

GEOMETRIA PROYECTIVA

Segundo Cuatrimestre 2007

El objetivo de este curso es brindar una introducción a la Geometría Diferencial y a la Geometría Algebraica. El tema central es el estudio de subvariedades de espacios euclídeos, afines y proyectivos (reales y complejos). Consideraremos especialmente los siguientes ejemplos: curvas paramétricas planas y espaciales, superficies en el espacio tridimensional, cuádricas y curvas algebraicas planas, afines y proyectivas.

PROGRAMA

1) Curvas paramétricas planas y espaciales.

Ejemplos. Longitud de arco, curvatura, torsión, ecuaciones de Frenet, teorema de clasificación ortogonal.

2) Subvariedades de \mathbb{R}^n .

Definiciones y ejemplos. Subvariedades definidas implícitamente. Espacio tangente, puntos regulares y puntos singulares. Funciones diferenciables, derivada, fibrado tangente.

3) Cuádricas en \mathbb{R}^n .

Clasificación ortogonal y afin. Rango, centro y puntos singulares. Otros problemas de clasificación, acción de un grupo en un conjunto, invariantes.

4) Superficies en \mathbb{R}^3 .

Ejemplos: superficies de revolución, superficies regladas. Primera forma fundamental. Aplicación de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura media y Gaussiana. Direcciones principales. Puntos elípticos, hiperbólicos y parabólicos. Ecuaciones de compatibilidad, teorema de clasificación ortogonal de superficies.

5) Geodésicas.

Enunciado y discusión de los axiomas de plano euclídeo según Hilbert. Superficies de revolución de curvatura constante y modelos de geometrías no-euclídeas. Ideas sobre triángulos geodésicos y el teorema de Gauss-Bonnet.

6) Introducción a la geometría axiomática.

Definición axiomática de plano afin y de plano proyectivo. Ejemplo: el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$ asociado a un cuerpo K . Propiedades de Pappus y de Desargues, caracterización de $\mathbb{P}^2(K)$.

7) Curvas algebraicas.

Curvas algebraicas en el plano afin K^2 . Puntos singulares, multiplicidad, cono tangente. Multiplicidad de intersección. Curvas algebraicas en el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$. Coordenadas homogéneas y coordenadas afines. Homogeneización y deshomogeneización. Teorema de Bezout. Aplicaciones.

Puntos de inflexion y el Hessiano. Curva dual.
Clasificacion de cuatro puntos, ordenados y no ordenados,
en la recta proyectiva, razon doble, invariante j .
Cubicas: clasificacion, forma de Weierstrass, estructura de grupo,
parametrizacion mediante funciones elipticas.
Genero aritmetico y genero geometrico.
Caracterizacion de curvas racionales.
Integrales abelianas.

BIBLIOGRAFIA

1) - 5)

Alekseevskij, Vinogradov and Lychagin,
Basic ideas and concepts of differential geometry,
Encyclopedia of Mathematical Sciences (Geometry I), Springer.
Cukierman, Cuadricas y cubicas (para 3)) <http://mate.dm.uba.ar/~fcukier/>
Do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice Hall. (*)
Goreux, Differential Geometry, Publ. Arunabha Sen, Calcutta, India.
Gray, Modern differential geometry of curves and surfaces, Springer.
Hicks, Notes on differential geometry.
Hitchin, Notes <http://163.1.148.210/~hitchin/hitchinnotes/>
Kazarian, Notes <http://www.mi.ras.ru/~kazarian/>
Klingenberg, Curso de geometria diferencial, Springer.
Peters, Course Notes <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~peters/>
Pogorelov, Differential Geometry (translated by Leo Boron). (ia)
Spivak, Calculus on Manifolds (Calculo en Variedades, Reverte) (para 2)) (*).
Spivak, A comprehensive introduction to differential geometry, 5 vols.
Struik, Lectures on classical differential geometry, Dover.
Stoker, Differential geometry, Wiley.
Valiron, Classical differential geometry of curves and surfaces. (gb)

6)

Artin, Geometric Algebra, Wiley.
Blumenthal, A modern view of Geometry, Dover.
Efimov, Geometrie Superieure, MIR.
Hartshorne, Foundations of Projective Geometry, Benjamin.
Santalo, Geometrias no euclideanas, EUDEBA.
Santalo, Geometria Projectiva, EUDEBA.

7)

Brieskorn-Knorrer, Plane algebraic curves, Birkhauser.
Enriques-Chisini, Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni
e delle funzioni algebriche, 3 vols., Publ. Zanichelli (Bologna). (ia)
Fulton, Algebraic Curves, Springer. (*)
Harris, Algebraic Geometry, Springer.
Salmon, Analytic geometry of three dimensions, Chelsea (AMS). (ia)
Semple-Kneebone, Algebraic curves.
Semple-Roth, Introduction to algebraic geometry, Oxford.
Walker, Algebraic Curves, Springer.

Referencias generales

Hilbert-Cohn Vossen, Geometry and the imagination, Chelsea (AMS).

Alekseevskij, Vinogradov and Lychagin, Basic ideas and concepts

of differential geometry, Encyclopedia of Mathematical Sciences
(Geometry I), Springer.

(*) Referencias basicas.

(ia) Disponible en Internet Archive
<http://www.archive.org/index.php>

(gb) Disponible en Google Books