

Recuperatorio del Primer Parcial - 14/12/07

- (1) Determinar para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz siguiente es inversible y para cada caso en que lo es hallar la inversa

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a^2 \end{pmatrix}$$

- (2) Se tiene una pieza metálica construida con una aleación de un metal A y un metal B que pesa 43 gr y tiene un volumen de 5 cm^3 . Sabiendo que el peso específico del metal A es 8 gr/cm^3 y que el del metal B $9,5 \text{ gr/cm}^3$, determinar qué proporción de metal A y metal B contiene la pieza. (Peso específico = peso/volumen.)

- (3) Sea $a \in \mathbb{R}$ y $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por

$$\begin{cases} f(1,0) = (a, 1, a) \\ f(1,1) = (2, 2a, 2). \end{cases}$$

- ¿Puede ser f un epimorfismo?
- Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales f es un monomorfismo.

- (4) Sea $p_S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la proyección ortogonal sobre el subespacio $S = \langle (1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1) \rangle$.

- Determinar la matriz de p_S en la base canónica de \mathbb{R}^4 .
- Determinar la distancia de $(1, -1, -2, 2)$ a S .

- (5) Determinar una matriz ortogonal $Q \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ que satisfaga que el subespacio generado por las dos primeras filas de la matriz sea el subespacio $S = \langle (1, -1, 1), (2, 0, 2) \rangle$. ¿Es única esa matriz? Si no lo es, ¿cuántas hay?