1	2	3	4	5	Nota

Matemática 3 (Complementos) – Recuperatorio del Primer Parcial (26/03/08)

Apellido y Nombre:

No. de libreta: Carrera:

---

(1) Determinar para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz siguiente es inversible

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a^2 & 1 \\ a & 1 & a^2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(2) Sea el conjunto $S = \{P \in \mathbb{R}_3[X] : P(1) = P'(1) = P''(1)\} \subseteq \mathbb{R}_3[X]$.

- Probar que S es un subespacio de $\mathbb{R}_3[X]$ y determinar una base de S.
- Determinar una transformación lineal $f : \mathbb{R}_3[X] \to \mathbb{R}^4$ que tenga a S como núcleo.

(3) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to R^3$ que satisface que $f(1,1,0) = (a-1, a, 1)$, $f(0,0,1) = (0, a, 1)$ y $f(0,1,1) = (0,1,a)$. Determinar para qué valores de a es f **no** es un isomorfismo y para cada valor hallado calcular una base del núcleo y de la imagen de f.

(4) Sea $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ la transformación lineal definida por $f(A) = A + A^t$.

- Determinar la matriz de f en la base canónica $\mathcal{E} = \{E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}\}$ de $\mathbb{R}^{2\times 2}$.
- Hallar bases $\mathcal{B}$ y $\mathcal{B}'$ de $\mathbb{R}^{2\times 2}$, si existen, tales que

$$[f]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(5) Sea $p_S : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ la proyección ortogonal sobre el subespacio $S = \langle (1,1,0,0), (0,1,1,0) \rangle$.

- Determinar la matriz $[p_S]_{\mathcal{E}}$ de p_S en la base canónica $\mathcal{E}$ de $\mathbb{R}^4$.
- Calcular la distancia de $e_1 = (1,0,0,0)$ a S.