MAESTRIA EN ESTADISTICA – ALGEBRA LINEAL

2007– Práctica 5

(**1**) Encontrar la solución mínima de $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

(**2**) Graficar la recta $x + y = 3$ y encontrar la solución (x, y) de longitud mínima en la recta. Verificar con lo graficado.

(**3**) Dado el sistema $Ax = b$, calcular x tal que $\|x\|$ y $\|Ax - b\|$ sean mínimos en los casos

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(**4**) Calcular la pseudoinversa A^+ de la matrices del ejercicio anterior, y de las matrices A siguientes:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(**5**) Probar que si $A \in \mathbb{R}^{5\times 4}$ es de la forma

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entonces $A^+ \in \mathbb{R}^{4\times 5}$ es igual a

$$A^+ = \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(**6**)
- Sea $A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1 \\ 1/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$. Hallar A^+.
- Si A tiene columnas ortonormales, ¿cuál es su pseudoinversa?