MAESTRIA EN ESTADISTICA – ALGEBRA LINEAL

Recuperatorio del Segundo Parcial - 19/12/07

(**1**) Calcular el determinante de la matriz siguiente

$$\begin{pmatrix} x+1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 3 & 3 \\ x & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

(**2**) Calcular la inversa de Moore-Penrose de la matriz $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y determinar $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ de norma mínima tal que para $y = (4, 4)$, $\|Ax - y\|$ es mínimo.

(**3**) Para cada valor de $a \in \mathbb{R}$ diagonalizar la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a^2 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

por medio de un cambio de base ortonormal.

(**4**) Se define la sucesión siguiente de números naturales

$$a_0 := 1, \quad a_1 := 2 \quad \text{y} \quad a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n, \ \forall\, n \geq 0.$$

- Determinar $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ tal que para todo $n \geq 0$

$$\begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}.$$

- Usando lo anterior mostrar que para todo $n \geq 0$ se tiene

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Diagonalizando la matriz A determinar el valor de a_n para todo $n \in \mathbb{N}$.

(**5**) Determinar la descomposición en valores singulares de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$