

GEOMETRIA PROYECTIVA

PROGRAMA

Marzo 2002

- a) Curvas paramétricas planas y espaciales. Ejemplos. Longitud de arco, curvatura, torsión, ecuaciones de Frenet, teorema de clasificación ortogonal.
- b) Curvas y superficies dadas en forma implícita, subvariedades de \mathbb{R}^n . Espacio tangente. Puntos regulares y singulares. Parametrización local. Orden de contacto entre una hipersuperficie y una curva paramétrica.
- c) Clasificación afín y ortogonal de cuádricas en \mathbb{R}^n . Rango, centro y puntos singulares de cuádricas.
- d) Acción de un grupo en un conjunto. Problemas de clasificación, ejemplos.
- e) Superficies en \mathbb{R}^3 . Ejemplos: superficies de revolución, superficies regladas. Primera forma fundamental. Aplicación de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura media y Gaussiana. Direcciones principales. Puntos elípticos, hiperbólicos y parabólicos. Ecuaciones de compatibilidad, teorema de clasificación ortogonal de superficies.
- f) Geodésicas. Axiomas de plano Euclideo según Hilbert. Superficies de revolución de curvatura constante y modelos de geometrías no Euclidianas. Teorema de Gauss-Bonnet.
- g) Definición axiomática de plano afín y proyectivo. Ejemplo: el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$ asociado a un cuerpo K . Casos $K = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$ Propiedades de Pappus y de Desargues, caracterización de $\mathbb{P}^2(K)$.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TEX

h) Curvas algebraicas en el plano afin K^2 . Puntos singulares, multiplicidad, cono tangente. Multiplicidad de intersección.

i) Curvas algebraicas en el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$. Coordenadas homogéneas y coordenadas afines. Homogeneización y deshomogeneización. Teorema de Bezout, aplicaciones. Clasificación de cuatro puntos en la recta proyectiva, razón doble, invariante j . Cúbicas: clasificación, forma de Weierstrass, estructura de grupo, parametrización mediante funciones elípticas. Género aritmético y género geométrico. Caracterización de curvas racionales. Reducción de integrales abelianas.

REFERENCIAS

Do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice Hall.

Walker, Algebraic Curves, Springer-Verlag.