

# VARIETADES TORICAS

Una variedad torica es una variedad algebraica compleja  $X$  que contiene un toro  $T = (C - \{0\})^n$  como abierto denso, y tal que la accion natural de  $T$  sobre si mismo se extiende a  $X$  (ejemplos: los espacios afin y proyectivo complejos).

Estas variedades se pueden describir (combinatoriamente) de la siguiente manera: sea  $C \subset \mathbb{R}^n$  un cono polihedral convexo,  $S$  el semigrupo de elementos en  $C$  con coordenadas enteras y  $C[S]$  la correspondiente algebra (generada por monomios).

Definimos  $X(C) = \text{Spec } C[S]$ , que resulta ser una variedad torica afin.

Las variedades toricas generales (localmente torica afin) se obtienen a partir de un 'ventilador' (una cierta union de conos polihedrales convexos).

Informalmente, las variedades toricas son variedades algebraicas localmente isomorfas al espacio afin, tales que los cambios de coordenadas son funciones monomiales (no solo racionales).

El interes en estas variedades radica en que establecen una conexion entre Combinatoria y Geometria Algebraica. Como ejemplo en una direccion, el teorema de Grothendieck-Riemann-Roch, aplicado a una variedad torica completa, da informacion sobre el numero de puntos enteros dentro de un polihedro.

Por otra parte, cada polihedro da origen a una variedad algebraica, sobre la cual uno podria testear conjeturas generales y/o calcular combinatoriamente varios objetos de interes en Geometria Algebraica (cohomologia de haces, anillo de Chow, etc).

En resumen, las variedades toricas son suficientemente particulares como para ser manejables, y suficientemente generales como para ser interesantes.

## Referencias:

"The geometry of toric varieties" por V.I. Danilov, Russian Math. Surveys 33:2 (1978).

"Introduction to toric varieties" por W. Fulton, Princeton Univ. Press (1993).

"Toroidal embeddings I", por Kempf et al., Springer Lecture Notes in Mathematics 339.

Prerequisitos: Algebra II, Geometria Diferencial.

Familiaridad con definiciones basicas de Geometria Algebraica recomendable, pero no imprescindible complementando con lectura de algunas porciones del libro "Algebraic Geometry" por R. Hartshorne (Springer-Verlag).

Duracion del curso: Mayo 20-mediados de Agosto, dos veces por semana.

Reunion Inicial (para fijar horarios): Jueves 20 de Mayo, 14 hs.

Fernando Cukierman.