MAESTRIA EN ESTADISTICA – ALGEBRA LINEAL

Primer Parcial - 10/10/07

(1) Sea el sistema

$$\begin{cases} x+y+az &= 1 \\ x+ay+z &= a \\ x+y+a^2z &= a \end{cases}$$

Para cada valor de $a \in \mathbb{R}$ decidir si el sistema es compatible o incompatible y describir las soluciones.

(2) Una panadería hace tres tipos de galletas (Galleta 1, 2 y 3) usando diferentes cantidades de unidades de harina, leche, huevo y azúcar para cada paquete de ellos, según el cuadro siguiente:

	U.Harina	*U.Leche*	*U.Huevo*	*U.Azucar*
Galleta 1	4	2	2	2
Galleta 2	3	2	4	1
Galleta 3	4	2	3	1

Si la panaderia cuenta con 161 Unidades de harina, 92 de leche, 153 de huevo y 54 de azúcar, ¿cuántos paquetes de galletas de cada tipo tiene que hacer para que no quede ningún remanente (si es posible)?

(3) Sea $f : R^4 \to \mathbb{R}^4$ una transformación lineal que cumple las condiciones

$$\begin{cases} f(1,0,0,0) &= (0,1,1,2) \\ f(1,1,0,0) &= (0,2,2,4) \\ f(1,1,1,0) &= (3,3,0,3) \\ f(1,1,1,1) &= (9,5,-4,1) \end{cases}$$

- Justificar por qué es única.
- Hallar bases de $\mathrm{Nu}(f)$ y de $\mathrm{Im}(f)$. ¿Es f un isomorfismo'?
- Hallar bases ortonormales de $\mathrm{Nu}(f)$ y de $\mathrm{Im}(f)$.

(4) Sea $p_S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la proyección ortogonal sobre el subespacio $S = \langle (1,1,0),(0,1,1) \rangle$.
- Determinar la matriz de p_S en la base canónica de $\mathbb{R}^3$.
- Calcular la distancia de $e_1 = (1,0,0)$ a S.

(5) Hallar y graficar la recta $y = ax+b$ que ajusta por cuadrados mínimos la tabla siguiente y calcular el error $\sum (y_k - (ax_k+b))^2$.

x_k	0	1	2	3	4
y_k	0	1	2	2	5