

Teoría Geométrica de la Medida

Ejercicios

Ejercicio 23: (Clase 12, 29/05)

Probar que Σ_m es totalmente desconexo con la métrica definida por:

$$\rho(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{|\alpha_i - \beta_i|}{m^i}.$$

Ejercicio 24: (Clase 12, 29/05)

Sea $\phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$, con $\varphi_i : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ contractivas e inyectivas y sea K el conjunto autosimilar asociado a ϕ .

Si $\varphi_i(K) \cap \varphi_j(K) = \emptyset$ para $i \neq j$, probar que K es homeomorfo a Σ_m y que es totalmente desconexo.

Ejercicio 25: (Clase 13, 31/05)

Sea (X, d) un espacio métrico y sean A, B cerrados disjuntos de X . Probar que existe una función $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ continua, tal que:

$$f|_A \equiv 0, \quad f|_B \equiv 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in X.$$

Demostrar además, que si $\delta := d(A, B) > 0$, entonces f es Lipschitz con constante $\frac{3}{\delta}$.