Trato hecho y otros juegos de azar.

Semana de la Matemática
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
21 de abril de 2004


CABJ
Quilme
CABJ

1. El precio justo

Juego 1: Se tira una moneda.

 $\longrightarrow$ \$10

$\longrightarrow$ \$0

¿Cuánto es justo pagar para jugar este juego?

Ganancia esperada en N jugadas

$$10 \cdot (\text{cantidad de caras}) + 0 \cdot (\text{cantidad de cecas})$$

$$10 \cdot \frac{N}{2} + 0 \cdot \frac{N}{2}$$

Ganancia esperada por jugada

$$\frac{10 \cdot \frac{N}{2} + 0 \cdot \frac{N}{2}}{N} = 5$$

El precio justo es \$5

Juego 2: La Lotería.

Se hace un sorteo con 1000 números. El ganador cobra $10.000
¿Cuánto es justo pagar para jugar este juego?

Ganancia esperada en N jugadas

$$10000 \cdot (\#\text{ veces que sale mi número})+$$

$$0 \cdot (\#\text{ veces que no sale mi número})$$

$$10000 \cdot N \cdot \frac{1}{1000} + 0 \cdot N \frac{999}{1000} = 10 \cdot N$$

Ganancia esperada por jugada

$$\frac{10 \cdot N}{N} = 10$$

Otra forma: El organizador de la lotería debe recaudar \$10000.
Tiene que cobrar \$10 cada número.

El precio justo es \$10

¿Cómo se cálcula GE?

$$\text{GE} = (\$ \text{ si gano}) \cdot (\text{probabilidad de ganar})$$

con la moneda, GE$=$ \$ 10 $\cdot \frac{1}{2}$,

en la lotería GE$=\$10.000 \cdot \frac{1}{1000}$

La generala “servida”

Se tiran 5 dados una sola vez y se anota el puntaje según el juego que sale (si es que sale alguno)

Juego	Puntaje
escalera	25
full	35
poker	45
generala	55

¿Qué juego tiene mayor ganancia esperada?

 ó  ó 

$$P(\text{escalera}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}}$$

$$\#\ \text{posibles lanzamientos de los dados} = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5 = 7776$$

$$\#\ \text{formas de obtener escalera} = \frac{6{\cdot}5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2}{2} = 360$$

$$P(\text{escalera}) = \frac{360}{7776} = 0{,}04629\ldots$$

$$GE(\text{escalera}) = 25 \cdot 0,04629 = 1,1574$$

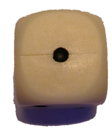
Juego	Puntaje	# favorables	Probabilidad	GE
escalera	25	360	0,04629	1,1574
full	35	300	0,0386	1,3503
poker	45	130	0,0167	0,7523
generala	55	6	0,0007	0,0424

¿En qué orden conviene ir tachando los juegos?

generala $\rightarrow$ poker $\rightarrow$ escalera $\rightarrow$ full

El calentito 

Se tira un dado en forma sucesiva mientras no salga  , y se van sumando los puntajes.

Si uno se planta antes de que salga  , se anota el puntaje obtenido (la suma de todas las tiradas), si no el puntaje obtenido es 0.

¿cuándo conviene plantarse?

Llamemos X al puntaje obtenido luego de algunas tiradas.
¿Cómo decido si tirar una vez más o no?

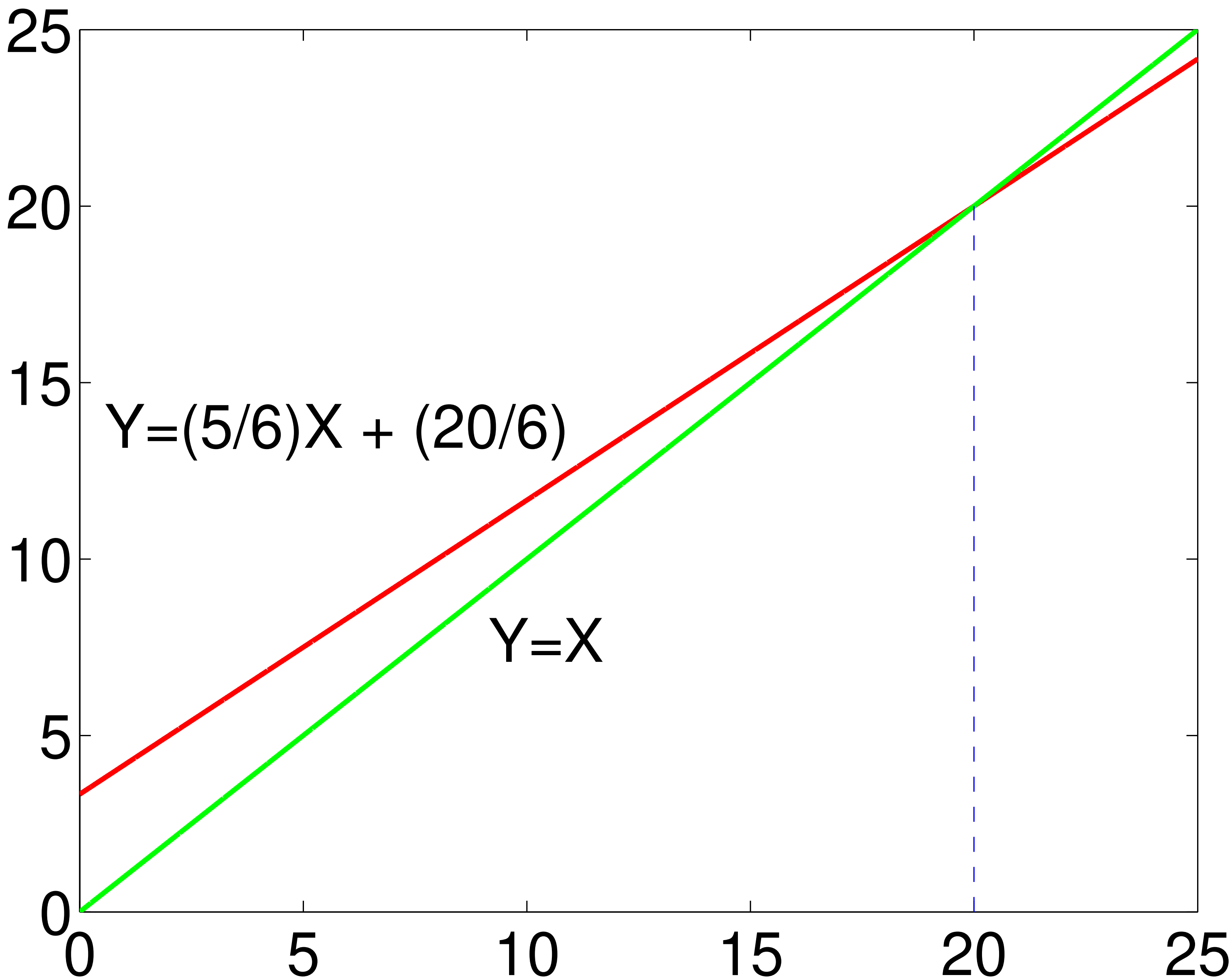
El puntaje esperado, luego de tirar el dado es

$$(X+2)\frac{1}{6}+(X+3)\frac{1}{6}+(X+4)\frac{1}{6}+(X+5)\frac{1}{6}+(X+6)\frac{1}{6}=$$

$$\frac{5}{6}X+\frac{20}{6}$$

me conviene volver a tirar si el puntaje esperado para después del tiro es mayor que el que tengo, es decir, si

$$\frac{5}{6}X+\frac{20}{6}>X$$


Y=(5/6)X + (20/6)
Y=X
0
5
10
15
20
25
0
5
10
15
20
25

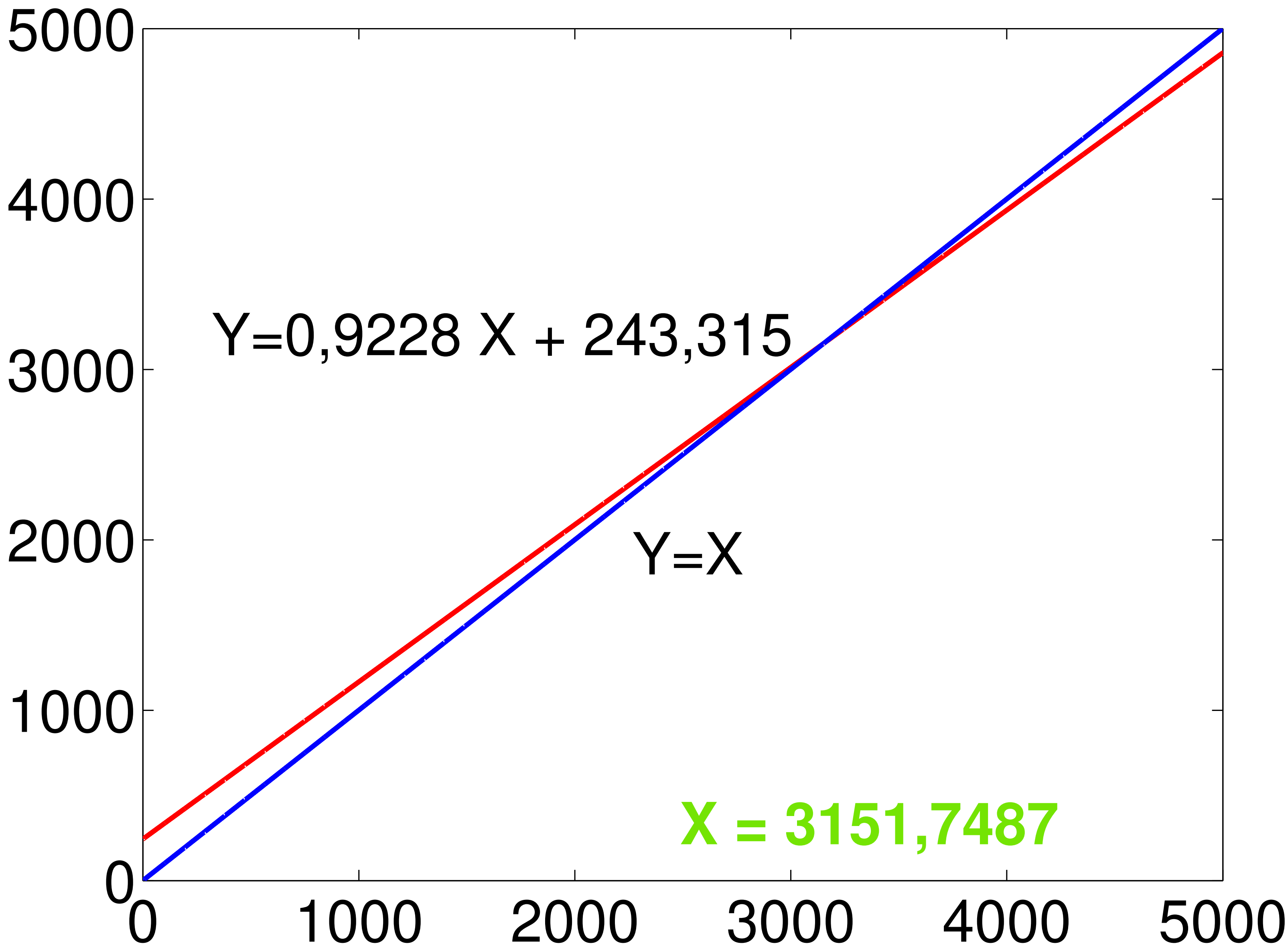
El diez mil

Supongamos que jugando al diez mil tengo la posibilidad de tirar nuevamente los 5 dados

¿cuándo conviene hacerlo y cuándo conviene plantarse?

Con ayuda de la computadora, calculamos el puntaje esperado luego de tirar los cinco dados

$$0,9228 \cdot X + 243,315$$


Y=0,9228 X + 243,315
Y=X
X = 3151,7487
0
1000
2000
3000
4000
5000
0
1000
2000
3000
4000
5000


TRATO
HECHO

26 maletines

se elige uno

cada maletín tiene una cantidad de dinero

se van eliminando maletines

y la banca ofrece plata por retirarse

si no se acepta nunca la oferta de la banca,
¿cuál es la ganancia esperada de este juego?

$$\mathrm{GE} = 0,01 \cdot \frac{1}{26} + 0,05 \cdot \frac{1}{26} + \ldots + 100.000 \cdot \frac{1}{26} + 250.000 \cdot \frac{1}{26} =$$

$21.420

la gente suele aceptar ofertas mucho menores, ¿por qué?

$$P(ganacia \leq \$500) = \frac{1}{2}, P(ganacia > 7.500) = \frac{9}{26} = 0,3462,$$

$$P(ganancia > 21.420) = \frac{6}{26} = 0,2308, P(ganancia = 250.000) = \frac{1}{26} = 0,0385.$$

$$\text{GE} = 0,01 \cdot \frac{1}{20} + 0,05 \cdot \frac{1}{20} + \ldots + 100.000 \cdot \frac{1}{20} + 250.000 \cdot \frac{1}{20} = 25.795$$

$$P(ganancia \geq \text{GE}) = \frac{5}{26} = 0,1923$$

$$\mathsf{GE} = 0,01 \cdot \frac{1}{15} + 0,10 \cdot \frac{1}{15} + \ldots + 50.000 \cdot \frac{1}{15} + 250.000 \cdot \frac{1}{15} = 27.560$$

$$P(ganancia \geq \mathsf{GE}) = \frac{2}{15} = 0,1333$$

$$\text{GE} = 100 \cdot \frac{1}{4} + 2500 \cdot \frac{1}{4} + 20.000 \cdot \frac{1}{4} + 50.000 \cdot \frac{1}{4} = 18.150$$

$$P(ganancia \geq \text{GE}) = \frac{2}{4} = 0,5$$

$$\mathrm{GE} = 100 \cdot \frac{1}{3} + 2500 \cdot \frac{1}{3} + 20.000 \cdot \frac{1}{3} = 7.533$$

$$\text{GE} = 2500 \cdot \frac{1}{2} + 20000 \cdot \frac{1}{2} = 11.250$$

FIN

transparencias de la charla disponibles en

`http:\mate.dm.uba.ar~pgroisma`