

ALGEBRA II

Primer Cuatrimestre 2005

PROGRAMA

1) Introducción a la teoría de grupos.

Operaciones binarias. Monoides. Semigrupos.
Grupos. Morfismos. Cocientes por subgrupos.
Relaciones de equivalencia compatibles y subgrupos
normales.

Ejemplos: grupos cíclicos, grupos simétrico y alternado,
grupos clásicos de matrices, grupos de simetrías de sólidos
regulares, grupos de automorfismos de otras estructuras.
Producto semidirecto, ejemplos.

Acción de un grupo en un conjunto, orbitas, conjunto
cociente.

Teoremas de Sylow.

2) Anillos.

Definición. Morfismos. Ideales. Anillos cociente.

Ejemplos: anillos numéricos, cuaterniones, matrices, anillos
de funciones, polinomios, series formales, algebra de
semigrupo, anillos de enteros, operadores diferenciales.

Divisores de cero. Elementos nilpotentes. Unidades.
Elementos irreducibles. Ideales primos, ideales maximales.
Dominios euclidianos, de ideales principales y de factorización única.

3) Módulos sobre un anillo.

Definición. Ejemplos: espacios vectoriales, grupos abelianos, ideales de un anillo, endomorfismos de un espacio vectorial, representaciones lineales de un grupo finito.

Morfismos. Submódulos y módulos cociente.
Operaciones con submódulos, teoremas de isomorfismo.
Sucesiones exactas, diagramas conmutativos.
Suma y producto directo. Módulos finitamente generados.
Módulos libres.

Torsión. Divisibilidad. Estructura de módulos de torsión y de módulos divisibles sobre un dominio de ideales principales.

Conjuntos multiplicativos, anillos y módulos de fracciones, localización.

Módulos noetherianos y artinianos.
Teorema de Hilbert: el anillo de polinomios es noetheriano.

Módulos finitamente generados sobre un dominio de ideales principales: teorema de estructura.
Formas normales de matrices sobre un cuerpo.

Producto tensorial. Extensión y restricción de escalares.
Algebra multilineal, tensores. Algebras graduadas.
Algebras tensorial, simétrica y exterior de un módulo.

Anillos y modulos semisimples: componentes isotipicas,
modulos simples e ideales minimales.
Ejemplos: algebra de matrices, algebra de un grupo finito.

Módulos proyectivos, módulos inyectivos.

BIBLIOGRAFIA

[A] Artin, Michael: Algebra. Prentice Hall, 1991.

[AM] Atiyah-Macdonald: Introduction to Commutative Algebra. Addison-Wesley, 1969 (traducción española Editorial Reverté, 1973).

[B] Bourbaki, N.: Algebre.

[C] Chevalley: Fundamental Concepts of Algebra. Academic Press, 1956.

[G1] Gentile, E.: Estructuras Algebraicas I. O.E.A., 1973.

[G2] Gentile, E.: Estructuras Algebraicas II. O.E.A., 1971.

[G3] Gentile, E.: Notas de Algebra. Fascículo 22. FCEyN, 1965.

[H] Herstein, I.: Topics in Algebra. Wiley, 1975.

[J] Jacobson, N.: Basic Algebra I, II. Freeman, 1974, 1980.

[L] Lang, S.: Algebra (Third Edition). Addison-Wesley, 1993.

[M] Martínez, J. J.: Notas de Algebra II.

[O] O'Brien, H.: Estructuras Algebraicas III: Grupos finitos.
O.E.A.1973.

[R] Rotman, The theory of groups, Springer-Verlag.

[S] Shafarevich, I.: Algebra I. Springer-Verlag, 1992.

[W] van der Waerden, B. L.: Modern Algebra.

[ZS] Zariski-Samuel: Commutative Algebra, vols. 1, 2.