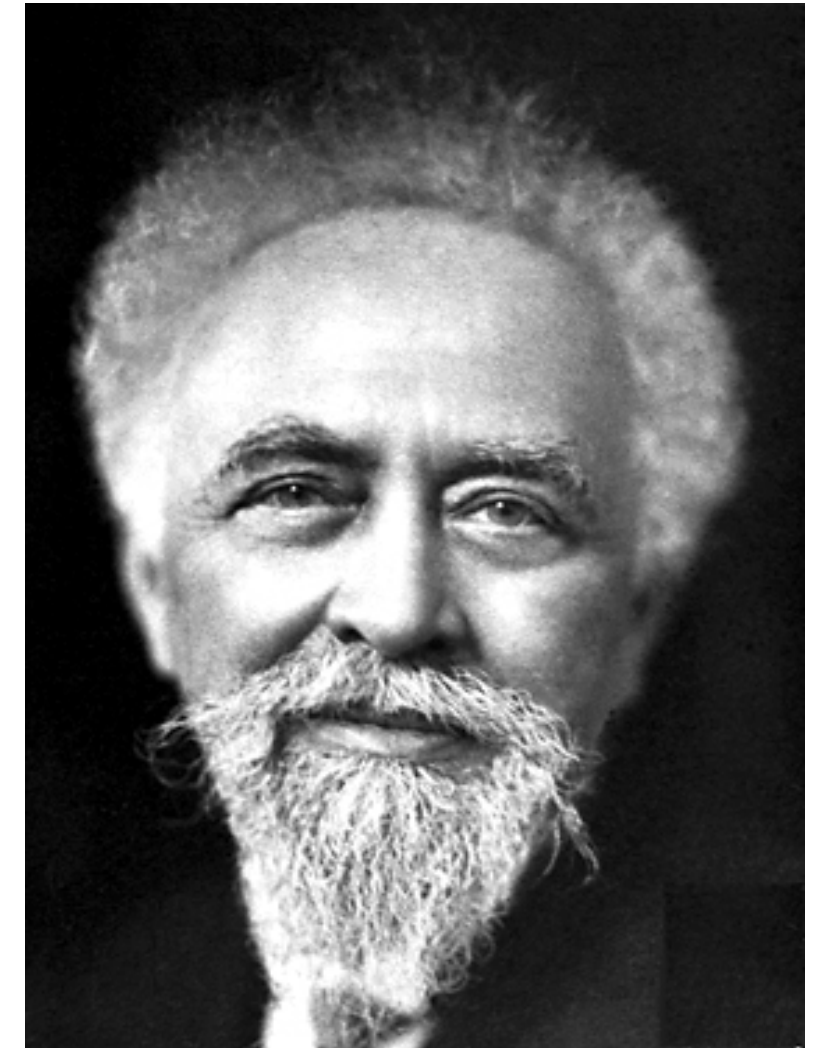
Paseos al azar – Movimiento Browniano



Robert Brown (1827)



Albert Einstein (1905)



Jean Baptiste Perrin (1909)

Einstein (1905)

1. Calcula el desplazamiento medio de las partículas

2. $D = 2RT/NF$

R = constante universal

T = Temperatura

N = Constante de avogadro (desconocida hasta el momento)

F = Coeficiente de fricción (se puede calcular).

Perrin (1908)

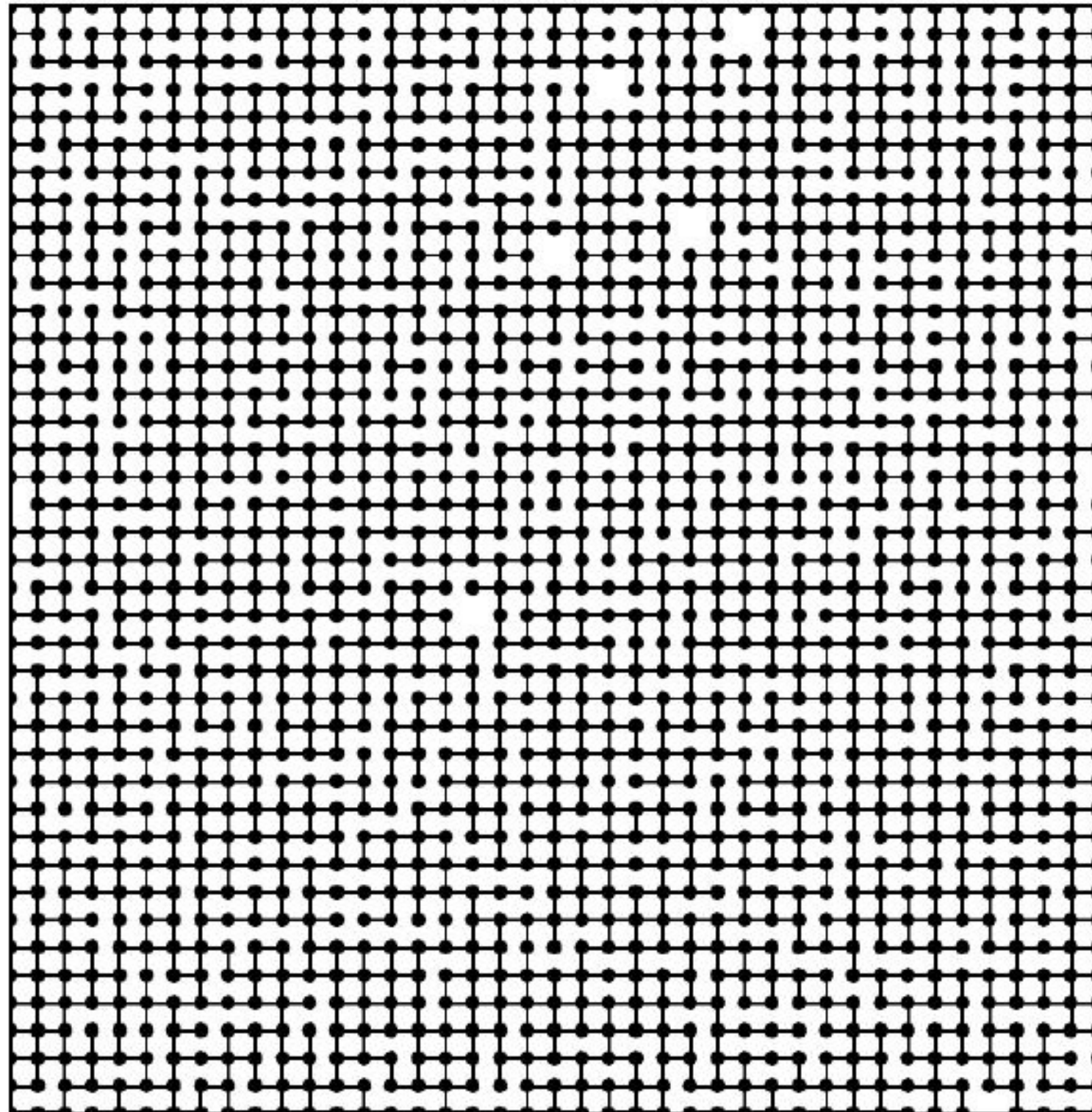
Basado en la deducción de Einstein realiza el experimento y determina el número de Avogadro (y se gana el premio Nobel!)

¿y qué hacemos los matemáticos?

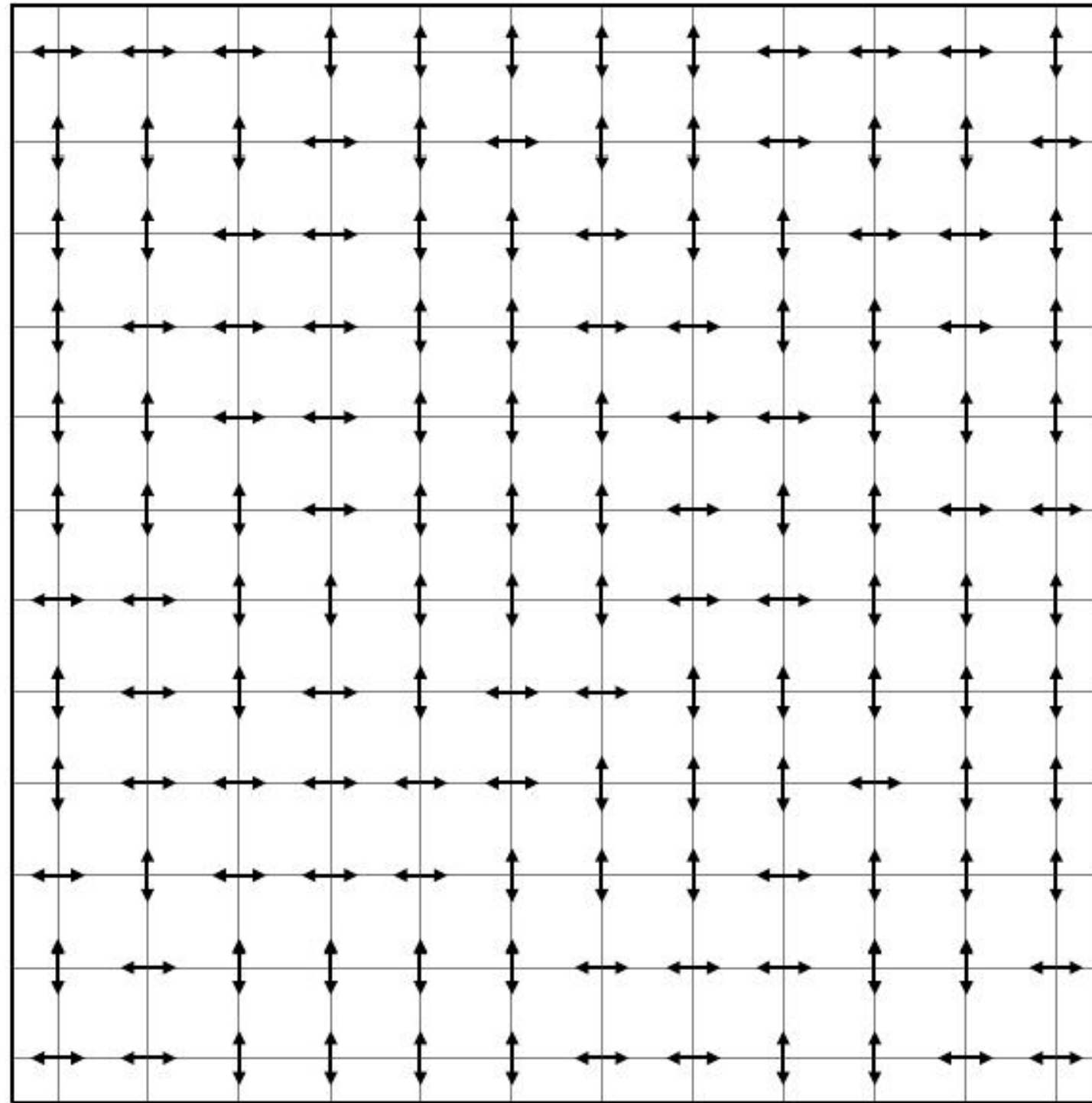
Paseos al azar en medios aleatorios

¿y qué hacemos los matemáticos?

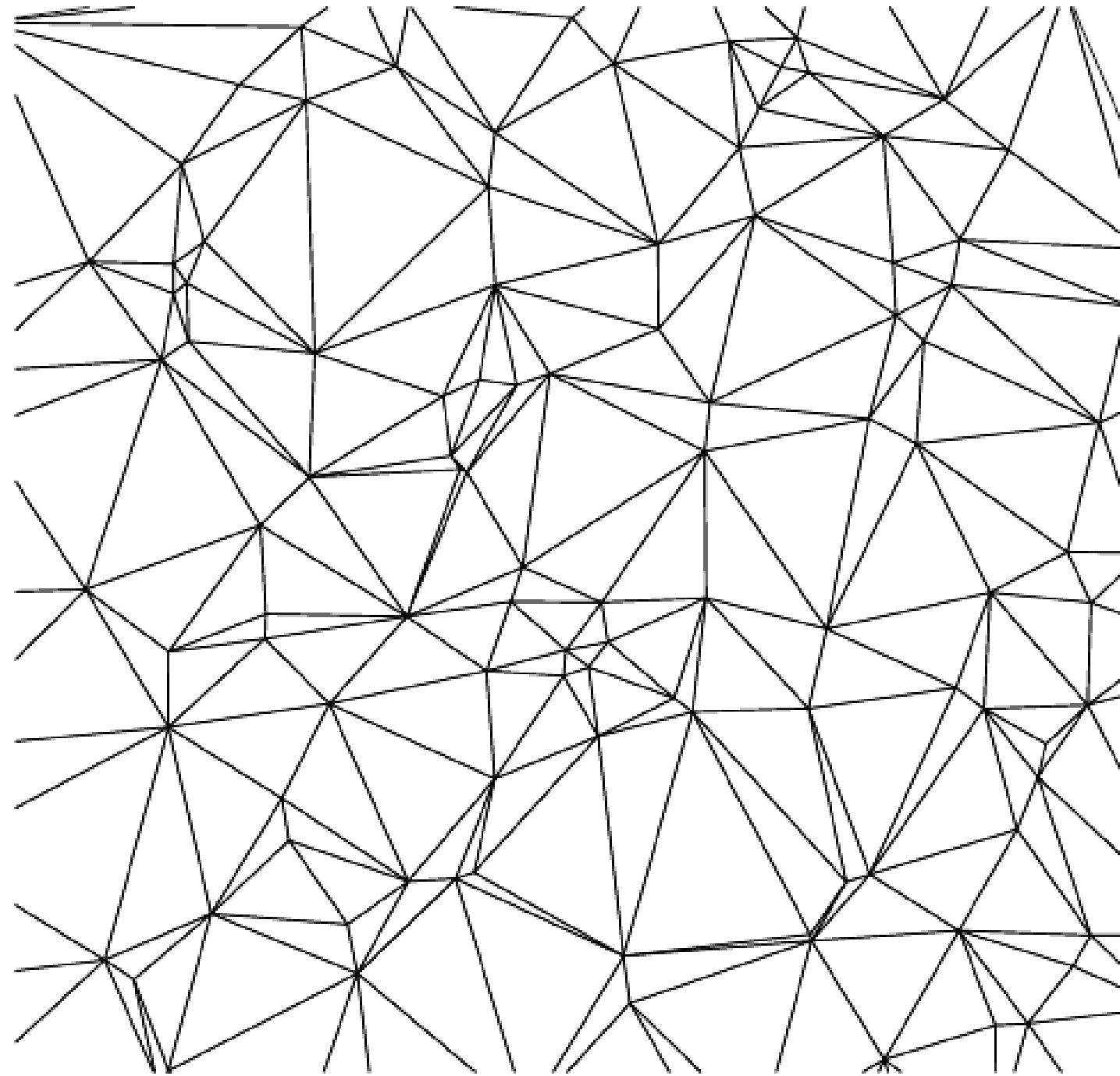
Nos interesa saber hasta qué punto
es cierto que los paseos al azar
convergen al Movimiento Browniano



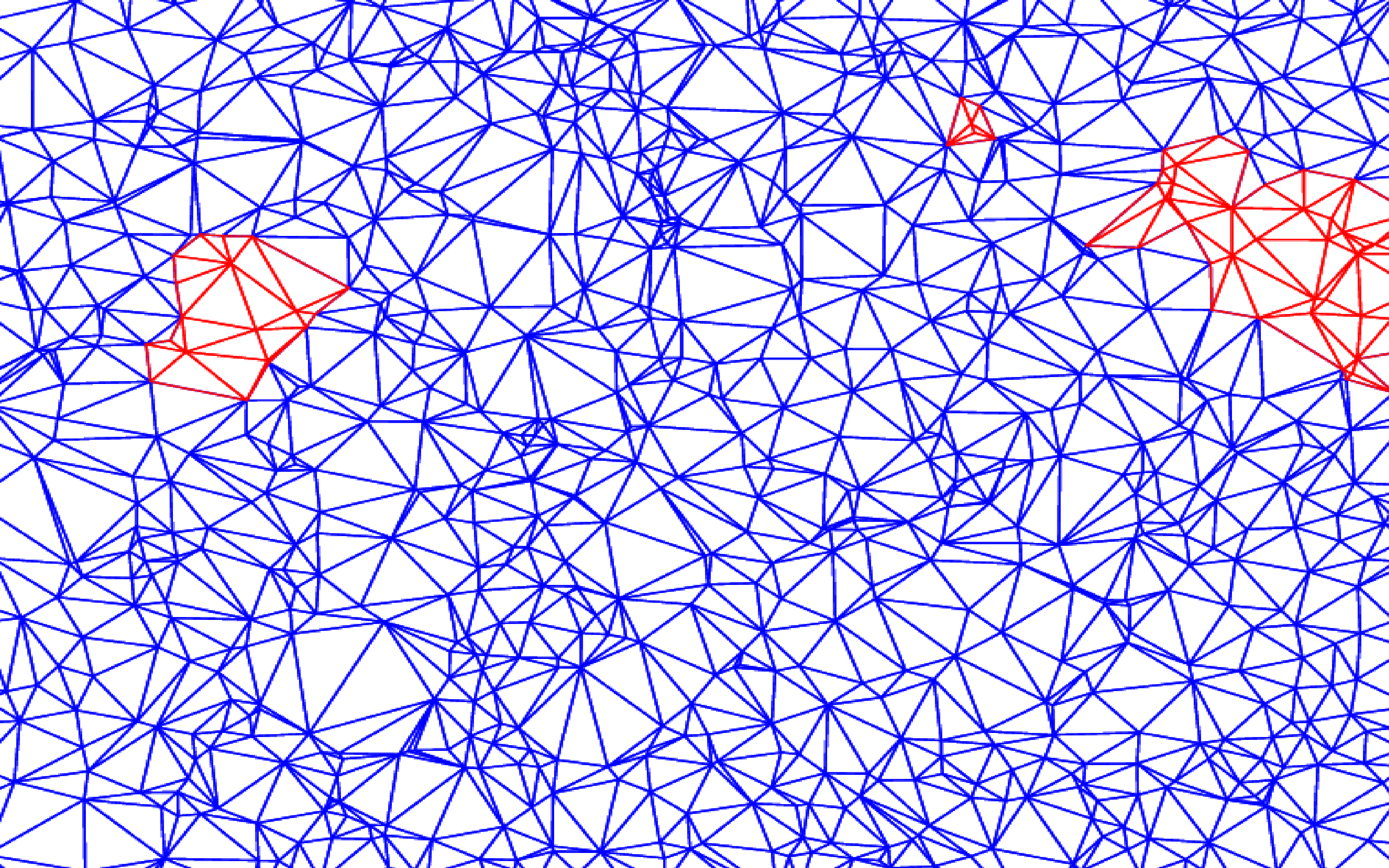
Cluster de percolación
Berger-Biskup (2005)
Matthieu-Piatninski (2005)

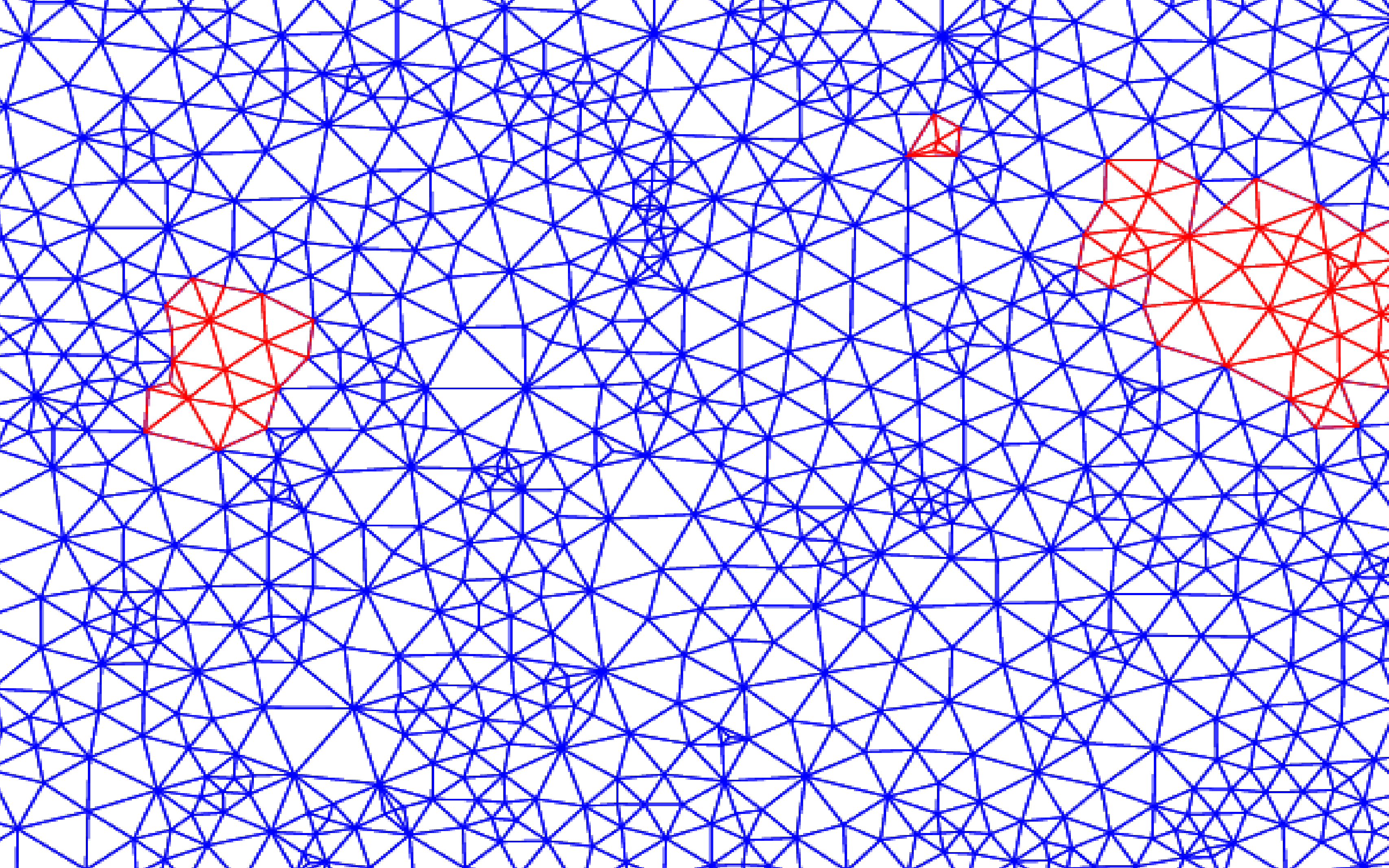


Medios no elípticos
Berger-Deuschel (2011)



Grafo Delaunay-Poisson Ferrari-Grisi-Groisman (2011)





Muchas gracias

CONICET



TECNÓPOLIS

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas Y Técnicas

Av. Rivadavia 1917 C1033aaj República Argentina T. + 54 115983 1420