

TEORIA DE NUMEROS

Ejercicio 1 * 1er. Cuatrimestre 2003

A entregar para el viernes 4 de abril

Sea $\sqrt{-3}$ una notación para $\sqrt{3}i$, y sea $\omega := (-1 + \sqrt{-3})/2$.

Se consideran los subanillos $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ y $\mathbb{Z}[\omega]$ del cuerpo $\mathbb{Q}[\sqrt{-3}]$. (Hacer las definiciones y verificaciones del caso.)

- 1.- Probar que $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ no es un dominio euclideo mientras que $\mathbb{Z}[\omega]$ sí lo es.
- 2.- Probar que el conjunto de los elementos de $\mathbb{Q}[\omega]$ cuyo minimal pertenece a $\mathbb{Z}[X]$ es exactamente el subanillo $\mathbb{Z}[\omega]$. (Minimal es el polinomio *mónico* de menor grado en $\mathbb{Q}[X]$ que anula al elemento considerado.)