

# Matemática para ubicarse

En cualquier lugar del planeta y más allá con el GPS

Pablo Groisman

Dpto. de Matemática FCEN-UBA

CONICET

matbaires 09



# ¿Qué es GPS?

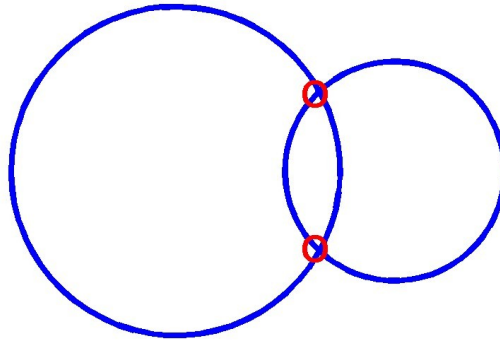




# ¿Cómo funciona?

Dos ideas matemáticas muy simples

- Velocidad \* tiempo = distancia
- La intersección de dos circunferencias está dada por 2 puntos.





RIO DE LA PLATA

6,25km

15km

**Guatemala y  
Fitz Roy**

PARTIDO DE VICENTA LOPEZ

AV. GENERAL PAZ

Av. Int. Cantilo

PARTIDO DE GRAL. SAN MARTIN

AV. GENERAL PAZ

Av. de los Constituyentes

D

Av. Cabildo

Av. Figueroa

\*

RIO DE LA PLATA

Av. San Martin

Av. Beiró

Av. J. B. Justo

PRERMO

Av. Las Heras

RECOLETA

Av. Santa Fe

**Guatemala y  
Fitz Roy**

Av. Córdoba

Av. Santa Fe

Jardín

Av. Santa Fe

Av. Córdoba

Pte. J. D. Perón

Av. Rivadavia

Av. de la Libertad

Av. de la Libertad

Av. Rivadavia

AU. P. MORENO

Av. Gaona

Av. Rivadavia

Av. Belgrano

Av. Independencia

SANTELMO

AU. BsAs La Plata

AU. 25 DE MAYO

Av. J. de Urquiza

AU. 9 DE JULIO

LA BOCA

Av. J. B. Alberdi

RESERVA FLORES

PARTIDO MADERO

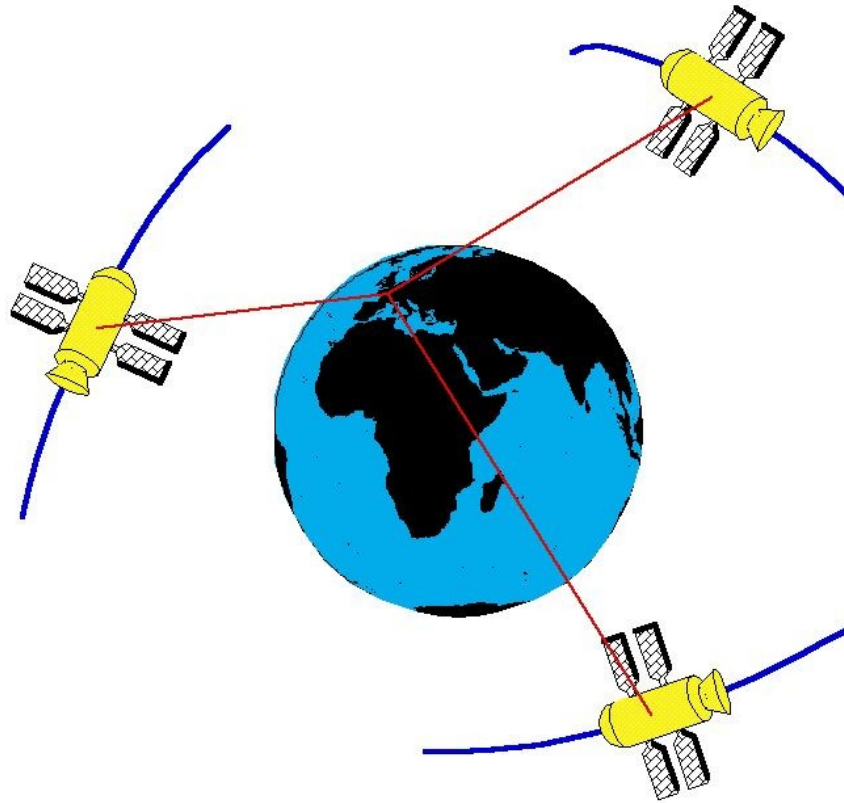
Av. Sáenz

Av. V. Sarfield

AU. 9 DE JULIO

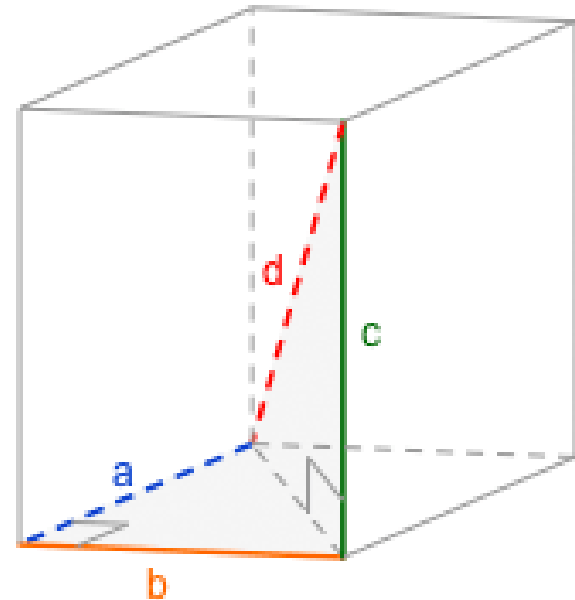
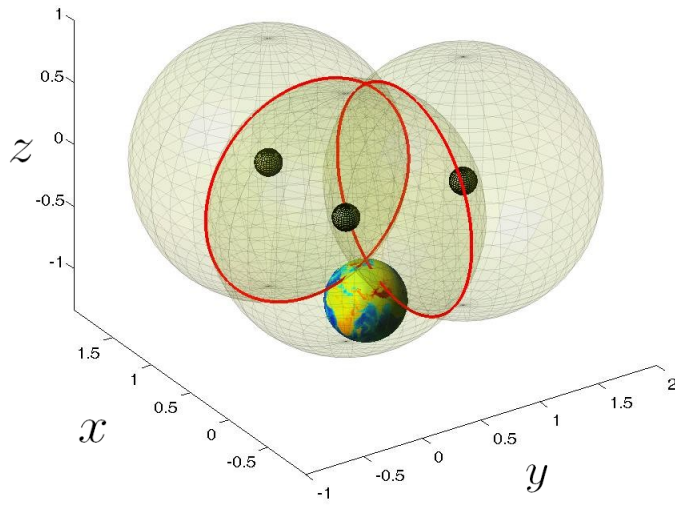
LA BOCA

# En el espacio



# De la geometría al álgebra...

## Teorema de Pitágoras tridimensional



Distancia desde el punto  $(x, y, z)$  al punto  $(x_1, y_1, z_1)$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$$

# Sistema de ecuaciones a resolver

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d_1^2$$

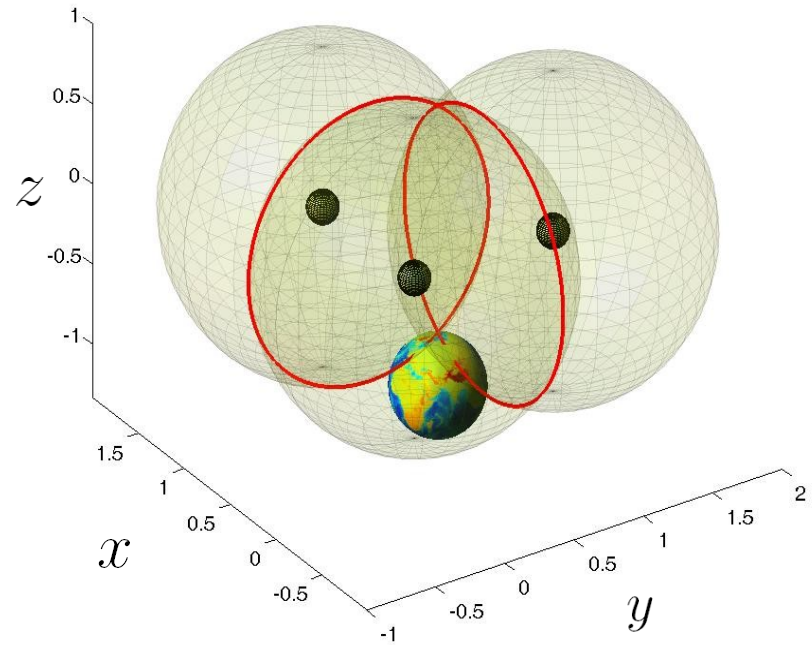
$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = d_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = d_3^2$$

---

$d_1, d_2, d_3 =$  Distancias a los satélites

$(x_1, y_1, z_1) =$  Coordenadas del Satélite 1



Hallar  $x, y, z =$  Coordenadas de mi posición





24 Satélites en 6 planos orbitales a unos 20.000km de La Tierra.

¿Cómo hago para saber a qué distancia estoy de un satélite?

*distancia = velocidad \* tiempo*

Si viajo a 100km/h durante 2 horas, he recorrido

$$100\text{km/h} * 2\text{h} = 200\text{km}$$

- El satélite envía una señal de radio.
- La señal lleva consigo la hora a la que partió del satélite.
- La señal viaja a la velocidad de la luz.
- La señal llega a mi a una hora determinada
- Puedo calcular cuanto tardó la señal en viajar desde el satélite hasta donde estoy yo.

$$\textit{distancia} = \textit{velocidad} * \textit{tiempo}$$

De lo ideal a lo real...

*distancia = velocidad \* tiempo*

$$18000 \text{ km} = 300000 \frac{\text{km}}{\text{seg}} * 0,06 \text{ seg}$$

Si mi reloj está 1 centésima de segundo adelantado voy a cometer un error ¿Qué tan grande?

$$21000 \text{ km} = 300000 \frac{\text{km}}{\text{seg}} * 0,07 \text{ seg}$$

**Pifiamos por 3000km!!!**

**Solución:** Relojes extremadamente precisos  
→ Relojes atómicos

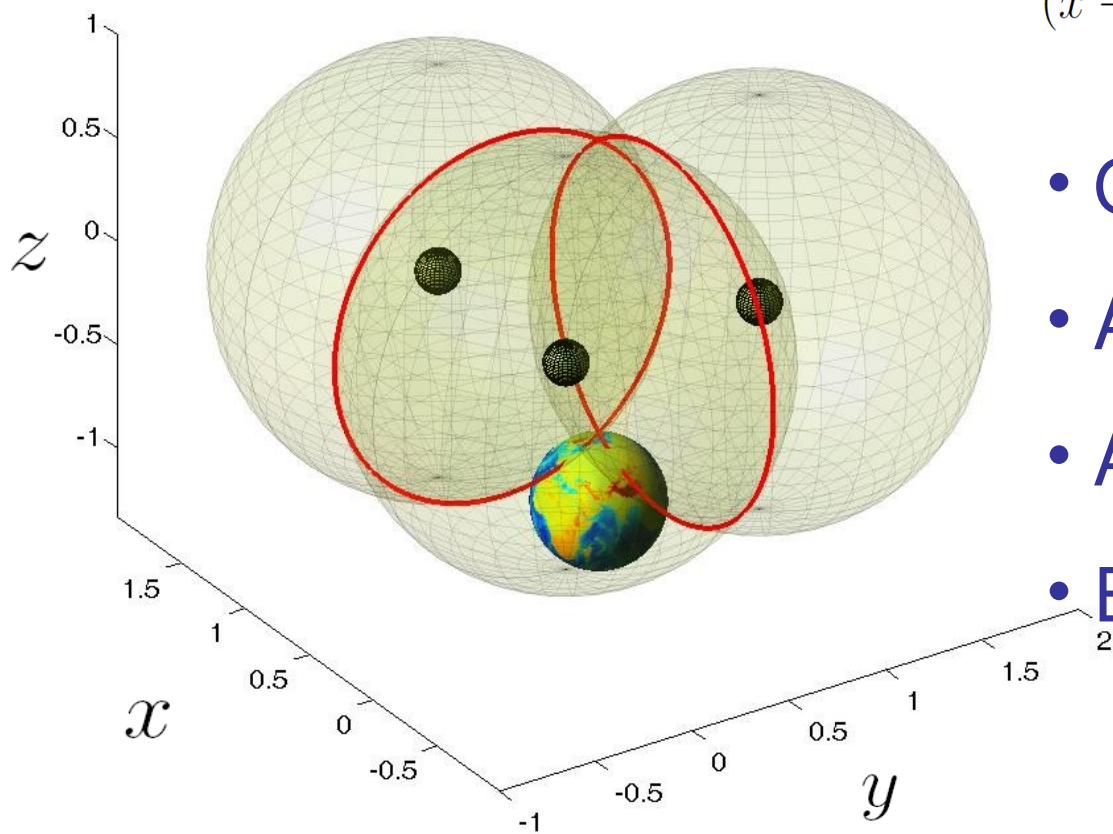


Reloj atómico que marca la hora oficial de EEUU.  
(In) precisión: 1 segundo cada 80 millones de años.

**Problema:** Extremadamente costosos y grandes

**Solución:** Relojes atómicos en los satélites y corrección de errores para los GPS.

# Matemática



$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = d_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = d_3^2$$

- Geometría Algebraica
- Algebra Computacional
- Análisis numérico
- Estadística

FIN

